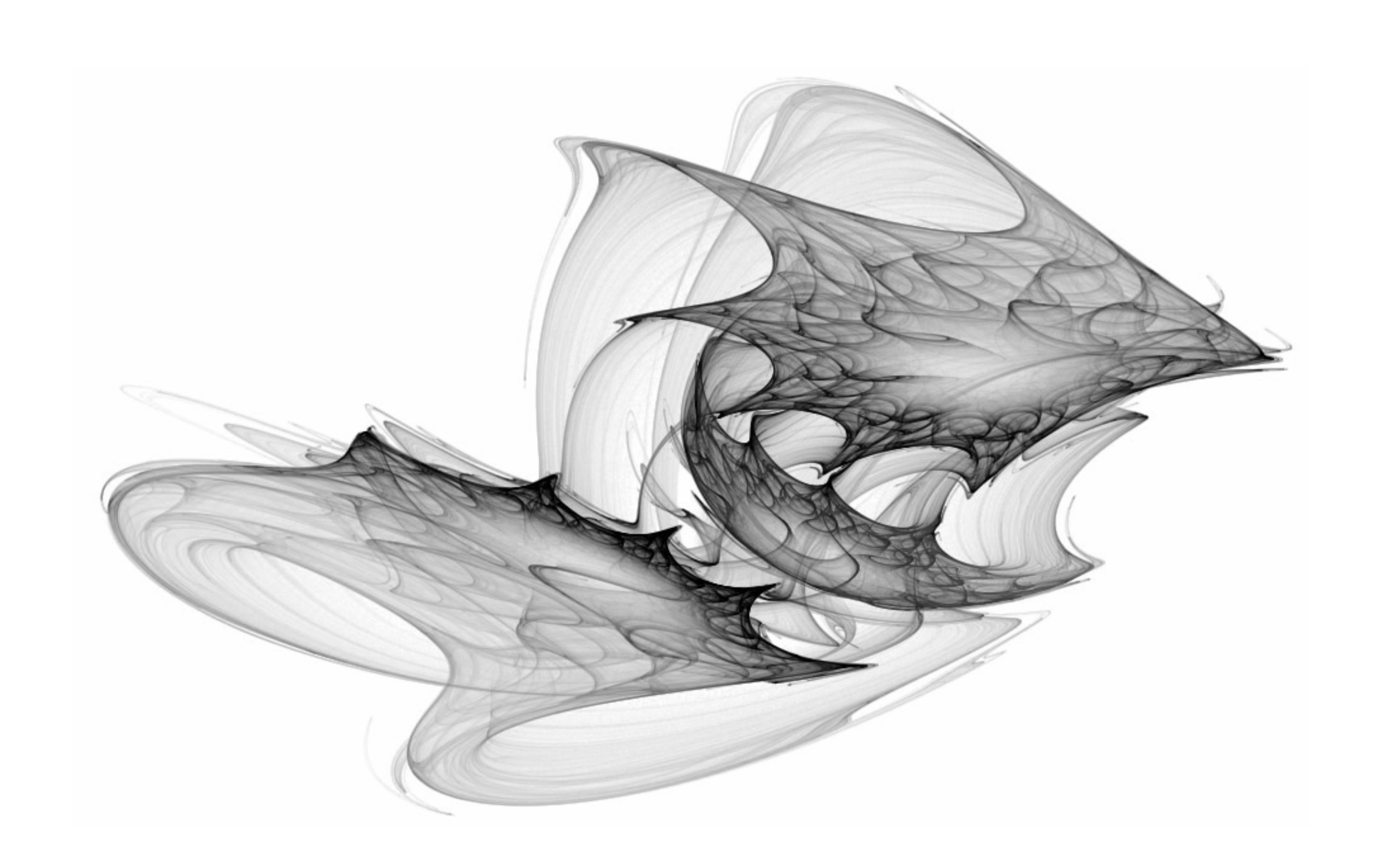
Дальневосточный государственный университет
Институт биологии моря им. А. В. Жирмунского ДВО РАН
НОЦ «Морская биота»

Ю. А. Каретин

Синергетика

Курс лекций для биологов



Владивосток
2007

Лекция 1. Введение. Смена научных парадигм

«Единственное, чему научила меня моя долгая жизнь: что вся наша наука перед лицом реальности выглядит примитивно и по-детски наивно - и всё же это самое ценное, что у нас есть».
А.Эйнштейн

Апологеты науки о хаосе и самоорганизации постулируют смену научной парадигмы, произошедшую во второй половине *XX* века. Чтоб понять, в чём её суть, надо прояснить, чем занимались, какие вопросы перед собой ставили классическая наука прошлого и наука сегодняшнего дня. Классическая наука, по сути своей, была наукой идеального: эвклидова геометрия описывала идеальные формы, никогда не встречающиеся в реальном мире, механика рассчитывала законы идеального равномерного или равноускоренного движения, биологическая систематика создала абстракцию вида, чтоб свести бесконечное разнообразие индивидуумов к некоей системе. Для того, чтоб из хаоса окружающего мира выделить какую-то информацию, познать этот хаос, различить в нём отдельные объекты, их взаимоотношения, понять и предсказать законы движения этих объектов, нужно выделить эти объекты или явления как целое, найти в них то общее, что отличает их от других объектов, явлений или взаимоотношений, т.е. создать идеальный образ изучаемого явления.

Достаточно просто было использовать достижения классической науки в технике ***XIX***-*XX* веков: сравнительно просто устроенные механические машины, состоявшие из элементов, созданных на основе идеальных форм эвклидовой геометрии, простое предсказуемое поведение механического или электромеханического движения. Фундаментальная наука классического периода во многом началась с открытий Ньютона, позволивших объяснить равномерно развиваемое ускорение падающего на землю тела, движения планет вокруг солнца и естественных спутников вокруг планет. Искусственные формы, движения классической механики были близки к идеальным. Классическая наука исследовала устойчивые, равновесные, упорядоченные системы, ибо только упорядоченность, предсказуемость, стабильность можно было описать и предсказать. Это были замкнутые системы, или, по крайней мере, они исследовались как замкнутые, для них было характерно линейное поведение; задав начальные параметры и зная формулу, описывающую их движение, можно было рассчитать состояние или положение в пространстве исследуемого объекта (планета или механическое устройство) через любой промежуток времени, как в будущем, так и в прошлом. Их поведение описывалось линейными уравнениями и на графиках выявлялось в виде прямых или предсказуемым образом изогнутых непрерывных линий. Сложнее было с природными формами и явлениями не астрономического и не атомарного масштаба: облака, горы, живые существа, колебания численности популяций и экономические спады и подъёмы, химические реакции с одновременным участием десятков и сотен реагентов, революции, метаморфозы... В ***XXI*** веке к этому добавились информационные технологии, настолько сложные электронные устройства, что поведение их до конца предсказать стало не возможно, самособирающиеся наноструктуры и самоорганизующиеся компьютерные сети, попытки создать искусственный разум и смоделировать жизнь... Многое из этого никак не описывалось как замкнутая система, слишком много внешних воздействий накладываясь, влияя друг на друга, изменяли поведение системы самым непредсказуемым образом; поведение этих систем никак нельзя было ни назвать линейным, ни предсказать на какой-либо долгий срок.

Когда-то мир казался принципиально непознаваемым, непредсказуемым, но очень простым, потому что он был создан богом и подчинялся только воле божьей, которая сама непредсказуема и непознаваема для человеческого разума, это снимало многие вопросы познания. Открытия Ньютона пробили большую брешь в традиционном христианском мировоззрении: для описания движения планет оказалось достаточно несколько формул, планеты подчинялись им беспрекословно, а волюнтаризм божьей воли тут никак не проявлялся, что позволило Ньютону вообще отказаться от «теории бога». Предсказуемость движения механических тел вызвала к жизни представление о мире, как о гигантской заводной игрушке, мир стал абсолютно детерминирован и предсказуем. Ведь если любое взаимодействие, любое движение можно описать точной физической формулой, то можно и рассчитать поведение исследуемого объекта на бесконечно долгий промежуток времени, как в прошлом, так и в будущем. Это мировоззрение отразилось в философии французского философа *Лапласа*.

Согласно такой концепции мироустройства, если мы что-то ещё не знаем, что-то не в состоянии предсказать, то это происходит лишь от недостатка информации о начальном состоянии объекта и законов его движения. Получив эту информацию, мы сможем точно рассчитать любое физическое, биологическое, социальное явление. Мало того, неопределённости, свободной воли, случайности в подобном мироустройстве вообще существовать не может. Каждая наша мысль, каждое действие, падение каждого осеннего листа, даже каждый вираж его в воздухе при падении абсолютно предопределён с первого мгновения существования Вселенной. Всё сцеплено жёсткой цепью причинно-следственных взаимодействий, выражаемых в физических формулах и рассчитываемых математически, подобно расчету траекторий движений планет.

В наши дни философия полного детерминизма Лапласа уступила место точке зрения Анри Пуанкаре, принимающей существование принципиальной непредсказуемости, случайности в объективной, физической реальности. Казалось бы, откуда ей взяться, неужели что-то в объективном мире не подчиняется физическим законам, описываемым точными математическими формулами и потому подвластным точному расчёту? С другой стороны, согласитесь, интуитивно точка зрения Лапласа большинству из нас кажется абсурдистской, мы интуитивно принимаем присутствие случайности в этом мире, к тому же нам трудно согласиться с отсутствием в нас необусловленной свободной воли. Бытиё, как заводная игрушка, предопределённое от первого мига существования мироздания до последнего, субъективно представляется нам бессмысленным. Можно поставить вопрос о существовании трёх типов неопределённости, непредсказуемости: непредсказуемость в связи с отсутствием необходимых для точного расчёта данных о начальном состоянии исследуемого явления и законов, описывающих его развитие, этот тип неопределённости – единственный, принимаемый философией Лапласа; непредсказуемость действий разумного одухотворённого существа, исходящая из принципиальной свободы его духа, необусловленности и неподчинения причинно-следственным связям какой-то части его духовного существа, его сознания и воли, доминирование сознания над бытиём, признание такой неопределённости характерно для религиозного мировоззрения; и, наконец – третий тип возможной непредсказуемости истекает из принципиальной невозможности с полной точностью задать начальное состояние описываемого объёкта. Для того, чтобы на бесконечно долгий промежуток времени предсказать поведение объекта, необходимо задать его начальное состояние с бесконечной точностью, с точностью до бесконечного количества знаков после запятой - как бы для фиксации такой точности нам не потребовалась вся Вселенная... На последний тип неопределённости и ссылается философия Пуанкаре, находя в ней долгожданную свободу, сокрушение оков абсолютной предопределённости бытия. Точку неопределённости, точку неустойчивого равновесия системы можно представить как шарик, лежащий на острие карандаша: любое небольшое воздействие должно его столкнуть в ту или другую сторону. Теперь представьте себе бесконечно тонкое остриё и бесконечно точно уравновешенный на нём шарик, момент равновесия и взаимной аннигиляции воздействий, направленных в противоположные стороны, на какой-то момент возникает в любой неустойчивой системе, выбирающей путь дальнейшего развития; в эти моменты система чувствительна к бесконечно малым воздействиям, даже если этот момент бесконечно мал, что приходит в неустойчивую систему из этой бесконечности? Признание принципиальной непредсказуемости поведения даже простых физических систем, в сущности, и стало основой новой научной парадигмы, нового научного мировоззрения. Классической, линейной физики, математики, химии, биологии для познания мира оказалось недостаточно. Пришлось управляться не только с упорядоченным поведением, но и с хаосом, мало того, хаос, непредсказуемость, свобода выбора оказались необходимы для процессов самоорганизации, лежащих в основе эволюции и привёдших к появлению всех сложных систем, включая биологическую жизнь. Выяснилось, что без методологии исследования хаоса, неопределённости невозможно познать и смоделировать процесс естественной эволюции, который всегда есть игра детерминированного бытия на границах хаоса. Признание невозможности построить достоверную картину мира без исследования хаоса и самоорганизации материи привело к смене научной парадигмы, породившей синтетическое, междисциплинарное направление исследований, названное синергетикой, предметом изучения которой и являются процессы хаоса и самоорганизации.

В развитии науки можно условно выделить несколько этапов: это, во-первых, этапы, ведущие от описания формы к познанию сущности исследуемых процессов и явлений, и, во-

вторых, от статичной картины мира к динамической. Вышеназванные этапы взаимосвязаны, так как чем глубже взор проникает в суть устройства мироздания, тем, как правило, более динамична возникающая перед нами картина. Наука начиналась с описания и классификации: если говорить об изучении биологической жизни, можно привести в качестве примера лестницу живых существ Аристотеля, многотомные труды - собрания всех известных исследователю существ, причём как реальных, так и мифических. (Конечно, все глубоко мыслящие исследователи задавались вопросом о законах и причинах существования, но из-за недостатка знаний многое из воззрений описательного периода науки теперь имеет лишь историческую ценность). Постепенно накапливаемые человечеством знания позволили ставить вопрос не только о том, *что* можно наблюдать в окружающем мире, но и *как* устроено, как возникает и функционирует то, что они наблюдают. Познание устройства изменило и принципы описания и классификации, привело к появлению естественных классификационных схем и методологии описания, отражающей реальную сущность явления. Ответом на вопрос «*как*» послужило открытие фундаментальных законов мироздания: закона всемирного тяготения Ньютона, теории относительности Эйнштейна, законов наследственности Менделя, периодической системы элементов Менделеева. Когда причинно-следственные взаимосвязи в ряде наук, каждая из которых исследовала свою грань реальности, стали более или менее проясняться, возникло стремление к созданию единой картины мира, ведь логика причинно-следственных взаимодействий едина, значит, из формул описывающих движение материи в одной сфере можно вывести формулы, описывающие движение материи в сфере другой. Если законы, описывающие разные формы и уровни движения материи, противоречат друг другу, то остаётся лишь признать, что какие-то из этих законов не верны. Пример таких противоречащих друг другу теорий: теория относительности и классическая квантовая физика. Каждая из этих теорий описывает явления, исследуемые в своей сфере, с колоссальной точностью, но попытки соединить их приводят к абсурдным результатам; это значит, необходимо искать новую торию, которая бы описывала исследуемые феномены столь же хорошо, но была при этом более универсальной. В примере с теорией относительности и квантовой физикой наиболее вероятный кандидат на универсальную теорию – теория струн. Гипотетический конечный этап всеобщего научного объединения – комплекс универсальных теорий, описывающих любые формы движения материи и гладко выводимых друг из друга. Конечно, до этого научному миропознанию ещё далеко, многие естественные и большинство гуманитарных наук пока что находятся на описательной стадии своего развития. В физике же такая универсальная теория, объединяющая всю физическую картину мира, уже существует, правда, скорее, как идея, но ей уже посвящено немало работ, она так и называется: «Теория всего».

Раньше учёных интересовало лишь строение, устройство, принципы организации существующих и исследуемых явлений, но не их возникновение, не их создание (хотя, конечно, для познания устройства вопрос возникновения – это вопрос первостепенной важности). Вопрос возникновения более глубок, сложен, чем вопрос описания уже существующего. Этот вопрос уже предполагает переход от описания статической формы к познанию динамики процесса. Лестница существ Аристотеля была неподвижна. Лестница живых существ Лейбница была создана богом и также в целом неизменна, но некоторые наблюдения в дикой природе и за процессами селекции уже позволили предположить возможность некоторой трансформации существ, созданных богом и возникновение одного вида существ из другого, близкого ему. Правда, незнание законов изменчивости породило мифические воззрения о прямом порождении существами одного вида существ другого.

Ещё более динамичная картина мира, картина подлинного развития природы создавалась французскими материалистами *VIII* века, особенно Дени Дидро. Первым среди натуралистов и философов, кто не мимоходом, не в связи с обсуждением других вопросов, а специально обратился к изучению проблемы эволюции, был Жан-Батист Ламарк. Теория эволюции Чарльза Дарвина, объяснив объективные законы биологической эволюции, ставшие фундаментом всей биологии и превратившие биологию из скопления фактов в науку, окончательно ввела в научное мировоззрение шкалу времени. Большинство процессов, исследуемых наукой того времени, типа простых механических движений, не нуждались в шкале времени, поведение объекта можно было рассчитать как в прошлое, так и в будущее с одинаковой лёгкостью. Эволюция живых существ, как оказалось, не такова: эволюционный процесс оказался однонаправленным и необратимым, живые существа могут потерять и вновь приобрести в эволюции какой-либо признак, но вновь приобретенный признак не будет точной эволюционной копией утраченного, эволюция не пойдёт

вторично однажды пройденным путём, хотя бы потому, что эволюционное приобретение основывается на естественном отборе ряда случайно возникающих генетических мутаций. Возникновение точно такого же ряда мутаций, какое случилось уже однажды, статистически невозможно, это основа однонаправленности. Статистически невозможно также возникновение ряда обратных мутаций, откатывающих эволюцию «след в след» по уже пройденному пути, это основа необратимости. Почему же шкала времени появилась впервые в биологии? Очевидно, потому, что биология исследует столь сложные системы, каковыми являются все живые системы на всех уровнях своей организации, что физика, химия, математика, другие точные науки лишь только в наше время делают попытки исследовать их с тем уровнем достоверности, который в этих науках принят, пока дойдя до описания «сферического коня в вакууме». По мнению Резерфорда: «Есть только одна наука – математика, остальные - собирание марок». Действительно, математика – основа современного научного миропознания, язык логики, познающий точные причинно-следственные взаимосвязи объективного мира. Но сложность живых систем не позволяет описать или смоделировать их на языке математики с точностью, принятой в физике, оперировавшей всегда моделями гораздо более простых систем. Физик, пытающийся построить модель даже сравнительно простого элемента живой системы, всегда становится перед выбором: либо создать сравнительно точную, по физическим меркам, модель, но такая модель будет иметь мало общего с реально существующей системой, ибо будет исключать великое множество нюансов реального функционирования системы и её взаимодействия с окружающей средой, т.е. это будет моделирование частного, узкого аспекта поведения системы; либо физик может построить общую модель функционирования системы, но она будет иметь такие широкие допуски, что с точки зрения физика будет практически недостоверна. Даже для моделирования отдельных биомолекул и их комплексов сегодня используются мощности только появляющихся суперкомпьютеров, а ведь биомолекулы – это ещё даже не элементарный уровень живого, отдельные биомолекулы не обладают свойством жизни, лишь клетка в целом является элементарной единицей живого. Такая сложность объектов биологических исследований держала биологию на стадии описательной науки до конца *XX* века. Но эта же сложность позволила разглядеть шкалу времени именно в поведении биосистем, причём как в эволюции, так и в индивидуальном развитии.

Сегодня же эволюционная парадигма распространилась на общее представление об истории мироздания, биологическая эволюция представляется лишь частным этапом эволюции Вселенной, ей предшествовала эволюция физическая (началась с момента большого взрыва, время формирования элементарных частиц, первых атомов), эволюция астрономическая (появление звёзд, планет, галактик), эволюция химическая (возникновение сложных, в том числе органических, молекул на поверхности Земли, сложивших субстрат для зарождения жизни), далее следует эволюция биологическая, которая на сегодняшнем этапе породила эволюцию культурную, реализующуюся в человеческом обществе. Предшествующие этапы эволюции всё ещё продолжаются, они не окончились и, видимо, никогда не окончатся, но каждый последующий этап эволюции возникает на фундаменте предыдущего как надстройка, имеющая качественно новые свойства, и в процессе каждого последующего этапа возникают структуры, многократно превосходящие по своей сложности все структуры предыдущего этапа эволюции. Структуры предыдущих этапов эволюции служат базисом для последующих. Так, живые системы состоят из элементарных частиц (физический этап), объединённых в молекулы (химический этап), их существование напрямую зависит от таких физических условий созданных на планете Земля, как температура, гравитация, минеральный состав среды (астрономический этап). Но жизнь создаёт свою структурную сложность, не являясь «суммой сложностей» составляющих её компонентов, поэтому и законы, управляющие жизнью, не редуцируемы до физико-химического уровня. Справедливости ради надо сказать, что материалистические идеи физической и астрономической эволюции мироздания предшествовали появлению теории биологической эволюции, в качестве примера можно привести «Всеобщую естественную историю и теорию неба» Имануила Канта, вышедшую в 1755 году, но подобные работы не раскрывали всеобщих фундаментальных законов эволюции того уровня организации материи, который рассматривали, это были философские трактаты, каковые можно встретить во многих культурах многих эпох.

Хотя эволюционную парадигму окончательно привнесла в научное мировоззрение биология, шкала времени изначально появилась в одном разделе классической физики: в термодинамике. Согласно второму закону термодинамики, энтропия мира стремится к максимуму. Это значит, что энергия рассеивается, сложное распадается до простого, хаос

неизбежно овладевает миром. Остывший чайник не станет горячим самопроизвольно, капля чернил, растворённая в банке с водой, не соберётся назад в каплю. Но направленность процессов, изучаемых термодинамикой, должна приводить к результатам отличным от тех, которые мы наблюдаем в окружающем нас мире. В процессе эволюции, наоборот, появляются всё более сложные, совершенные и высокоупорядоченные системы. Творения природы и человека поражают своей сложностью и совершенством. Это кажущееся противоречие реальности эволюционирующей вселенной и второго начала термодинамики и должна разрешить синергетика.

Кроме того, эволюционные теории чаще всего объясняют процесс эволюции уже существующих систем и ничего не говорят об их возникновении. А классические теории самозарождения сложных систем, особенно если это касается таких сверхсложных систем, как живые системы, плохо объясняют реальный процесс возникновения системы, теоретически описывая некоторые гипотетические аспекты этого процесса. Пользуясь этими теориями, нельзя реально запустить процесс зарождения, скажем, живой клетки, или точно смоделировать его на компьютере. Действительно работающая теория процессов самозарождения, самоорганизации, и методология, пытающаяся управлять этими процессами, появились лишь в синергетике. Сегодня вопросы самозарождения, самоорганизации, поддержания структурной сложности интересуют не только биологов. Новые вещества, обладающие невиданными ранее физическими и химическими свойствами, состоящие из сложнейших молекулярных структур будет выгодно синтезировать, только если найти методы их самосборки. Самосборка революционно упростит и удешевит процесс создания большого количества технических устройств, состоящих из однотипных деталей молекулярных размеров: микропроцессоры, нанороботы. Вопросы воспроизводства машинами самих себя, самообучения, самоорганизации нейронных сетей - всё это требует также синергетического подхода. В политике государственным устройством, отражающим старое научное мировоззрение, могла бы быть, пожалуй, диктатура, с её попыткой максимального контроля над каждым элементом системы, управление такой системой должно отбирать львиную долю её ресурсов, кроме того, такая система всегда будет искусственной. Демократическое устройство общества гораздо более органично с точки зрения синергетики, поскольку опирается на естественную самоорганизацию социума с учётом природы, потребностей и стереотипов поведения большинства. Синергетический подход предполагает умение находить критические точки в организации социума, приложение к которым небольшого по энергозатратам направленного воздействия будет поддерживать или перестраивать всю организацию социума в целом. К диссидентам, личностям, отрицающим существующую организацию общества или исповедующим взгляды и принципы, отличные от взглядов и принципов большинства, в развитых демократических странах подход чисто статистический. Небольшой процент альтернативной информации или взглядов не в состоянии изменить систему в целом, поэтому на противодействие бывает не целесообразно тратить ресурсы. Кроме того, статистический разброс мнений и моделей поведения, как и разнообразие признаков в популяции, делает систему более устойчивой к внешним и внутренним потрясениям, более лабильной в плане эволюционных изменений. Диктатуры стремятся к тотальному искоренению инакомыслия, что приводит к неоправданным энергозатратам. При приближении к 100% результату затраты усилий на его достижение увеличиваются в логарифмической прогрессии до бесконечности (рис. 1). Чем бы мы не занимались, изучали иностранный язык или истребляли инакомыслящих, на достижение 80% результата у нас уйдёт, допустим, 2 года. Далее, на достижения 90% результата (т.е. чтоб продвинуться вперёд всего на 10%) будет необходимо ещё 2 года, затем у нас уйдёт ещё 2 года, чтоб продвинуться вперёд на следующие 5% и т.д. 100% результат же недостижим никогда, поэтому всегда приходится искать компромисс между качеством и энергозатратами.

Правда, своя логика в страхе инакомыслия тут есть. Диктатура, как искусственная система организации социума, всегда неустойчива, и неустойчивость эта, вызванная накоплением ошибок внутри не самоорганизующейся, жёсткой, ригидной, механической системы постоянно нарастает, так что вскоре становится достаточно небольшого толчка для разрушения, перестройки всей системы.

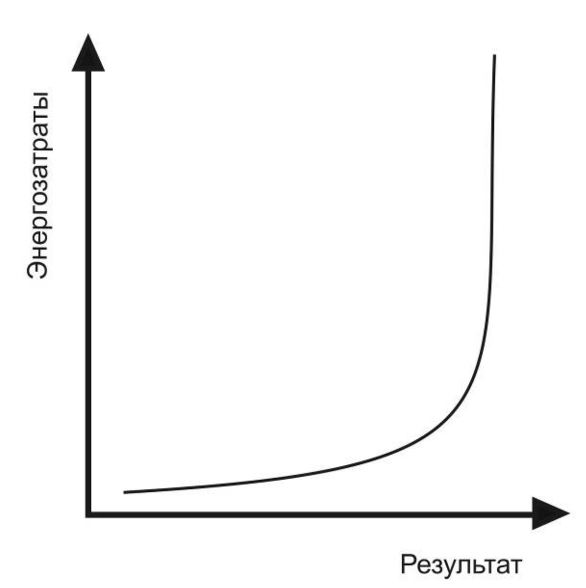


Рис. 1. Кривая зависимости результата от энергозатрат.

Чем отличаются устройства, созданные человеком, от живых структур? Во-первых, конечно, уровнем сложности. Но смогут ли существовать рукотворные творения, сделанные по таким же технологиям, как те, которые используются в сегодняшних машинах или компьютерах, имей они уровень сложности живых существ, а тем более, смогут ли они существовать в меняющейся, наполненной хаотичными дестабилизирующими влияниями внешней среде? Очевидно, нет. Перед проблемой сложности уже встали программисты. Когда программный код операционной системы составляет более 5 миллионов строк, а хороший программист делает 1 ошибку, которая остаётся незамеченной, на 100 строк кода, в программе должны накапливаться десятки тысяч неисправленных ошибок, которые делают программу нестабильной или вообще не функциональной. То же относится к современным техническим устройствам. Видимо, принцип организации живых существ принципиально иной: сталкиваясь с разрушающими воздействиями внешней среды, случайными ошибками внутри собственного механизма, они могут компенсировать и исправлять их, не только оставаясь жизнеспособными, но ещё и приспосабливаясь, совершенствуясь, усложняясь в процессе эволюции. Разгадка жизнеспособности природных биосистем заключается в том, что эти системы – самоорганизующиеся.

Пригодна ли методология традиционной науки для исследования принципов строения самоорганизующихся систем, таких, как живые системы? Традиционная наука оперировала преимущественно аналитическими методами. Организм разрезается на ультратонкие срезы, раскладывается на отдельные биомолекулы, при этом редуцируется до пребиологического уровня. Но, даже если мы детально изучим свойства всех элементов самоорганизующейся системы, этого будет недостаточно для выяснения законов их взаимодействия, организации в целое, для понимания природы возникновения, существования и эволюции целого. Целое больше суммы составляющих его частей, диалектический закон Гегеля о переходе количества в качество ярко проявляет себя в возникновении самоорганизующихся систем. Поэтому понимание природы таких систем требует иной методологии, во-первых, по преимуществу синтетической, объединяющей, а не аналитический, расчленяющей, а во-вторых, способной исследовать их в динамике, поскольку расчленение такой системы на временн*ы*е элементы разрушает её, замороженная жизнь перестаёт быть жизнью; жизнь, самоорганизация, это процесс, а не форма. Если вы введёте в поисковой строке *Google* словосочетание «моделирование в биологии», то увидите, что 95 % ссылок ведут на сайты, посвящённые синергетическому моделированию. Понимание процессов самоорганизации имеет ключевое значение для создания реальной искусственной жизни или точных компьютерных моделей, достоверно воспроизводящих жизнь в виртуальном пространстве.

Термин «***синергетика***» (от греч. – «согласованное действие») был введён немецким исследователем *Германом Хакеном* в 60-х годах 20 века. *Синергетику можно рассматривать, как науку о коллективном поведении, организованном и самоорганизованном*. Отдельные элементы системы организуются, словно управляемые невидимой рукой, с другой стороны, элементы системы, взаимодействуя друг с другом, сами же создают эту невидимую руку.

Получается круг причинных связей, называющийся ***циклической причинностью: параметр порядка*** *– та сила, которая упорядочивает поведение элементов в системе, организуя систему как целое, создаётся взаимодействием самих же элементов друг с другом.*

Иначе, *синергетика – наука о самоорганизации, т.е. самопроизвольном возникновении пространственной и временной упорядоченности в открытых, нелинейных системах.*

Открытые *системы: системы обменивающиеся энергией, веществом и информацией с окружающей средой.*

Нелинейное *поведение: поведение, определяющееся нелинейной зависимостью от переменных, математически описываемое нелинейными уравнениями.* При изменении значения одной из переменных значения других переменных, характеризующих систему, могут меняться не пропорционально изменению первой, часто бывает трудно предсказать, как поведёт себя нелинейная система при изменении, добавлении или изъятии одного из составляющих: это может привести к коллапсу или полному изменению всей системы, а может не оказать на систему практически никакого эффекта. Вообще, идея нелинейности включает в себя многовариантность, альтернативность выбора путей эволюции и её необратимость. (Линейная динамическая система, в отличие от нелинейной, функционирует вблизи одного стационарного состояния, не зависящего от времени - как, например, свободное колебание маятника). Подсистемы линейной системы слабо взаимодействуют между собой и практически независимо входят в систему. Изменение ответа линейной системы на внешнее воздействие почти пропорционально этому воздействию. Линейные системы обладают свойством аддитивности, при котором целая система сводима к сумме составляющих её частей.

> J Нелинейный эффект:
>
> Девушка собирает в лесу за час 2 килограмма ягод, парень – 3 килограмма. Но не факт, что вместе они соберут 5 килограмм.

Системы, исследуемые нелинейной наукой, также называются сложными, или ***эмерджентными*** (*emerge* – возникать), их свойства не сводимы к свойствам компонентов, они проявляют, при своём возникновении, вновь возникающие или эмерджентные черты, новые свойства, которые практически не проявляются у компонентов системы, исследуемых в отдельности.

В дальнейшем мы увидим, что закономерности возникновения порядка из хаоса ничуть не зависят от материального субстрата, ставшего сценой для наблюдаемых событий. В этом смысле лазер ведёт себя так же, как и группа клеток или конвекционные потоки жидкости. Очевидно, мы здесь имеем дело с проявлением одного и того же феномена. Мы обнаруживаем, что коллективное поведение отдельных индивидуумов (будь это атомы, молекулы, клетки, животные или люди) определяется ими же самими в ходе их взаимодействия друг с другом: через конкуренцию, с одной стороны, и кооперацию, с другой. Все жизненные процессы, начиная с внутриклеточных и заканчивая теми, что происходят в человеческом обществе, неизменно связаны и переплетены друг с другом, причём все участвующие в этих процессах элементы прямо или опосредованно взаимодействуют между собой. Таким образом, мы постоянно имеем дело с чрезвычайно сложными, комплексными системами. Однако синергетические модели, описывающие процессы самоорганизации, часто оказывается много проще классических физических моделей, т.к. нам не нужны исчерпывающие сведения обо всех нюансах строения и поведения элементов системы, мы редуцируем степень сложности системы, исследуя только параметры порядка. В этом нам помогает то обстоятельство, что параметры порядка проявляются при макроскопических изменениях в поведении системы и представляют собой величины долгоживущие.

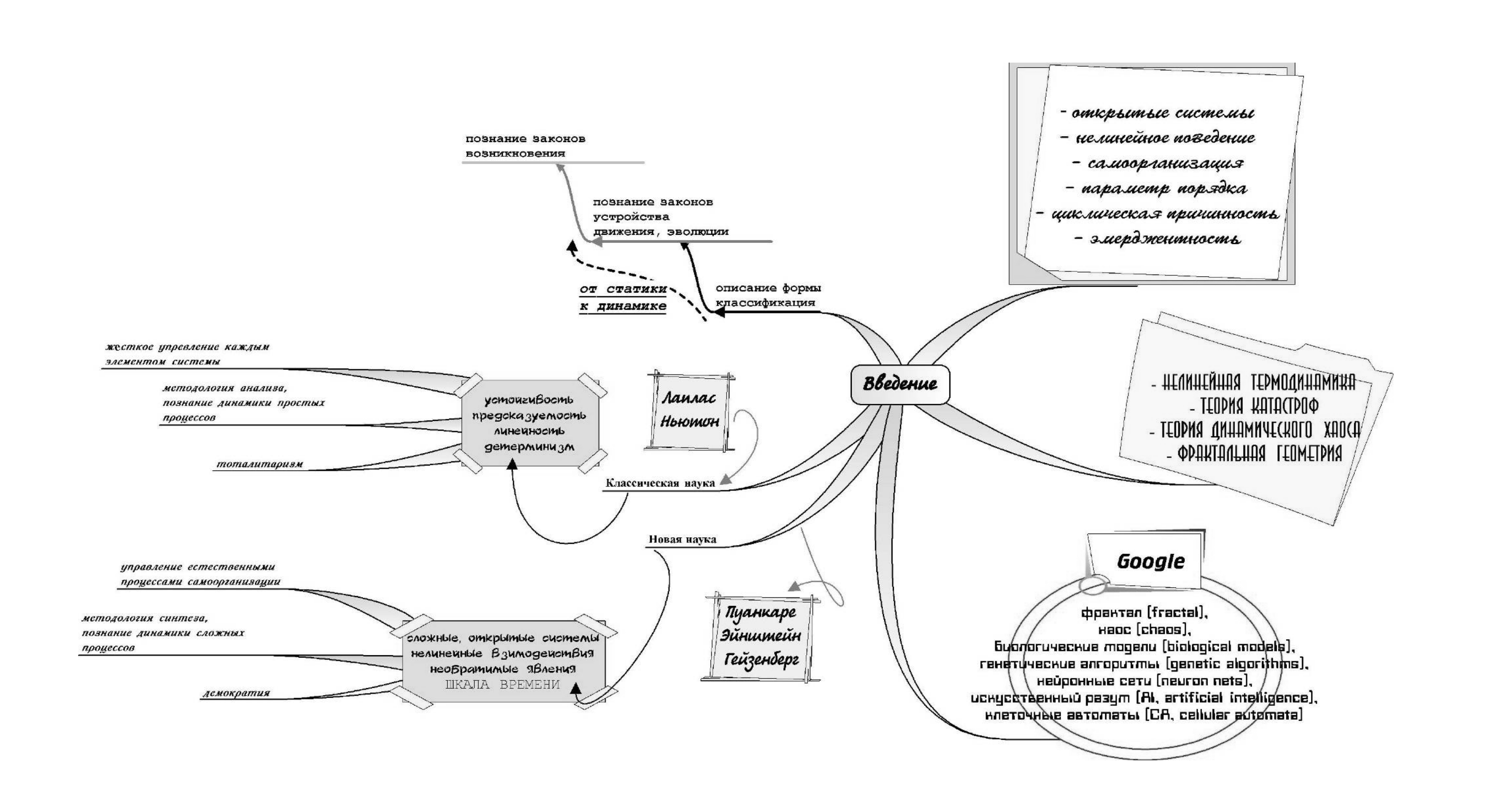
Общность принципов самоорганизации делает синергетику междисциплинарной областью исследований, синергетический подход используется во всех естественных, гуманитарных, точных науках, изучающих процессы, протекающие в сложных системах. Но изначально синергетика, которую иначе ещё называют “*nonlinear science*”, или наука, исследующая нелинейные явления, появилась как область физико-математических исследований, поэтому теоретический фундамент синергетики включает в себя такие направления, как нелинейная термодинамика, теория катастроф, теория динамического хаоса, фрактальная геометрия. Сегодня исследователь в области естественных наук может рассматривать синергетику как комплекс методологий, позволяющих исследовать сложные структуры и процессы, и эти методологии доступны для понимания и использования и биологу, и химику, и

гуманитарию, не имеющих фундаментального физического образования. Конечно, использование этих методологий предполагает освоение общих принципов синергетики.

Сегодня, если поискать в базах данных научных публикаций, можно найти тысячи статей синергетического направления, появляющиеся ежемесячно, постоянно растёт ряд периодических изданий, самые старые и известные из которых: *Nonlinear World; Nonlinearity; Journal of Nonlinear Science; Physica D. Nonlinear Phenomena; Chaos; Chaos, Solitons and Fractals; Fractals; International Journal of Bifurcation and Chaos*. Синергетику начинают преподавать в школах, в том числе российских (московская школа №363; ***http://sins.xaoc.ru***), выпущено пособие для учителей: «*Fractals for classroom*» (Peitgen et al., 1992). В России преподавание курсов нелинейной динамики, синергетики, динамического хаоса, фрактальной геометрии проводятся в Московском Физтехе, Московском, Санкт-Петербургском, Дальневосточном, Саратовском, Нижегородском государственных университетах. Введя в поисковой строке *Google* слова и словосочетания: фрактал (fractal), хаос (chaos), биологические модели (biological models), генетические алгоритмы (genetic algorithms), нейронные сети (neuron nets), искусственный разум (AI, artificial intelligence), клеточные автоматы (CA, cellular automata) будем находить тысячи и тысячи ссылок на сайты синергетической направленности, как научно-популярные, так и чисто научные, отдельных исследователей и целых институтов, пестрящие фантастическими образами фрактальной геометрии, наполненные эволюционирующими существами, живущими в виртуальных мирах и моделями самоорганизации. Весь материал по теме данного курса: сами пособия, основная литература, программы, галереи изображений, презентации можно получить на CD или DVD у лектора.

Вопросы для самопроверки.

1. *В чём заключается и какие предпосылки имеет смена научной парадигмы, привёдшая к появлению синергетики? (Какие цели ставили перед собой учёные разных эпох, каковы практические приложения старой и новой науки. Анализ и синтез в науке. Рождение эволюционного принципа в науке.)*
2. *Мир Лапласа и мир Пуанкаре: в чём различие между ними?*
3. *Дайте определение «синергетики».*
4. *Что такое циклическая причинность и параметр порядка? (Почему поведение элемента системы отлично внутри системы и вне её, почему система не равна лишь сумме составляющих её элементов)*
5. *Какие системы называют открытыми, какое поведение нелинейным?*
6. *Что такое эмерджентные системы?*
7. *Почему познание биологической жизни невозможно без синергетического подхода, а возможно лишь изучение отдельных её элементов?*
8. *Что включает в себя нелинейная наука?*
9. *Почему синергетика это столь междисциплинарное направление исследований?*
10. *Какая традиционная область физики изучала процессы, имеющие шкалу времени, необратимые, и как её постулаты расходились с эволюционными представлениями?*



Введение
познание законов возникновения
познание законов устройства движения, эволюции
описание формы классификация
от статики к динамике
- открытые системы
- нелинейное поведение
- самоорганизация
- параметр порядка
- циклическая причинность
- эмерджентность
- нелинейная термодинамика
- теория катастроф
- теория динамического хаоса
- фрактальная геометрия
Лаплас Ньютон
Классическая наука
устойчивость предсказуемость линейность детерминизм
жесткое упревление каждым элементом системы
методология анализа, познание динамики простых процессов
тоталитаризм
Новая наука
Пуанкаре Эйнштейн Гейзенберг
сложные, открытые системы нелинейные взимодействия необратимые явления ШКАЛА ВРЕМЕНИ
управление естественными процессами самоорганизации
методология синтеза, познание динамики сложных процессов
демократия
Google
фрактал [fractal],
хаос [chaos],
биологические модели [biological models],
генетические алгоритмы [genetic algorithms],
нейронные сети [neuron nets],
искусственный разум [AI, artificial intelligence],
клеточные автоматы [CA, cellular automata]

Лекция 2. Самоорганизация в неживых системах

«Вот видишь, все куда-то движется и во что-то превращается, чем же ты недовольна?»
Л. Кэрролл «Алиса в стране чудес»

Как было сказано в предыдущей главе, в традиционной науке долгое время отсутствовала шкала времени, практически вся классическая физика занималась обратимыми процессами. Исключение составляла термодинамика. Сложное разрушалось до простого, газ рассеивался, жидкости диффундировали и смешивались, энергия переходила в тепло и необратимо рассеивалась в пространстве, нагретые предметы остывали.

К концу *XIX* века гениальному австрийскому физику *Людвигу Больцману* (1844-1906) удалось найти ответ на вопрос, почему процессы в природе протекают в определённом направлении. Ответ этот гласил: *все процессы в природе движутся в сторону увеличения неупорядоченности*.

Понятия беспорядка и упорядоченности в физике сходно с таковым в обыденном сознании. Под хаосом, беспорядком подразумевается, что каждый из предметов может находиться в различных, непредсказуемых местах, в результате найти что-либо в такой системе и управлять ей становится не просто. Беспорядок связан с множеством возможностей взаиморасположений предметов, если характеризовать систему в целом, можно сказать, что система может находиться во множестве состояний беспорядка. «Порядок» же подразумевает единственное, заданное заранее расположение или поведение предметов, элементов внутри системы; возможно лишь одно состояние порядка. Иначе говоря, система в состоянии хаоса имеет множество степеней свободы, увеличение степеней свободы в системе подразумевает увеличение хаоса в ней. Хотя абсолютный хаос есть абсолютная симметрия, уровень информации в системе – нулевой. Условно, на двумерной плоскости бумаги его можно отобразить так, как на рисунке 2. Если представить себе наблюдателя, путешествующего через эту систему, то такой наблюдатель не сможет определить, какое расстояние и в каком направлении он прошёл, не сможет вернуться назад и узнать точку, из которой вышел: система полностью симметрична и гомогенна (точки на рисунке лишь символизируют абсолютную симметрию и гомогенность, но, конечно, не представляют её в точности).

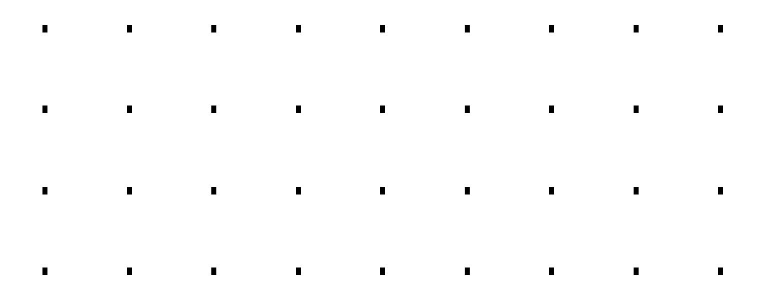


Рис. 2. Двумерный прообраз абсолютного хаоса – абсолютной симметрии.

Реализацией абсолютно хаотичного поведения в природе нам представляется броуновское, тепловое движение частицы (рис. 3). Но каков будет общий вектор движения такой частицы через достаточно большой, в идеале бесконечно большой промежуток времени, в каком направлении она сместится относительно своего начального положения, постоянно беспорядочно перепрыгивая то в одну, то в другую сторону, удаляясь, возвращаясь назад? Нетрудно догадаться, что общий вектор смещения бруновски движущейся частицы будет нулевым, она равновероятно будет смещаться во всех направлениях, векторы, направленные в противоположные стороны, складываясь, будут взаимоуничтожать друг друга, статистически такая частица будет неподвижна, и систему таких частиц в замкнутом пространстве можно отобразить тем же рисунком 2. В открытой системе различная плотность частиц внутри системы и вне нее уже

является общей асимметрией для системы, граничные частицы находятся в других условиях по сравнению с частицами, располагающимися во внутренних областях системы, различие вероятности соударений с другими частицами направляет вектор движения частиц за пределы системы, в пространство с их меньшей концентрацией.

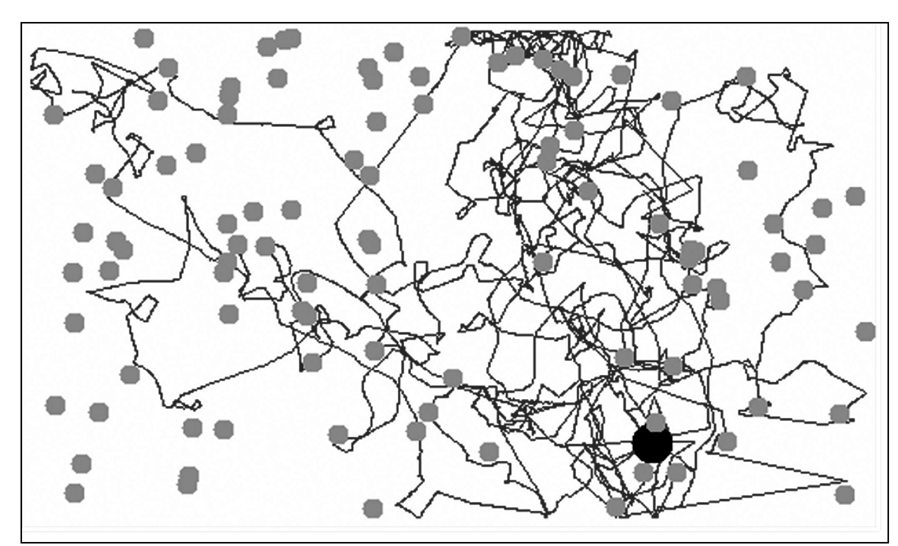
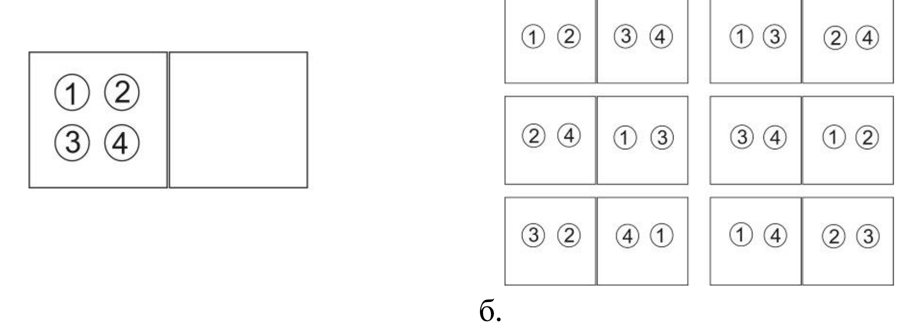


Рис. 3. Движение броуновской частицы (показан путь чёрной частицы).

Наглядно продемонстрировать, как множество возможностей или степеней свободы определяет меру неупорядоченности в физике, можно на простом примере. Рассмотрим модель газа, состоящую всего из 4 молекул, которые мы обозначим цифрами от 1 до 4. Допустим, мы должны распределить этот газ по двум камерам. Существует всего *одна* возможность поместить все молекулы в одну камеру (на рис. 4а) и целых *шесть* различных вариантов того, как это можно сделать, распределив молекулы попарно по двум камерам (рис. 4б). На макроскопическом уровне мы имеем, собственно, всего два варианта: в одном случае все молекулы находятся в одной камере, а во втором – поделены пополам и находятся в разных камерах. *Принцип Больцмана гласит, что природа стремится к таким состояниям, при которых имеется наибольшее количество осуществимых вариантов*. Используемое физиками понятие «***энтропия***» определяется, по Больцману, количеством таких возможностей, а точнее, логарифмом этого числа. Итак, *природа стремиться к состоянию максимальной энтропии*. Мы знаем, что по законам диффузии броуновски движущиеся частицы стремятся распределиться статистически равномерно между всеми сообщающимися камерами.



а. б.

Рис. 4. Демонстрация принципа вычисления наибольшей энтропии по Больцману.

Другой пример увеличения степеней свободы в системе – резкое торможение автомобиля с нагревом тормозных колодок и покрышек. Во время направленного движения автомобиля все его части, в том числе атомы и молекулы, из которых состоят покрышки, имеют один общий вектор движения, хотя и продолжают совершать хаотичные тепловые движения, тем не менее, наличие одного общего вектора движения, одной степени свободы характеризует эту систему как низкоэнтропийную. При резком торможении от трения нагреваются покрышки, энергия однонаправленного движения автомобиля переходит в тепловую энергию хаотичного,

беспорядочного движения атомов покрышек. Мириады атомов движутся в различных направлениях, совершая тепловые колебания. Получается, что система, имёющая одну степень свободы, стала системой, имеющей огромное число степеней свободы. Согласно принципу Больцмана, это наиболее вероятное состояние системы. Автомобиль может затормозить, нагревая при этом свои покрышки, но вероятность того, что все атомы покрышек вдруг, хаотично двигаясь, перейдут к однонаправленному движению, и их тепловая энергия, таким образом, станет энергией направленного вращения колёс, хоть и отлична от нуля, но практически неосуществима. Именно из-за высокой энтропии, хаотичности тепловой энергии её считают мёртвой энергией, это неиспользуемая, неуловимая энергия, рассеиваемая в пространство при любых энергетически зависимых процессах. КПД лампочки, двигателя внутреннего сгорания, гидротурбины далеки от 100% именно потому, что не вся энергия, перерабатываемая ими, идёт на совершение полезной работы, большинство энергии уходит в пространство в виде тепла. Большинство энергозависимых процессов прекращаются вследствие теплового рассеяния содержащейся в системе и требуемой для совершения работы энергии.

Из принципа Больцмана легко выводится ***второй закон термодинамики***, в формулировке Клаузиуса звучащий так: «*Энтропия мира стремится к максимуму*». Второй закон термодинамики рождает идею «тепловой смерти» Вселенной. Мир, подчинённый второму началу термодинамики – это мир разрушающийся, все его сложные системы деградируют, распадаются до простых, энергия равномерно рассеивается в пространстве и становится мёртвой, не способной на совершение какой-либо работы, количество информации, содержащейся в системе, уменьшается до нуля, мир остывает и становится абсолютно хаотичным. Но, хотя повседневный опыт и любые физические эксперименты подтверждают непреложность второго начала термодинамики, которому подчинено всё во Вселенной, как же объяснить тот факт, что вокруг нас столько бесконечно сложно организованных, низкоэнтропийных структур, в том числе мы сами и наш разум способный написать и понять эти строки – структуры, появившиеся в ходе эволюции мироздания, почему-то не распадающегося, а беспрерывно усложняющегося.

Синергетика – наука о самоорганизации. Можно предположить, что всё во Вселенной создано предельно низкоэнтропийным источником организации материи – богом, который сам существовал вечно, и поэтому вопрос о возникновении этого источника низкой энтропии даже не стоит перед научным мировоззрением. Но если мы отвергаем эту теорию, значит, нам придётся предположить, что помимо законов рассеяния и разрушения, материи присущи законы самоорганизации, формирования этих структур без «помощи» из-за пределов Вселенной. Простейшие примеры такой самоорганизации – фазовые переходы.

Самый известный фазовый переход – изменение конформационного состояния вещества, переход из твёрдого в жидкое и из жидкого в газообразное состояние при изменении температуры. ***Фазовый переход*** – *скачкообразное изменение физических свойств системы при непрерывном изменении внешних условий*. Во время фазового перехода изменяются лишь взаимодействия атомов вещества, то есть изменяется взаимодействие элементов системы между собой, но это ведёт к кардинальной перестройке всей системы в целом, изменению физических свойств вещества.

Другой пример фазового перехода – появление у ряда веществ свойства сверхпроводимости при охлаждении до определённой температуры. Например, ртуть становится сверхпроводником при охлаждении до 4,2 ^{0} К. Ток, пущенный по такой сверхохлаждённой ртути, сохраняется в ней бесконечно долго, т.к. не встречает сопротивления. Фазовый переход, приводящий к появлению сверхпроводимости, происходит скачкообразно при понижении температуры до 4,2^0 К, выше этой температуры ртуть имеет своё естественное сопротивление, в точке 4,2^0 К сопротивление падает до нуля. Ртуть может находиться либо в одном, либо в другом фазовом состоянии, переходное состояние неустойчиво, и не существует сколь либо продолжительное время (рис. 5).

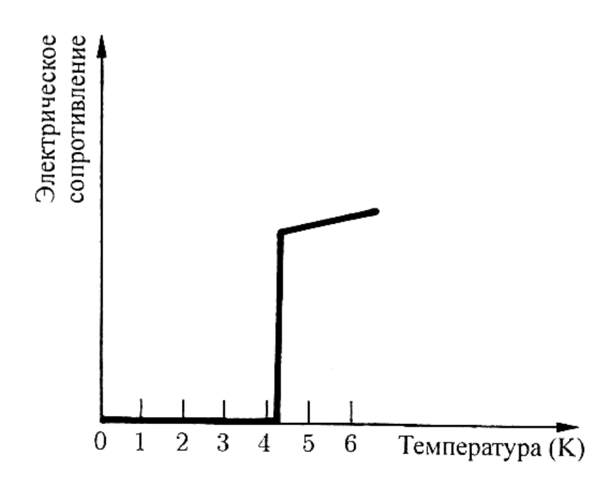


Рис. 5. График зависимости электрического сопротивления ртути от температуры. При температуре ниже критической (здесь это 4,2 ^{0} выше абсолютного нуля) электрическое сопротивление полностью отсутствует; выше же этой отметки сопротивление принимает некоторое конечное значение.

Третий пример изменения фазового состояния, который мы рассмотрим – исчезновение намагниченности ферромагнетика при нагревании до +774^0 С. В этом примере изменение макроскопических свойств также объясняется процессами, протекающими на микроскопическом уровне. Исследуя структуру магнитов, физики обнаружили, что они состоят из элементарных «магнитиков», которыми оказались сами атомы железа, (точнее, их электроны). Элементарные магниты связаны между собой определёнными силами. Однако, если одноимённые полюса обычных, макроскопических, магнитов отталкиваются друг от друга, то элементарные магниты обладают как раз противоположным свойством, и их одноимённые полюса притягиваются. Иначе говоря, элементарные магниты выстраиваются в определённом порядке, сохраняя одинаковую ориентацию. Объяснить такое необычное поведение можно лишь с привлечением работ *Гейзенберга* в области квантовой теории. При повышении температуры до +774^0 С и выше, тепловое движение атомов расстраивает симметричную ориентацию элементарных магнитов и общая намагниченность исчезает. Фазовое состояние вещества меняется. При охлаждении ниже критической температуры силы, упорядочивающие ориентацию элементарных магнитов, начинают преобладать над силами теплового движения, и фазовое состояние скачкообразно возвращается в прежнее состояние.

Теоретически, можно плавно приближаться к точке фазового перехода с бесконечно высокой точностью, уточняя параметры среды, при которых он совершается, при очень точном приближении достаточно будет поднять или опустить температуру, скажем, на миллионную долю градуса, чтобы фазовый переход совершился. Правда, иногда температура, при которой фазовое состояние изменяется в одну сторону, может, как ни странно, отличаться от температуры, при которой в оно изменяется в другую. Это связано с энергетической устойчивостью стабильных фазовых состояний, так что для разрушения существующего состояния нужно приложить дополнительную энергию, превышающую порог энергии, при котором вещество может находиться в новом состоянии, когда это состояние будет достигнуто. Пример: сохранение жидкого состояния переохлаждённой жидкости в отсутствии кристаллической «затравки», начального центра кристаллизации. Если бросить в такую жидкость кристаллик, вокруг мгновенно начнётся процесс кристаллизации и вся жидкость кристаллизуется.

Выяснено, что фазовые переходы, несмотря на различие в характере субстанций и феноменов, всё же подчиняются одинаковым закономерностям и сопровождаются одними и теми же основными проявлениями – такими, например, как *критические флуктуации* (несмотря на видимую мгновенность фазовых переходов, в точке перехода, когда, при изменении условий, состояние системы становится неустойчивым, система «тестирует» иные устойчивые состояния, например в жидкости при охлаждении могут формироваться молекулярные комплексы, которые станут центрами кристаллизации, но какой комплекс не разрушится, а сформирует кристалл, ставший центром кристаллизации всей жидкости, предсказать невозможно) или *нарушение симметрии* (кристаллическое состояние вещества кажется более симметричным и более упорядоченным одновременно, почему же упорядочение связывают с нарушением симметрии? В газообразном состоянии частицы вещества совершают броуновские движения, общий вектор которых, как было сказано выше, равен нулю, это состояние абсолютно симметрично во всех

направлениях, в кристаллах же можно выделить лишь несколько осей симметрии). Физикам удалось обосновать единые закономерности фазовых переходов. Допустим, неожиданное возникновение при таких переходах упорядоченных структур можно непосредственно перенести на процессы, происходящие в живых организмах, - ведь и здесь мы имеем дело, в определённом смысле, с упорядоченными структурами. Есть, однако, одно «но». В предыдущих примерах были рассмотрены вещества, приходившее в упорядоченное состояние только при понижении температуры. Физиологические же процессы при понижении температуры, напротив, ослабевают и даже полностью прекращаются, а результатом этого для многих живых существ становится смерть. Отличие всех рассмотренных систем от живых структур заключается в том, что все рассмотренные выше системы – это неподвижные равновесные структуры, это статичные системы. Живые же системы нуждаются в постоянном притоке энергии, что говорит об отличии процессов упорядочения, организующих их структуры, живые структуры - это динамичные структуры, они вообще не имеют статического равновесия. Жизнь – это процесс, а не структура, говоря «живая структура», мы предполагаем структуру, в которой этот процесс происходит.

Рассмотрим же несколько примеров самоорганизации, происходящих в сравнительно простых *физических динамических* системах.

В природе иногда можно наблюдать эффект так называемых «облачных улиц», параллельных гряд облаков, которые образуются конвекционными потоками воздуха, по одним из таких «улиц» нагретый от земли воздух движется вверх, а по другим охлаждённый опускается вниз. Таким образом, воздушные потоки образуют цилиндры и закручивают облачные массы (рис. 6).



Рис. 6. «Облачные улицы»

Этот же эффект можно наблюдать в конвекционных потоках нагреваемой жидкости (рис. 7). При равномерном медленном нагревании жидкости снизу, нижний слой жидкости оказывается более нагретым, чем верхние слои, нагретая жидкость начинает подниматься вверх. Поднимаясь, она теряет температуру благодаря рассеянию теплоты в более охлаждённых слоях жидкости, температура выравнивается, движение жидкости прекращается. Плавно увеличим нагрев (увеличим поток энергии через систему). Более нагретые участки жидкости начнут подниматься вверх быстрее. В определённый момент нижние слои жидкости перестанут успевать отдавать тепловую энергию вышележащим слоям только в процессе неорганизованного теплового движения отдельных молекул. Молекулы нагретой жидкости начнут подниматься вверх целыми кластерами. Такой нагретый участок жидкости отрывается от поверхности нагрева и локально проникает в вышележащие слои, по ходу теряя подъёмную силу из-за теплоотдачи и трения с окружающей средой, пока, наконец, его температура и температура окружающей жидкости не сравняются. Охлаждение и торможение, таким образом, препятствуют дальнейшему движению

нагретых кластеров, и оно прекращается, макроскопически жидкость продолжает пребывать в состоянии покоя. Такое положение дел, однако, возможно лишь до тех пор, пока разница температур невелика.

При нагреве до определённой, критической температуры движение жидкости станет столь интенсивным, что оторвавшийся от нижних слоёв достаточно большой нагретый кластер жидкости, сместившись вверх, создаст под собой локальную зону пониженного давления, куда устремится жидкость из верхних, более охлаждённых слоёв, вытесненная оттуда движущимся кластером. Этот процесс будет самоподдерживаться, пока жидкость продолжает нагреваться, то есть пока через систему будет проходить достаточный для совершения этого процесса поток энергии. Макроскопический поток нагретой жидкости устремляется вверх, в верхних слоях жидкости вытесняет холодную жидкость, которая, спускаясь вокруг нагретого потока, занимает его место в нижнем слое. В нижнем слое холодная жидкость нагревается, в верхнем нагретая охлаждается, и процесс продолжается циклично. Первый конвекционный валик жидкости рождает вокруг себя асимметрию, градиент температуры и давления, он служит «затравкой» для образования вокруг подобных ему конвекционных потоков, и в результате очень скоро всё нагреваемое пространство жидкости будет разбито на параллельные конвекционные потоки. Так система может интенсифицировать диссипацию избытков тепла в пространство.

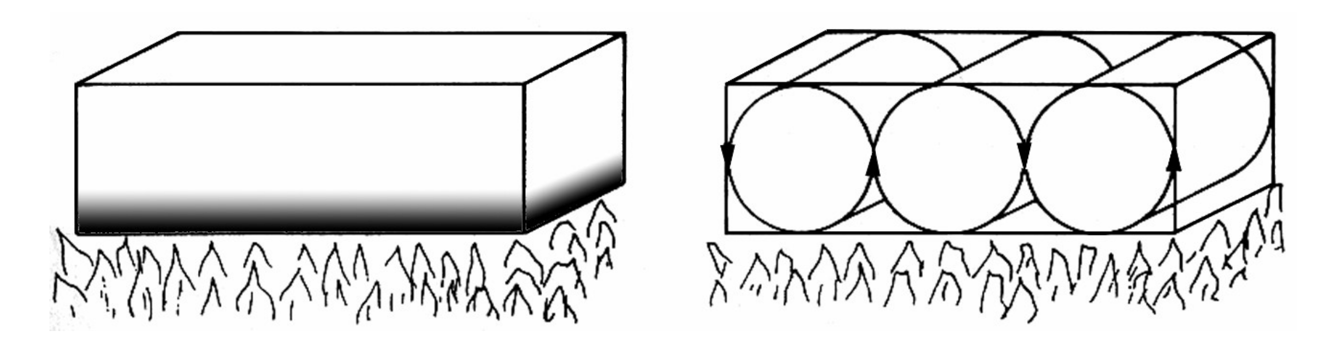


Рис. 7. Слева: слой жидкости, медленно подогреваемый снизу; справа: цилиндрические конвекционные потоки жидкости, вверх поднимается нагретая жидкость, вниз спускается охлаждённая.

Рассматривая систему, в которой возникают конвекционные потоки жидкости, как самоорганизующуюся, мы видим, как устойчивое равновесие в равномерно нагретой жидкости становится неустойчивым при нагревании, так что система вынуждена перейти к состоянию нового устойчивого равновесия с появлением макроскопических конвекционных потоков. Переход жидкости в это новое устойчивое состояние сопровождается критическими флуктуациями в виде отрывов микроскопических кластеров нагретой жидкости, которые во множестве рассеиваются в верхних слоях жидкости, не рождая стабильных макроскопических конвекционных потоков, пока, наконец, один или несколько из них не окажутся настолько велики, что перерастут в самоподдерживающийся процесс макроскопического конвекционного вращения жидкости. Где в равномерно нагреваемой жидкости возникнет первая конвекционная ячейка, в каком направлении она будет направлена предсказать невозможно. Это может зависеть от бесконечно малых различий в размере критических флуктуаций, беспрерывно возникающих на всём пространстве нагреваемой жидкости. Фазовый переход, приводящий к появлению конвекционных ячеек, сопровождается потерей симметрии в жидкости. Если до него гипотетический микроскопический наблюдатель, двигающийся внутри слоя жидкости, не был в состоянии сказать, какой путь, и в каком направлении он прошёл, то после фазового перехода в жидкости появились макроскопические ориентиры: упорядоченные направленные конвекционные потоки, то есть пространство перестало быть симметричным, объём информации, содержащийся в нём, возрос, система самоструктурировалась, её энтропия уменьшилась. *Итак, общие закономерности процессов самоорганизации, наблюдаемые в примере с возникновением конвекционных ячеек: переход из одного устойчивого состояния в другое, потеря симметрии, критические флуктуации в момент перехода, невозможность точного предсказания состояния системы после фазового перехода*.

На рисунке 8 показан результат компьютерного моделирования образования цилиндрических валов в нагреваемой снизу жидкости, помещенной в сосуд, дно которого имеет

форму круга. Разница между температурами верхнего и нижнего слоя подобрана так, что становится возможным возникновение ячеек. Если направление горизонтальной оси ячейки задано изначально, то с течением времени жидкости удаётся создать систему ячеек, соответствующую этому образцу. В средней колонке показан аналогичный случай, но здесь заданный образец был сориентирован иначе. В правой колонке ситуация изменена: заданы два образца, один из которых несколько «сильнее» другого. В результате конкурентной борьбы именно он побеждает, и в жидкости образуется система ячеек, соответствующая этому образцу, но с некоторыми модификациями. Несколько иные начальные условия приведут к некоторым различиям в рисунке самоорганизации системы, но общий принцип останется тем же.

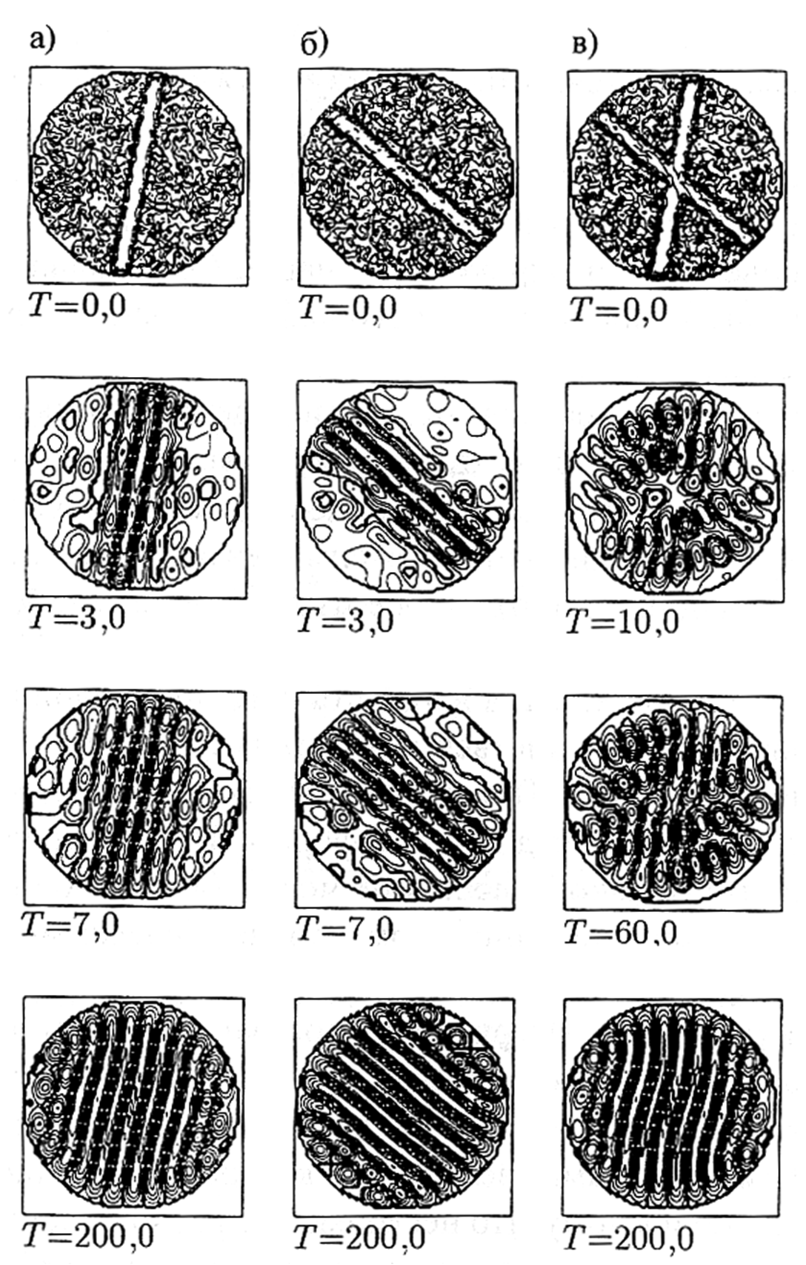


Рис. 8. Результат компьютерного моделирования образования цилиндрических валов в нагреваемой снизу жидкости.

В реальности, конвекционные потоки, заполняя всё пространство нагреваемой жидкости, при определенных граничных условиях и вязкости жидкости образуют ячеистые структуры – *ячейки Бенара* (рис. 9), чаще всего шестиугольники (при рассмотрении с поверхности), хотя могут сформироваться локальные устойчивые структуры с другим количеством граней. Гексагональная укладка шарообразных тел является наиболее плотной, поэтому мы так часто встречаем её в природе: клетки эпителиального пласта, соты, пузырьки пены. Конвекционные потоки становятся хорошо заметными при добавлении в нагреваемую жидкость окрашенного

порошка. Стенки гексагонов образованы нисходящим потоком остывшей жидкости, в центре – восходящий нагретый поток.

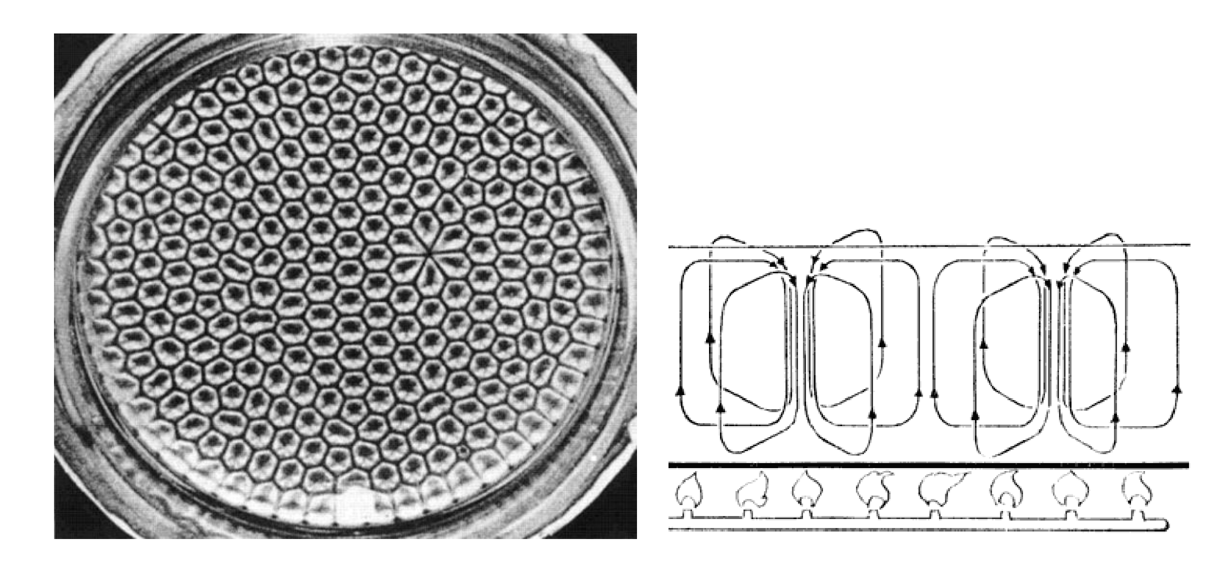


Рис. 9. Конвективные ячейки Бенара. В 1900 году была опубликована статья французского исследователя Бенара с фотографией структуры, по виду напоминавшей пчелиные соты. При нагревании снизу слоя ртути, налитой в плоский широкий сосуд, весь слой неожиданно распадался на одинаковые вертикальные шестигранные призмы, которые впоследствии были названы ячейками Бенара. В центральной части каждой ячейки жидкость поднимается, а вблизи вертикальных граней опускается.

При нагревании не только дна, но и стенок сосуда круглой формы возможно преобразование гексагональной ячеистой структуры в спиральную. На рисунке 10 показаны фрагменты этого процесса: первый рисунок – гексагональная структура в начале нагрева стенок, ближайшие к ним гексагональные формы начинают вытягиваться, то есть, при изменении условий нагрева ячеистая гексагональная структура может стать неустойчивой, замещаясь новым устойчивым состоянием – в данном случае спиральной структурой. На промежуточных стадиях этого перехода образуются конвекционные потоки с непредсказуемой ориентацией, это случайные критические флуктуации рассматриваемой системы, далее происходит автоотбор такой конфигурации потоков, которая приводит к наиболее эффективному рассеянию энергии, эта конфигурация, в конце концов, начинает доминировать, становясь параметрами порядка, подчиняя себе всю систему.

В природе ячейки Бенара можно обнаружить в вулканической лаве, которая, застывая, образует шестигранные блоки. В солёных озёрах, нагреваемых снизу теплом земных недр, порой возникают гексагональные соляные образования. На рисунке 11 приведён образец такого образования с пересохшего солёного озера в восточной Африке. Земную мантию, расположенную между ядром и поверхностью, можно рассматривать как слой жидкости, нагреваемый снизу и охлаждаемый сверху. Образующиеся в такой системе конвекционные потоки движутся подобно описанным выше ячеистым структурам и оказываются в состоянии двигать материки, однако эти процессы протекают очень и очень медленно.

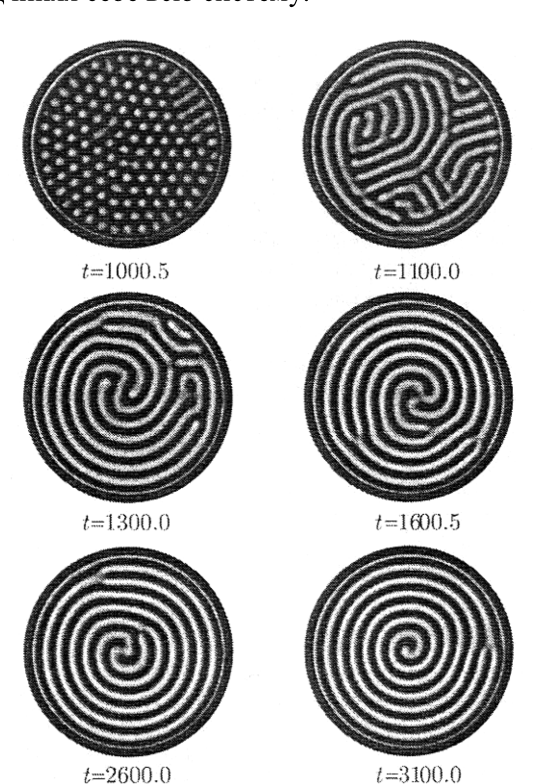


Рис. 10. Формирование конвекционных потоков при нагреве дна и стенок сосуда.



Рис. 11. Гексагональные соляные образования пересохшего солёного озера в восточной Африке.

Следующий пример самоорганизации в динамической системе – *лазер*. Для синергетики это практически незаменимый, образцово-показательный пример самоорганизации, который можно использовать в качестве аллегории для очень многих процессов, вплоть до социальных. Переход электротока в световую энергию в обычном источнике света происходит следующим образом: электрический ток, как известно, передаётся множеством свободно движущихся электронов, которые сталкиваются с отдельными атомами светоизлучающей субстанции, при столкновении свободно движущийся электрон передаёт часть собственной энергии атому, один из электронов атома переходит со своей орбиты на орбиту с более высоким энергетическим уровнем (более высокую), а затем спонтанно (то есть совершенно самопроизвольно, в непредсказуемый момент времени) возвращается на прежнюю орбиту. Освобождённую при его возврате энергию он отдаёт в виде кванта электромагнитного (светового) излучения - световой волны. В обычном источнике света множество отдельных электронов возбуждаются и испускают световые волны хаотично, не синхронизировано.

В лазере происходит нечто совершенно иное, возникает абсолютно упорядоченный, практически бесконечный волновой цуг. Лазер отличается от обычного источника света наличием зеркал. Световые волны, возникающие в лазере, способны сами возбуждать электроны светоизлучающей субстанции, что приводит к испусканию дополнительных световых волн. Зеркала нужны, чтоб задержать большинство образующихся световых волн внутри лазера. Чем больше волн будут взаимодействовать со светоизлучающей субстанцией продолжительное время, тем больше вероятность того, что они, взаимодействуя с атомами субстанции, произведут вторичные световые волны. От зеркал могут многократно отражаться лишь волны, имеющие длину, кратную расстоянию между зеркалами, то есть отражаются от зеркал и остаются между зеркалами только волны, которые укладываются между ними целиком один или несколько раз. Соответственно, волны именно этих длин начинают доминировать (рис. 12). Длина световой волны, как и частота её колебаний, зависит от её энергии. Электроны также по-разному взаимодействуют с различными волнами, при передаче энергии «отдавая предпочтение» волнам, частота которых, то есть несомая ими энергия, соответствует энергетическому уровню электрона. Именно эти волны, среди набора волн разной длины, задерживающихся между зеркалами, оказываются воспроизводимы возбуждёнными электронами снова и снова. Возникает автокаталитический процесс: волна определённой частоты эффективней других возбуждает электроны, что приводит к испусканию электронами дополнительного количества подобных волн, возвращающихся после, чтоб снова возбудить электроны, которыми они произведены. Волны доминирующей частоты вытесняют волны других частот. В результате вся энергия световых электронов оказывается собранна в единую равномерно колеблющуюся волну. Волна, распространившая своё влияние и определившая своим поведением порядок в лазере, играет роль параметра порядка.

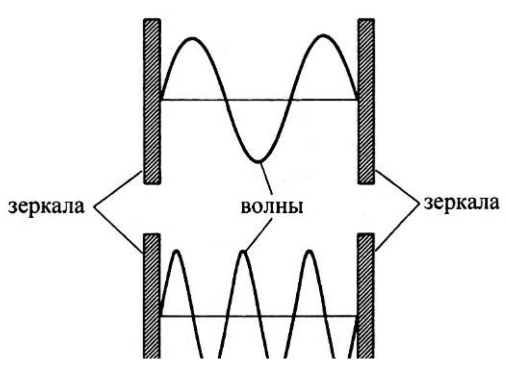


Рис. 12. Распространение световых волн между зеркалами в лазере.

Поскольку параметр порядка вынуждает отдельные электроны двигаться совершенно синхронно, мы снова можем сказать, что параметр порядка подчиняет себе отдельные элементы системы. Верно и обратное: параметр порядка (то есть доминирование световой волны определённой длинны) есть результат синхронных колебаний отдельных электронов. Возникновение параметра порядка, с одной стороны, и когерентного поведения электронов, с другой, взаимно обуславливают друг друга; в таких случаях принято говорить о *циклической причинности*. Перед нами ещё один типичный пример синергетического поведения. Для обеспечения синхронности колебаний электронов должен существовать параметр порядка (в данном случае эту роль выполняет световая волна определённой частоты), однако доминирование самой световой волны определённой частоты возможно только благодаря синхронным колебаниям электронов. В самом начале процесса синхронизации световых волн имеет место *конкурентная борьба* и *процесс отбора* между волнами разной длины. Конкурентная борьба и процесс отбора происходят и между нарождающимися конвекционными потоками в нагреваемой жидкости, очевидно, эти феномены можно добавить к списку эффектов, характеризующих любой процесс самоорганизации.

Не стоит удивляться, что явления, известные нам, биологам, прежде всего из теории эволюции, оказались используемы в описании поведения лазера или конвекционных потоков. Весь процесс биологической эволюции с точки зрения синергетики есть процесс самоорганизации макромолекулярных систем, где сохраняются и доминируют лишь системы, наиболее устойчивые в данных условиях. Выживающий вид или особь это есть параметр порядка (на видовом или оргнизменном уровне организации), представляющий собой наиболее стабильно организованную или динамичную надмакромолекулярную систему, подчиняющую себе, то есть вытесняющую, менее «жизнеспособные» системы. Мутации здесь – это критические флуктуации, спонтанно возникающие в самоорганизующейся системе; та флуктуация, которая окажется наиболее «жизнеспособной» в данных условиях и станет параметром порядка, подчинив себе всё пространство, на котором происходит самоорганизация (в данном случае это динамическое пространство всех возможных мутаций и форм, географически же пространство – ареал распространения признака, если рассматривать носителей нового признака, как часть экосистемы, часть экологического пространства нового признака популяции или вида - его экологическая ниша).

Задача генерации есть задача чисто количественная. Необходимо возбуждать световые электроны атомов светоизлучающей субстанции с такой скоростью, чтоб они оказались в состоянии испускать световые волны достаточно быстро и эффективно для компенсации фотонов уходящих за пределы лазера. Другими словами, потери энергии волн должны перекрываться энергией, получаемой в результате вынужденного излучения. Итак, переход от света обычной лампы к лазерному свету происходит скачкообразно при повышении силы электрического тока, пропускаемого нами через газоразрядную трубку. Существует некое критическое значение силы тока, при котором происходит фазовый переход, самоорганизация светового потока в единую когерентную волну.

Лазер постоянно обменивается энергией с окружающим миром, значит, он является открытой системой и чрезвычайно далёк от теплового равновесия, в отличие от сверхпроводника или ферромагнетика. Состояние упорядоченности в лазере поддерживается за счёт процессов самоорганизации, протекающих благодаря притоку энергии извне. Все свойства фазовых переходов, в том числе критические флуктуации и нарушение симметрии, присущи и процессу генерации лазерного света.

Особенно интересен химический лазер, в котором активная реакция фтора и водорода порождает возбуждённые световые электроны, то есть низкоуровневая тепловая химическая энергия (микроскопические энергии отдельных частиц) преобразуется в высокоуровневую энергию (макроскопическую энергию с меньшим числом степеней свободы) когерентного пучка фотонов. Подобная трансформация низкоуровневой тепловой энергии в высокоуровневую

происходит и в поршне двигателя, и является одним из основных принципов протекания биологических процессов.

В лазере, как и в жидкости, состояние макроскопической упорядоченности может быть достигнуто увеличением количества поступающей энергии. В случае с жидкостью мы повышаем температуру, получая в результате всё более и более сложные структурные образования вплоть до возникновения турбулентности; то же и с лазером: при дальнейшем повышении мощности накачки лазер внезапно начинает испускать регулярные невообразимо короткие, в триллионную долю секунды, интенсивные световые вспышки. Выходная мощность каждой вспышки при этом может быть сопоставима с мощностью всех вместе взятых электростанций страны. Описанные световые вспышки, называемые также ультракороткими лазерными импульсами, возникают в результате кооперации множества различных волн. Конкуренция между ними прекращается, вытесненная общим мощным усилием. Кроме того, лазеры способны генерировать ещё один тип света – турбулентный свет, что ещё более доказывает единство процессов самоорганизации.

Другой яркий пример самоорганизующихся структур можно встретить при исследовании *автокаталитических реакций,* в которых возникают хаотические автоколебательные процессы. В 1951 Б. П. Белоусов обнаружил автоколебания в реакции окисления бромата калия $KBrO_3$ малоновой кислотой $HOOC\text{-}CH_2\text{-}COOH$ в кислотной среде в присутствии катализатора - ионов церия Ce^{+3}. В 1961 механизм реакции Белоусова был объяснён А.М. Жаботинским, тогда аспирантом МГУ, реакция названа в их честь *реакцией Белоусова-Жаботинского* (***BZ-reaction***). В чашку Петри последовательно вносят с помощью пипеток насыщенный раствор бромата калия, раствор броммалоновой кислоты и раствор ферроина. В течение нескольких минут на красном фоне в чашке появляются голубые участки. Это обусловлено образованием комплекса ферроина $[Fe(phen)_3]^{3+}$ при окислительно-восстановительной реакции комплекса ферроина $[Fe(phen)_3]^{2+}$ с бромат-ионами:

$$6[Fe(phen)_3]^{2+}+6H_3O^{+}+BrO_3^{-} = 6[Fe(phen)_3]^{3+}+9H_2O+Br^{-}.$$

Этот процесс протекает с автоускорением. Затем образующийся комплекс $[Fe(phen)_3]^{3+}$ окисляет броммалоновую кислоту с образованием бромид-ионов:

$$4[Fe(phen)_3]^{3+} + BrCH(COOH)_2 + 7H_2O =$$
$$4[Fe(phen)_3]^{2+} + 2CO_2\uparrow + 5H_3O+ + Br^{-} + HCOOH.$$

Выделяющиеся бромид-ионы являются ингибиторами реакции окисления комплекса железа(II) бромат-ионами. Только когда концентрация $[Fe(phen)_3]^{2+}$ становится достаточно высокой, ингибирующее действие бромид-ионов преодолевается, и снова начинают протекать реакции получения броммалоновой кислоты и окисления комплекса. Процесс повторяется снова, и это отражается в окраске раствора. От голубых участков в чашке во все стороны расходятся концентрические круговые красно-голубые «волны» окраски.

Если содержимое чашки перемешать стеклянной палочкой, то раствор на непродолжительное время станет одноцветным, а потом периодический процесс повторится. В конце концов, реакция прекращается из-за выделения диоксида углерода. Можно внести в чашку Петри помимо всех перечисленных реагентов несколько кристалликов гексагидрата нитрата церия (III), тогда диапазон окрасок расширится: появится желтый цвет за счет производных церия (IV) и зеленый из-за наложения голубого и желтого цветов. В реакции Белоусова–Жаботинского источником энергии служит органическая малоновая кислота. Действительно, при ее полном окислении колебания в реакции затухают, а затем и сама реакция прекращается.

Б.П. Белоусов дважды посылал статью с описанием этой реакции в наши ведущие химические журналы, но оба раза отзывы рецензентов были отрицательными ввиду «теоретической невозможности» описанных процессов. Краткое содержание было опубликовано лишь 1958 г. в виде реферата в «Сборнике рефератов по радиационной медицине». Борис Павлович Белоусов умер 12 июня 1970 года, только в 1980 году А.М. Жаботинскому, Б.П. Белоусову (посмертно) и ряду других исследователей автоколебательных процессов была присуждена Ленинская премия.

Известно, что всякая реакция может идти с той или иной вероятностью, как в прямом, так и в обратном направлении. Реакция Белоусова-Жаботинского протекает в прямом направлении при избытке реагентов – идёт синтез продуктов реакции, и в обратном при избытке продуктов реакции – идет распад их до исходных реагентов. Прямая реакция, распространяясь от центров

своей инициации, увеличивает концентрацию продуктов реакции. В какой-то момент в центрах максимальной концентрации продуктов реакции (в точке инициации прямой реакции) начинается обратная реакция, с той же точки инициации распространяющая исходные реагенты. Когда концентрация исходных реагентов станет критической, а это произойдет опять же в точке инициации обратной реакции, в этой точке обратная реакция снова сменится прямой. Таким образом, всё пространство протекания реакции заполняется круговыми или спиральными макроскопическими «волнами», зонами повышенной концентрации исходных реагентов и продуктов реакции, берущих начало в центрах инициации реакции и сменяя друг друга волнообразно расходящимися от них. Специальный индикатор, окрашивающий реагенты и продукты реакции в разные цвета делает этот процесс видимым (рис. 14).



Рис. 14. Реакция Белоусова-Жаботинского

Здесь снова (как и в случае с лазером) приходит на помощь концепция параметра порядка и принципа подчинения. При введении в систему исходных реагентов в определённых концентрациях течение реакции становится нестабильным и замещается периодическими изменениями, то есть флуктуациями, которые играют роль параметра порядка и подчиняют себе отдельные молекулы. Вследствие этих флуктуаций реакция приобретает вынужденно периодический характер, при котором молекулы в едином ритме образуют новые соединения, а затем разрушают их, так что на макроскопическом уровне появляются волновые структуры и возникает впечатление, что каждая молекула, участвующая в реакции, знает, в каком месте раствора она находится и как ей в каждый момент времени себя вести, хотя это не так, каждая молекула обладает лишь информацией о своём непосредственном окружении. На примере реакции Белоусова-Жаботинского можно выделить следующий универсальный принцип самоорганизации – *процесс автокатализа*. Волны, физико-химические структуры, устойчивые флуктуации, являющиеся параметрами порядка, приводят систему в наиболее устойчивое состояние в данных условиях, то есть они энергетически наиболее выгодные для системы, своим появлением они инициируют возникновение себе подобных структур, пока эти структуры не вытеснят другие, менее устойчивые и менее энергетически выгодны режимы поведения системы.

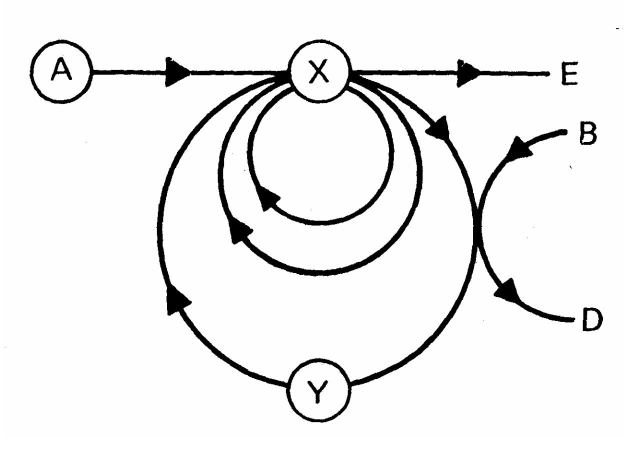


Рис. 15. Схема реакций «брюсселятора».

Реакция Белоусова-Жаботинского была изучена в деталях на базовой модели «*брюсселятор*» (рис. 15), названной в честь брюссельской научной школы под руководством *И.Р. Пригожина*, в которой проводились эти исследования. Классическая модель «брюсселятор» описывает гипотетическую схему химических реакций: $A n X$; $2X+Y n 3X$; $B+X n Y+C$; $X n R$. Ключевой является стадия превращения двух молекул x и одной молекулы y в x - так называемая *тримолекулярная реакция*. Такая реакция возможна в процессах с участием ферментов с двумя каталитическими центрами. Нелинейность этой реакции в

сочетании с процессами диффузии вещества и обеспечивает возможность пространственно-временных режимов, в том числе образование пространственных структур в первоначально однородной системе.

Сейчас известно довольно много реакций типа Белоусова - Жаботинского, например, реакция Бриггса - Раушера («йодные часы») - автоколебательная химическая реакция, в которой при взаимодействии пероксида водорода, йодата калия, сульфата марганца, серной и малоновой кислот и крахмала возникает колебательная реакция с переходами синий - золотой - бесцветный.

Выяснилось, что одна из простейших химических схем, описывающих колебания в системе двух последовательных автокаталитических реакций, математически тождественна уравнениям, которые итальянский ученый В. Вольтерра в начале 1930-х гг. использовал для описания экологических процессов. В настоящее время это известная модель Лотки–Вольтерры, которая описывает периодические изменения численности «жертвы» и «хищника» в экологических системах. С.П. Муштакова, профессор Саратовского государственного университета им. Н.Г.Чернышевского, рассматривает колебательную реакцию как взаимодействие двух систем, одна из которых черпает необходимую ей для развития энергию, вещество или другие компоненты из другой. Такая задача называется задачей о хищниках и жертвах.

Манфред Эйген (***Eigen, Manfred***), лауреат Нобелевской премии по химии 1967 года, создал теорию эволюции химических гиперциклов, которые могли предшествовать появлению живых структур. Комплексы сцепленных автокаталитических химических реакций могли размножаться путём автокатализа (подобно волнам в лазере), подвергаться мутациям, а затем вступать в конкурентную борьбу. Те гиперциклы, которые быстрее занимают всё доступное протеканию реакции пространство, или являются наиболее устойчивыми, или включают в себя наиболее распространённые вещества, или требуют минимальной энергии для своего протекания, распространяются и вытесняют конкурирующие гиперциклы. Гиперциклы, использующие разные реагенты могут сосуществовать, не вытесняя друг друга, можно сказать, что они занимают различные «экологические ниши». При избытке реагентов («жизненных ресурсов») конкурентная борьба может ослабнуть, возобновившись лишь при недостатке физического пространства для протекания реакций. Возможно сосуществование гиперциклов, имеющих различные стратегии выживания: одни стабильнее прочих, другие менее требовательны к ресурсам и так далее. *Принцип отбора*, как видим, есть общий принцип для всех самоорганизующихся систем, будь то лазер, биомолекулы, организмы или социальные структуры. Интересно, что в начальной редакции теории Эйгена уравнения, описывающие размножение биомолекул, имели точно такую же форму, что и описывающие «размножение» волн в лазере. Совпадения такого рода в двух совершенно разных областях у авторов, получивших свои уравнения независимо друг от друга, едва ли можно счесть случайным, оно указывает на существование универсальных принципов развития этих систем (рис. 16).

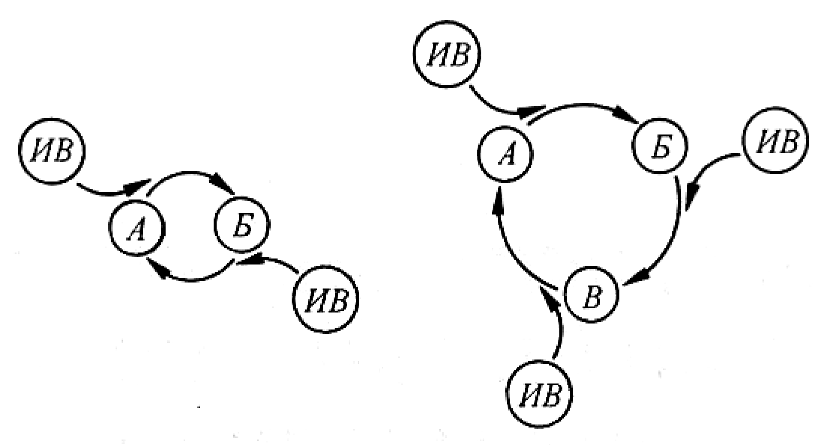


Рис. 16. Гиперциклы Эйгена. Слева: Молекулы типа А размножаются посредством автокатализа, однако при этом им необходимо содействие молекул типа Б в роли катализатора. Соответственно, молекулы типа Б размножаются посредством автокатализа при содействии молекул типа А в роли катализатора. Буквами ИВ обозначены молекулы исходных веществ. Справа: Гиперцикл с участием трёх различных типов молекул. Молекулы каждого типа размножаются автокаталитически, однако при этом им необходимо содействие молекул других типов, что и отображено на данной схеме. Круг участвующих в процессе молекул может быть значительно шире.

Последний интересный пример самоорганизации в физической системе, который я приведу: самоорганизация потоков плазмы. *Плазма* – вещество, нагретое до температуры в миллионы градусов, представляющее собой электронно-протонную смесь. Электроны при такой температуре сходят со своих орбиталей, атомарное строение вещества разрушается. Теоретически, в плазме могут происходить реакции термоядерного синтеза, свободные от электронных оболочек атомные ядра объединяются с выделением большого количества энергии, предполагается, что такие процессы происходят на солнце. Поэтому управление потоками плазмы интенсивно исследуется. Можно предположить, что в столь динамичной высокоэнергетической структуре неизбежны процессы самоорганизации. И действительно, физикам известно уже более сотни типов динамического равновесия потока плазмы: возникновения различных волн, образования абсолютно новых конфигураций потоков, некоторые конфигурации приводят к полному разрушения потока плазмы. На рисунке 17 показано одна из наиболее интересных конфигураций потоков.

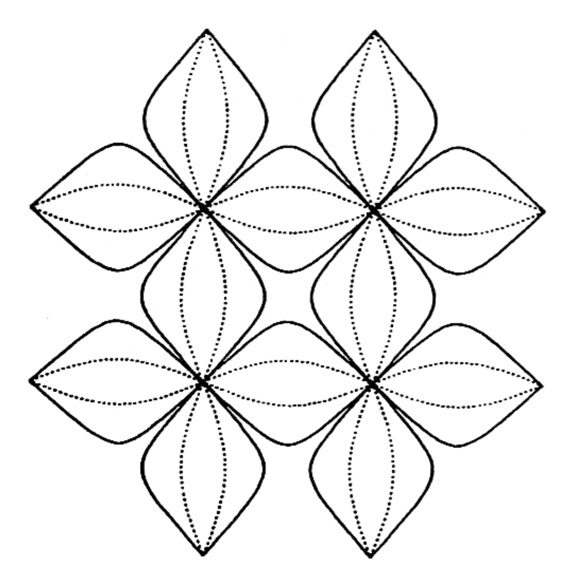
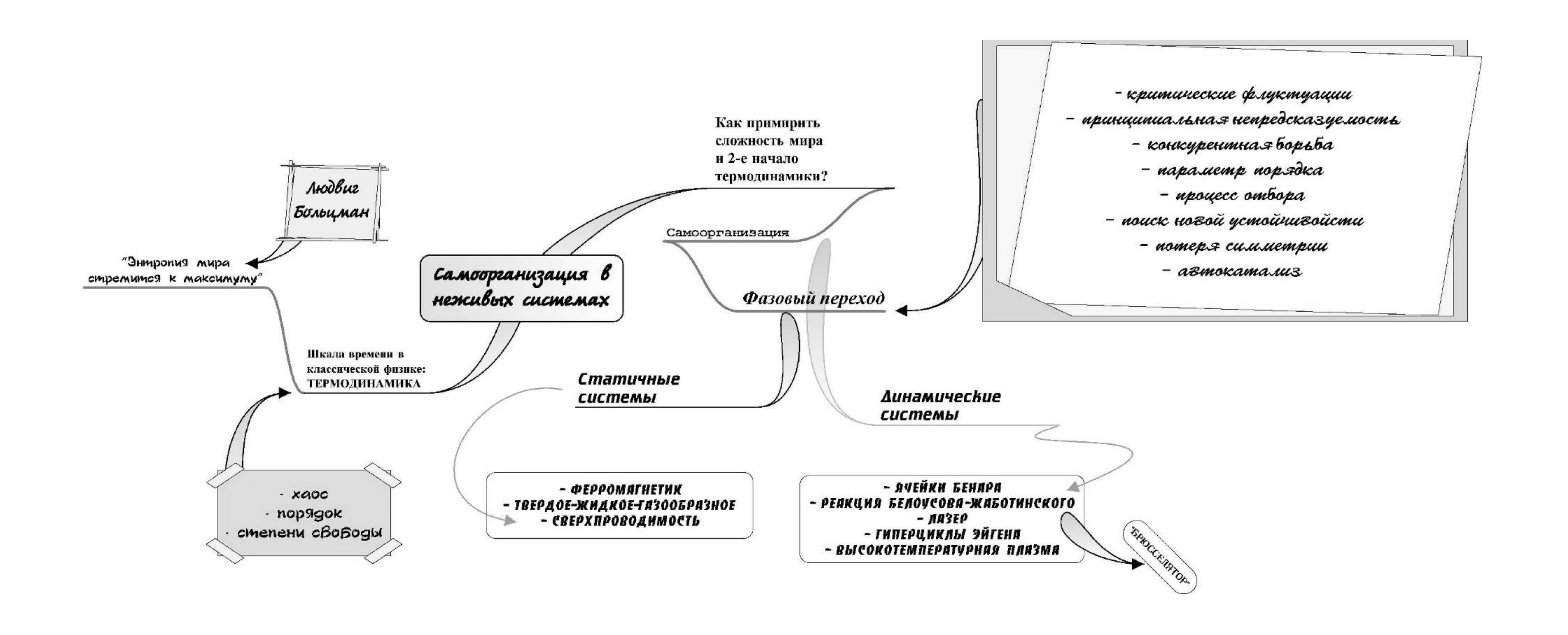


Рис. 17. Конфигурация, возникающая в нагреваемой снизу плазме, помещённой в вертикальное магнитное поле.

Вопросы для самопроверки.

1. *Что такое хаос, энтропия?*
2. *Сформулируйте второй закон термодинамики.*
3. *Какие явления, на первый взгляд, трудно объяснить с помощью классической формулировки второго начала термодинамики?*
4. *Что такое фазовый переход?*
5. *Перечислите общие принципы и закономерности фазовых переходов.*
6. *Приведите примеры фазовых переходов в статичных системах.*
7. *Приведите примеры фазовых переходов в динамических системах.*
8. *Опешите возникновение ячейки Бенара в подогреваемой жидкости.*
9. *Как вы думаете, увеличилось или уменьшилось количество информации в системе после появления ячеек Бенара?*
10. *Опишите процесс самоорганизации на примере автокаталитической реакции Белоусова-Жаботинского*
11. *Расскажите о теории эволюции химических гиперциклов Эйгена.*
12. *Какая связь между самоорганизацией и фазовым переходом?*
13. *Какие ещё примеры процессов самоорганизации вы можете привести?*
14. *Как согласовать процессы самоорганизации со вторым началом термодинамики?*


Самоорганизация в неживых системах
Людвиг Больцман
"Энтропия мира стремится к максимуму"
Шкала времени в классической физике: ТЕРМОДИНАМИКА
· хаос
· порядок
· степени свободы
Как примирить сложность мира и 2-е начало термодинамики?
Самоорганизация
Фазовый переход
- критические флуктуации
- принципиальная непредсказуемость
- конкурентная борьба
- параметр порядка
- процесс отбора
- поиск новой устойчивости
- потеря симметрии
- автокатализ
Статичные системы
- ФЕРРОМАГНЕТИК
- ТВЕРДОЕ-ЖИДКОЕ-ГАЗООБРАЗНОЕ
- СВЕРХПРОВОДИМОСТЬ
Динамические системы
- ЯЧЕЙКИ БЕНАРА
- РЕАКЦИЯ БЕЛОУСОВА-ЖАБОТИНСКОГО
- ЛАЗЕР
- ГИПЕРЦИКЛЫ ЭЙГЕНА
- ВЫСОКОТЕМПЕРАТУРНАЯ ПЛАЗМА
"БРЮССЕЛЯТОР"

Лекция 3. Детерминированный хаос

«Это не бардак, это творческий беспорядок!»
А. Лебедев

Хаос в классическом понимании – *это состояние системы, характеризующееся максимумом энтропии, отсутствием информации, полной неопределённостью и непредсказуемостью*. В 1928 году английский математик Ф. Рамсей доказал, что полная неупорядоченность в реальном мире не существует и невозможна: любое достаточно большое множество объектов обязательно содержит высоко упорядоченную структуру. Синергетика оперирует другим пониманием хаоса, более близким тому, что существовал в древних космогонических философиях: в «Теогонии» Гесиода мы видим, что из хаоса происходят все известные нам греческие божества; по Платону, хаос предшествует каждому проявлению; народы доколумбовой Америки и в «Пополь-Вухе», и в «Чилам Баламе» также упоминают хаос как исток всех вещей. ***Динамический, или детерминированный хаос*** *– сложное непредсказуемое поведение детерминированной нелинейной системы.*

Нелинейная система *- динамическая система, в которой протекают процессы, описываемые нелинейными дифференциальными уравнениями.*

Апологеты новой научной парадигмы утверждают, что грядущим поколениям XX век будет памятен благодаря созданию теории относительности, квантовой механики и теории хаоса. Теория относительности разделалась с иллюзиями Ньютона об абсолютном пространстве-времени, квантовая механика развеяла мечту о детерминизме физических событий и, наконец, хаос развенчал Лапласову фантазию о полной предопределённости развития систем. Из этих трёх открытий лишь теория хаоса применима к Вселенной, которую мы можем наблюдать и ощущать, к объектам, которые доступны человеку. ***Теория хаоса*** *– качественное изучение неустойчивого апериодического поведения в детерминированных нелинейных динамических системах.*

Взаимодействия элементарных частиц описываются стохастическими вероятностными законами, но макротела, состоящие из этих частиц, подчиняются уже законам классической механики и описываются в других терминах, с помощью других законов. Теории детерминированного хаоса и самоорганизации послужили мостом между процессами, происходящими в малых и больших масштабах, объединили эти процессы в рамках единой концепции. Лишь новая научная дисциплина смогла положить начало преодолению разрыва между знаниями о том, как действует единичный объект – одна молекула воды, одна клетка сердечной ткани, один нейрон – и как ведёт себя миллион таких объектов.

Еще в конце *XIX* века французский математик *А. Пуанкаре* обнаружил, что в некоторых механических системах, эволюция которых определяется уравнениями Гамильтона, возможно непредсказуемое хаотическое поведение. Впоследствии было показано, что на самом деле таких систем в механике, названных *неинтегрируемыми*, великое множество. И регулярное, предсказуемое поведение механических систем является скорее исключением, чем правилом. К сожалению, открытие, сделанное Пуанкаре, для многих осталось незамеченным. И его повторил метеоролог ***Эдвард Нортон Лоренц*** (*Edward Norton Lorenz*) - американский математик и метеоролог, профессор Массачусетского технологического института лишь спустя 70 лет.

Наука о хаосе, по общему мнению, берёт своё начало с зимы 1961 года. В 1960 году Лоренц создал компьютерную модель климата земли, содержащую всего 12 уравнений, описывающих связь между температурой, атмосферным давлением и скоростью ветра. Его компьютер, *Royal McBee*, представший собой скопище проводов и вакуумных ламп, занимавшее пол комнаты и ломавшееся регулярно раз в неделю, просчитывал изменение погоды в виртуальном пространстве, в котором не было ни облаков, ни смены времён года. В те годы в науке царствовала философия Лапласа, конечной целью науки представлялась возможность описать единой формулой движение как наиболее крупных тел во Вселенной, так и отдельного атома, и тогда для исследователя не останется ничего неопределённого, и будущее предстанет перед ним наряду с прошлым. Надо лишь взять помощнее компьютер и вывести формулы, максимально точно описывающие исследуемый процесс. Правда, к тому времени, когда Лоренц проводил свои исследования, теория относительности Эйнштейна и принцип неопределённости Гейзенберга разделались с идеей о полной предсказуемости событий, но считалось, что, имея приблизительные данные о начальном состоянии системы и понимая естественный закон,

которому она починяется, можно рассчитать её примерное поведение. Это означает, что, собрав необходимые начальные данные, вполне можно рассчитать изменение погоды на долгий срок, как уже рассчитывались траектории движения планет вокруг солнца.

В модели использовался итерационный алгоритм, в котором результаты решений уравнений подставлялись в эти же уравнения в виде переменных, и, как ни странно, кривая, описывающая изменение погоды, никогда не повторялась; на факультете ставили пари, какая погода будет в виртуальном мире Лоренца на следующий день, но предсказать её не удавалось. Модель климата Лоренца вошла в историю зимой 1961 года. Придя утром в лабораторию и включив компьютер, Лоренц ввёл в него не самые последние данные, а исходные параметры предыдущего дня. По логике, введя переменные вчерашнего дня, уже использовавшиеся в расчётах, он должен был получить график, абсолютно сходный с графиком, уже полученным для этих переменных ранее. Действительно, какое-то время графики совпадали, но вскоре произошло что-то странное: старый и новый графики стали всё более расходиться и через какое-то время совершенно потеряли сходство, с таким же успехом можно было ввести абсолютно различные начальные данные, между графиками не было ничего общего. Сначала Лоренц решил, что вышла из строя одна из вакуумных ламп, но потом понял причину расхождения результатов: компьютер рассчитывал значения до 6 знака после запятой, но распечатывал, для краткости, до 4 знака. Это ничтожное различие в 5-м и 6-м знаках после запятой, быстро нарастая, и привело систему к различным конечным состояниям (рис. 18).

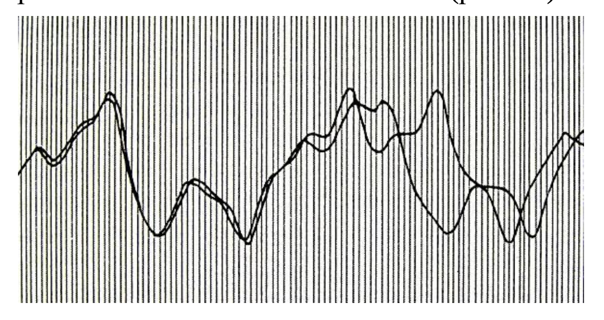


Рис. 18. Расхождение графиков изменений климата модели Лоренца при различии начальных данных в пятом знаке после запятой (из распечаток Лоренца 1961 года).

В 80-е годы в национальном американском метеорологическом центре была запущена модель погоды, оперировавшая более чем полумиллионом формул, компьютер уже выполнял миллионы операций в секунду, виртуальный ландшафт земли включал в себя моря и горы, информация ежечасно поступала в центр со всех концов земли, с метеостанций, спутников, самолётов. Но, несмотря на такое увеличение вычислительной мощности и точности задания начальных условий, долгосрочность прогноза погоды увеличилась незначительно. Небольшие различия, в каком угодно знаке после запятой, нарастая в прогрессии, очень быстро приводили к непредсказуемому результату. Прогнозы погоды более чем на неделю оказались невозможны. *Лоренц, на примере модели климата, открыл новый класс систем: детерминированных чёткими правилами, описываемыми небольшим числом уравнений, но с поведением, непредсказуемым на долгий срок, систем, сильно зависящих от начальных условий, имеющих нелинейные зависимости между переменными.*

Но как исследовать такую систему, которая по природе своей проявляет плохо предсказуемую, хаотичную (с точки зрения классической методологии) динамику, как предсказывать такие процессы, управлять ими, хотя бы достоверно описывать их? Действительно ли этот процесс совершенно непредсказуем? Постоянно флуктуирующая, никогда не повторяющаяся кривая динамики климата в модели Лоренца мало что даёт исследователю, кроме факта её хаотичности и непредсказуемости. Заслуга Лоренца не только, и даже не столько, в открытии детерминировано хаотического процесса, сколько в изобретении методологии, позволившей выявлять детерминированность в детерминировано хаотических процессах.

Лоренц максимально упростил свою модель, оставив лишь систему из трёх нелинейных уравнений, описывающую круговые конвекционные вращения нагреваемой снизу жидкости: $\frac{dX}{dt} = 10(Y - X)$ $\frac{dY}{dt} = -XZ + 28X - Y$ $\frac{dZ}{dt} = XY - (8/3)Z$. Переменная X пропорциональна скорости конвективного потока, Y - описывает разность температур для потоков вверх и вниз, а Z - характеризует отклонение профиля температуры от линейного в продольном направлении, вдоль приложенного градиента температуры. Изменение каждой переменной во времени представляло собой непредсказуемую кривую, из которой трудно было вычленить полезную информацию (рис. 19), тогда Лоренц объединил все три переменные в одном графике в трёхмерном пространстве, отражающем взаимозависимость изменения значений трёх переменных.

Если бы между переменными не было никакой связи, мы получили бы на графике хаотичное облако точек, если бы взаимозависимость была однозначна и строго линейна, это выразилось бы в появлении на графике линии, либо уходящей в пространство, либо образующей замкнутую петлю, но Лоренц не обнаружил ни того, ни другого. Вместо ожидаемого эффекта появился график, всегда расположенный в определённых границах, имевший весьма характерные очертания, напоминавшие 2 крыла бабочки, но линии его никогда не проходили по одним и тем же траекториям, что отражало лишь частичную упорядоченность системы, ведь состояние системы никогда точно не повторялось (рис. 20).

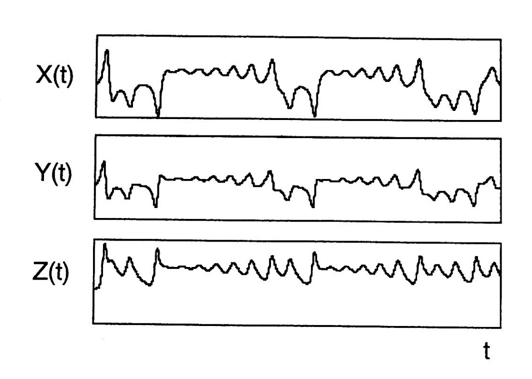
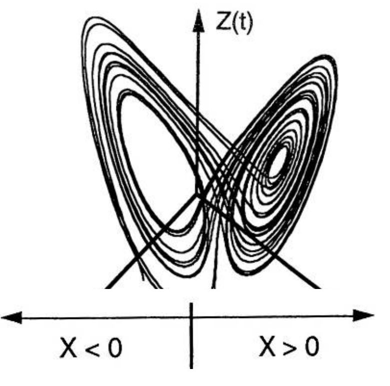


Рис. 19. Изменение каждой переменной системы уравнений Лоренца во времени.



Вращение конвекционного цилиндра против часовой стрелки

Вращение конвекционного цилиндра по часовой стрелке

Рис. 20. Аттрактор Лоренца

Итак, визуализация детерминировано хаотичного процесса, использованная Лоренцом, позволила получить вполне чёткий, узнаваемый портрет динамики системы, установить границы её возможных состояний. Ясно, что изменение в функционировании системы приведёт к изменению топологии такого графика, тогда как детерминированно хаотичные временные ряды, как, например, приведенный на рисунке 19, так и останутся для исследователя белым шумом.

Абстрактное пространство динамических переменных системы, то есть пространство, в котором строится график взаимного изменения переменных, описывающих состояние системы, называется ***фазовым пространством***. Какие и сколько переменных взять для описания динамики системы – это выбор исследователя. В случае аттрактора Лоренца это, как описано выше, это скорость конвекционного потока (*X*), разность температур для потоков вверх и вниз (*Y*) и отклонение профиля температуры от линейного в продольном направлении (*Z*). Просчитав один раз значения этих переменных по формулам, описывающим динамику процесса или измерив соответствующие параметры в реальной системе, мы получим некую точку в фазовом пространстве, задающую состояние системы в какой-то момент. Измерив через небольшой промежуток времени эти параметры ещё раз, или, если мы имеем дело с виртуальной системой, подставив полученные при решении уравнений результаты назад в эти уравнения в качестве переменных и решив уравнения ещё раз, мы получим новую точку, между двумя точками уже можно построить вектор, указывающий направление изменения состояния системы. При достаточном количестве измерений (просчётов) у нас очерчивается график – *фазовый портрет системы* – являющийся совокупностью *фазовых траекторий* – кривых, описывающих изменение состояния системы в фазовом пространстве.

Размерность (число осей координат) фазового пространства определяется числом переменных, описывающих динамику системы: если мы возьмём 2 переменных, мы сможем построить двумерный фазовый портрет системы, где 2 переменные будут располагаться, скажем, по осям X и Y. Если исследователь считает, что 2 переменные не полностью отражают изменение состояния системы во времени, он может взять 3, 4, 5 и большее число переменных, построив фазовый портрет как в трёх-, четырёх-, пятимерном пространстве и в пространствах большей размерности. Хотя пространства размерностей больше трёх трудно визуализировать в нашем трёхмерном мире, поэтому фазовые портреты таких систем исследуются чисто математически, а для их визуализации делаются дву- или трехмерные «срезы» пространств высших размерностей.

Установившиеся режимы движения, иными словами, множество точек (в простейшем случае – одна точка) в фазовом пространстве системы, к которым стремятся ее траектории, получили название ***аттракторов*** (англ. *attract* - привлекать, притягивать) – они как бы привлекают, притягивают траектории в фазовом пространстве.

Пример уменьшения размерности аттрактора с 3-х до 2-х можно видеть на рисунке 21. Аттрактор, как показано на трёх верхних рисунках, сначала имеет одну орбиту, затем десять, затем сто. Он описывает хаотичное поведение ротора-маятника, колеблющегося по кругу и регулярно приводимого в движение притоком энергии. Через некоторое время, когда аттрактор будет содержать уже тысячи орбит, он превратится в запутанный клубок (рисунок ниже). Изменение движений ротора, возможно, скажется на положении отдельных орбит внутри аттрактора, но внешне это будет уже не заметно. Чтоб можно было исследовать внутреннее строение аттрактора, компьютер делает поперечный срез аттрактора – так называемое ***сечение Пуанкаре*** *(рисунок в рамке). Этот приём уменьшает число измерений с двух до трёх. Каждый раз, когда траектория пересекает плоскость, она оставляет на ней точку. Постепенно возникает весьма детализированный образ. Фактически параметры, описывающие систему, считываются через регулярный промежуток времени. Одни данные утрачиваются, зато другие выявляются во всём их разнообразии.*

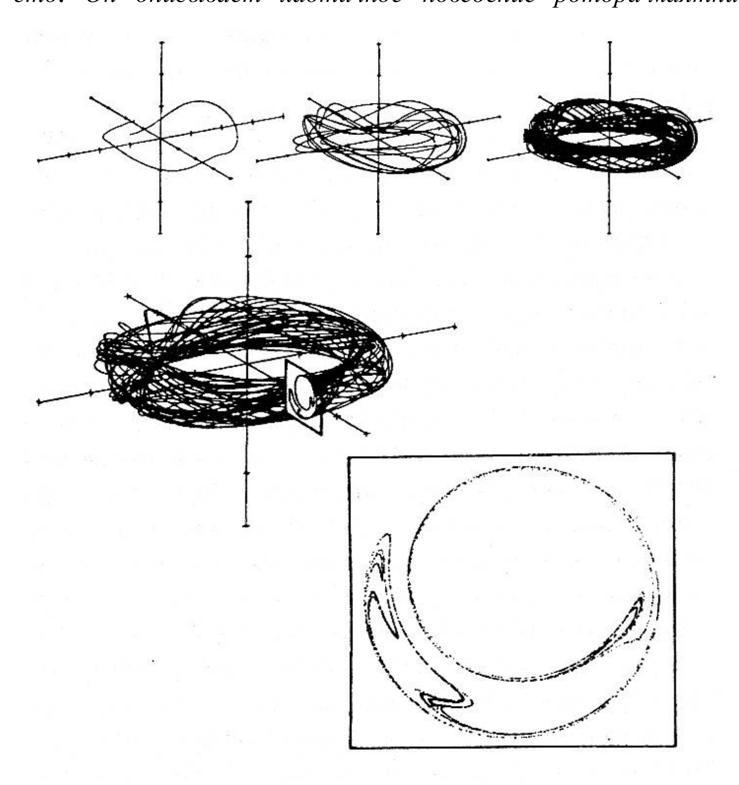


Рис. 21. Сечение Пуанкаре.

В случае такой простой линейной системы, как затухающий маятник, последовательность изменения его состояний во времени должна проявиться как затухающий цикл, вырождающийся в прямую, свидетельствующую о неизменности состояния системы во времени, неподвижности маятника. В фазовом пространстве, где отсутствует временная шкала, а оси координат – это параметры, отражающие состояние маятника, скажем, его угол колебаний и скорость, амплитуда изменений этих параметров по мере затухания колебаний будет всё уменьшаться, фазовый портрет будет представлять собой спираль, сходящуюся к одной точке – точке неподвижности маятника и неизменности параметров, характеризующих его динамику, эта точка – аттрактор данной системы (рис. 22б и рис. 23а). Для незатухающей линейной системы, например, для маятника, стабильно качающегося взад-вперёд, траектория в фазовом пространстве напоминает петлю, закручивающуюся вновь и вновь, по мере того как система раз за разом проходит одни и те же состояния. На временном графике это отображается незатухающим циклом (рис. 22а и рис. 23б).

И, наконец, детерминировано хаотическая система даёт временной ряд, представляющийся исследователю совершенно хаотичным, в фазовом пространстве же она также порождает хорошо выявляемый аттрактор (рис. 23в).

Но аттрактор, отражающий поведение детерминированно хаотической системы относится к аттракторам особого типа, так называемым *странным* (хаотическим, стохастическим) аттракторам. Странные аттракторы - это математический образ детерминированных непериодических процессов. Они отражают в своей геометрии главные особенности таких процессов:

1. Фазовые траектории, образующие странный аттрактор, никогда не накладываются, система никогда не проходит в точности по такому же пути, по которому прошла однажды. Кроме того, если мы увеличим какую-либо часть странного аттрактора, что будет соответствовать просчёту поведения системы при некоторых параметрах, взятых с большей точностью, мы заметим, что отдельные траектории распадаются на ряд дочерних траекторий, с пустыми промежутками между ними. Увеличив небольшой участок увеличенной области ещё раз, мы заметим следующий ряд траекторий, невидимых при меньшем разрешении. Например,

если при значении переменной X=1,25 в данном участке фазового пространства (то есть при определённых значениях Y и Z параметров, соответствующих этой области фазового пространства) проходит одна траектория, свидетельствующая о возможности такого состояния системы, то при увеличении этого участка мы можем заметить, что эта траектория распадается на 3, соответствующих значениям переменной X равных 1,2513; 1,2547; 1,2579, тогда как промежуточные состояния между 1,2513 и 1,2547 или между 1,2547 и 1,2579 окажутся невозможны при данных Y и Z. Это интересная топологическая особенность характеризует ограниченную предсказуемость поведения системы, зависящую от точности начальных данных. Если помните, изменение погоды в модели Лоренца невозможно было предсказать на долгий срок, а графики динамики отдельных переменных выглядели хаотичными (рис. 19). При измерении параметров реальной детерминированно хаотической системы мы получим облако точек, сгущающееся преимущественно в области странного аттрактора, что говорит о статистическом характере динамики системы.

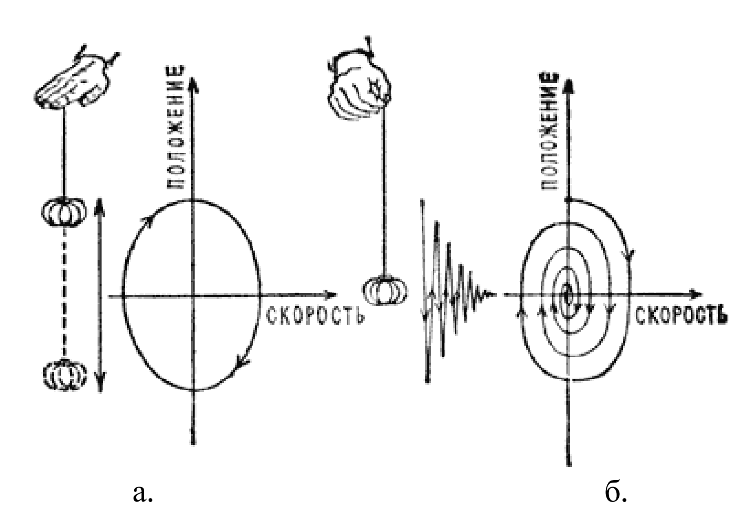


Рис. 22. Фазовое пространство – это абстрактное математическое пространство, координатами в котором служат положения и скорости всех точек физической системы, оно очень удобно для наглядного описания ее эволюции. Например, движение шарика на абсолютно упругой резинке, в которой нет трения, полностью определяется начальной скоростью и положением шарика (начальными условиями). Каждому мгновенному состоянию такого осциллятора – колебательной системы – отвечает точка на фазовой плоскости. Когда шарик колеблется вверх и вниз без трения, эта точка описывает замкнутую кривую, а если колебания постепенно затухают, то фазовая траектория сходится по спирали к предельной точке, соответствующей остановке шарика. Эта точка неподвижна: если шарик подтолкнуть, его фазовая кривая вернется в ту же точку, которая как бы притягивает все близлежащие траектории. Поэтому ее называют неподвижной притягивающей точкой, или фокусом. Такая притягивающая точка – простейший тип аттрактора.

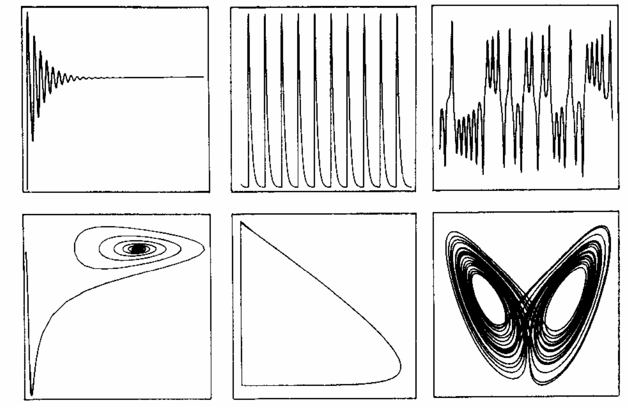


Рис. 23. Последовательность изменений во времени (верхний ряд) и фазовые портреты (нижний ряд) для трех различных систем.

Ограниченная предсказуемость поведения детерминировано хаотической системы проиллюстрирована также рисунке 24, где отображено изменение положения 10 000 изначально близких друг к другу точек в системе аттрактора Лоренца с течением времени. За 6000 итераций точки, имевшие очень близкие начальные параметры буквально «размазались» по всему аттрактору, то есть небольшое отклонение в исходном состоянии системы (а точка и визуализирует состояние системы на какой-то момент времени) приводит к тому, что конечное состояние системы в пределах аттрактора изменится непредсказуемо сильно. Небольшие ошибки и неопределенность в таких системах, будь то климат земли или биоценоз, нарастают экспоненциально с течением времени. Э. Лоренц назвал это явление *эффектом бабочки*: бабочка,

взмахивающая крыльями в Айове, может вызвать лавину эффектов, которые могут достигнуть высшей точки в дождливый сезон в Индонезии.

2. С другой стороны такая неопределённость поведения системы, присутствие в ней собственного шума, сочетаются с *устойчивостью к внешним шумам и воздействиям*. Если мы отклоним начальное положение точки внутри странного аттрактора, то есть изменим исходное состояние системы, уже через небольшой промежуток времени мы не найдём следов нашего воздействия под шумовой завесой собственных флуктуаций системы. В то же время сходное по силе воздействие на линейную систему, скажем, отклонение свободно движущегося маятника, или смещение шестерёнок механической машины, приведёт к значительному, наблюдаемому и после продолжительного периода времени изменению динамики, а возможно, и к полному разрушению системы. («Эффект бабочки» вызывает и ассоциацию с сюжетом рассказа Р. Бредбери «И грянул гром»: гибель бабочки в далеком прошлом изменяет мир будущего. Хотя эта фантазия скорее описывает полностью детерминированный мир, детерминированные хаотические системы устойчиво покоятся на основании собственного хаоса, они развиваются по статистическим законам, где изменение одного элемента никак не сказывается на структуре системы в целом, не меняет магистральных путей её развития, кроме редких ключевых моментов в развитии системы, подобным фазовым переходам). Таким образом, детерминированные хаотические системы сочетают чувствительность к малым воздействиям с устойчивостью.

Чувствительность к начальным условиям:

J - Алё, это Иван Иваныч?
- Нет, Это Аристид Аккордионович.
- Это 55-06-33?
- Нет, 55-06-34.
- Надо же, ошибка в шестом знаке и тааакой эффект!

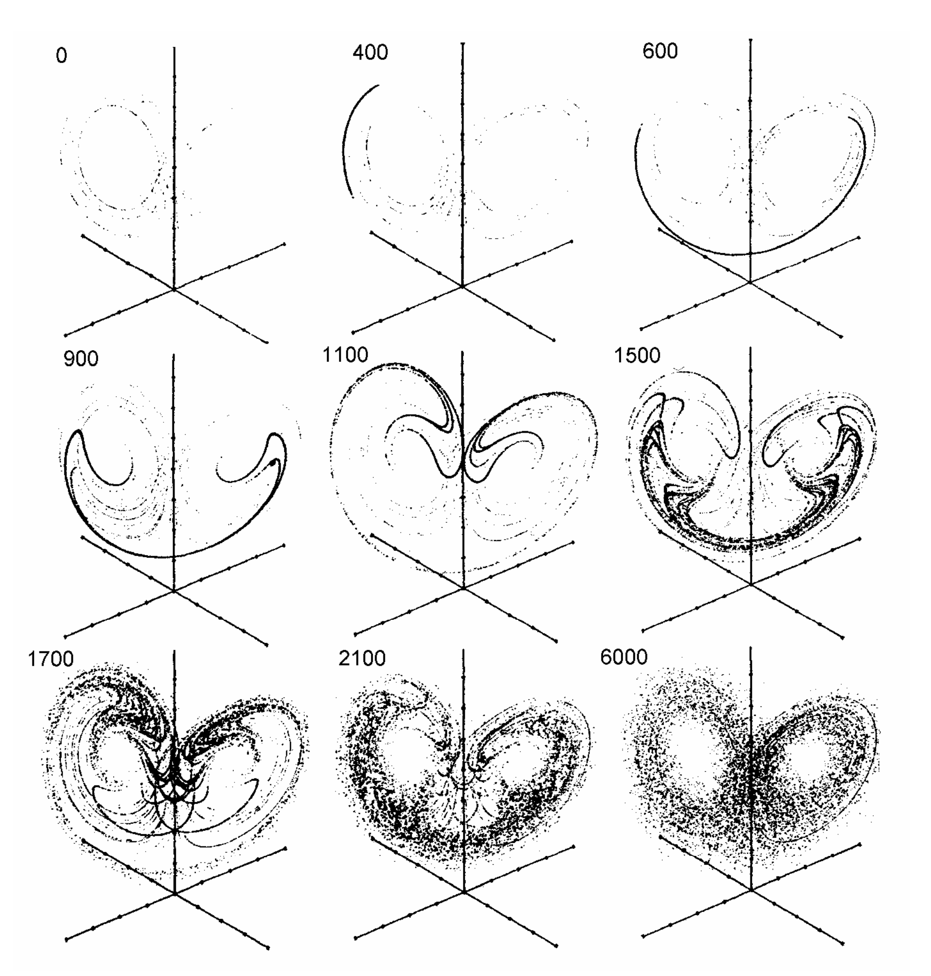


Рис. 24. Расхождение траекторий отдельных точек в системе аттрактора Лоренца.

Оказалось, что система Лоренца может описывать не только конвекционные потоки жидкости или газа. К примеру, уравнения Лоренца достаточно точно описывают функционирование уже вышедшей из употребления электрической динамо-машины,

предшественницы современных генераторов, где ток течёт через диск, вращающийся в магнитном поле. В определённых условиях динамо-машина может дать обратный ход. Другой системой, вполне точно описываемой уравнениями Лоренца, является водяное колесо определённого типа. Вода постоянно льётся с вершины колеса в ёмкости, закреплённые на его ободе, а из каждой ёмкости вытекает через отверстие в днище. Когда поток воды мал, вода быстрее выливается из сосудов, чем наливается в них, и колесо остаётся неподвижным. Если же скорость водяной струи велика, колесо начинает поворачиваться под воздействием веса жидкости и вращение становится непрерывным. Но при резком увеличении напора струи верхние черпаки, полные воды, разгонят колесо и минуют его низ, не успевая опустошаться, тогда как следующие за ними пустые черпаки не успевают наполниться, в результате, наполненные черпаки начинают стремиться в другую сторону, останавливают колесо и меняют направление движения на противоположное. Так колесо, войдя в нерегулярный режим движения, может сохранить его (рис. 25).

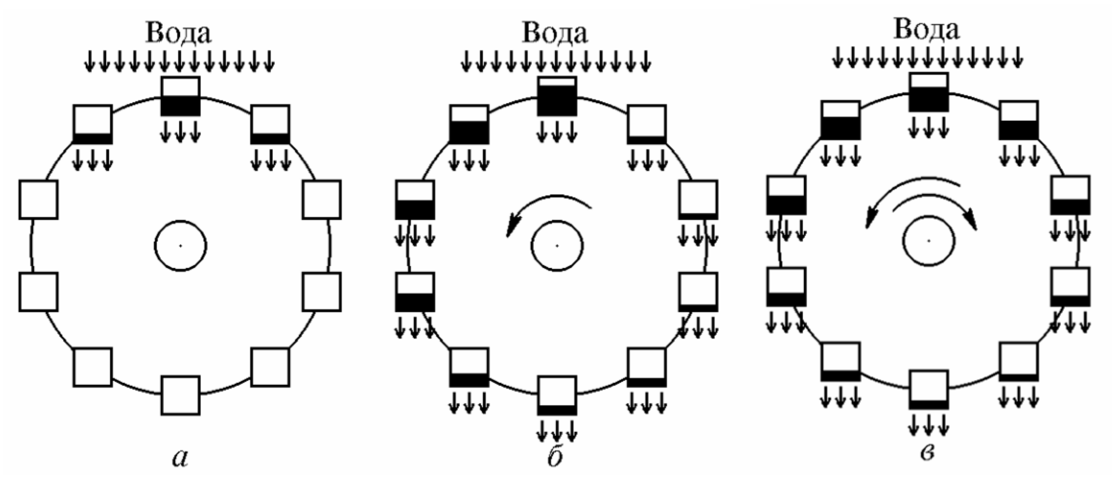


Рис. 25. Водяное колесо – механическая модель системы Лоренца. При малом потоке воды сверху колесо остаётся в покое (а), при большем вращается с постоянной скоростью (б), при очень большом – вращается хаотически, меняя время от времени направление вращения на противоположное (в).

Непредсказуемую динамику могут проявлять самые простые механические системы, вроде качели с пружиной, которые могут раскачиваться с регулярной амплитудой, но возможно колебание из-за нелинейности потока энергии на входе и выходе: высокие взлёты, опосредованные накопленным напряжением пружины, чередуются с низкими из-за трения среды, паттерн иррегулярного движения не повторяется. Другой пример – маятник со свободно вращающейся осью, на концах которой также свободно вращаются подвижные элементы. Такая система не может долго поддерживать равномерное перераспределение центра тяжести и регулярное вращение очень скоро сменяется нерегулярным, оси вращаются то быстро, то медленно, в разных направлениях, замирают на мгновение и обращаются в обратную сторону. Время от времени система уравновешивается, и движение на несколько колебаний становится вновь регулярным (рис. 26). Движение такого маятника зависит от малейших наклонов подвижных осей и определимо лишь на период в несколько колебательных циклов.

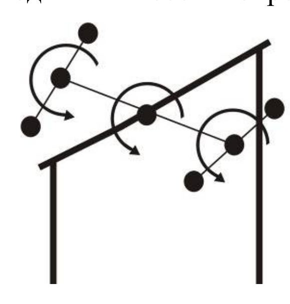


Рис. 26. Маятник с нерегулярной колебательной динамикой.

Классический пример системы, поведение которой детерминировано правилами, не включающими случайность, но с течением времени проявляющей непредсказуемость за счет нарастания, усиления малых неопределенностей, флуктуаций – так называемый *биллиард Я.Г. Синая*: гипотетический биллиард, в котором соударяющиеся шары не останавливаются со временем. Достаточно большая последовательность соударений шаров неизбежно ведет к нарастанию малых отклонений от исчисляемых траекторий за счет невозможности с бесконечной точностью просчитать углы соударений. Нарастание эффекта малых воздействий происходит так быстро, что для того чтобы вычислить положение шаров уже через минуту их беспрерывных соударений, нужно учитывать такие сверхслабые отклонения, которые в реальном мире могут быть вызваны влиянием гравитации соседних галактик!

Астрономические системы, так долго служившие объектами для открытия линейных законов механики, также могут быть непредсказуемы. Когда речь идёт о паре объектов, особых сложностей не возникает – Ньютон полностью разрешил эту проблему: каждое из пары тел, например Земля и Луна, описывает идеальный эллипс вокруг общего центра тяжести системы. Но добавьте хотя бы ещё один обладающий тяготением объект, и всё изменится. Задача, в которой фигурируют 3 тела, уже более чем трудна. Как показал Пуанкаре, в большинстве случаев она неразрешима (рис. 27).

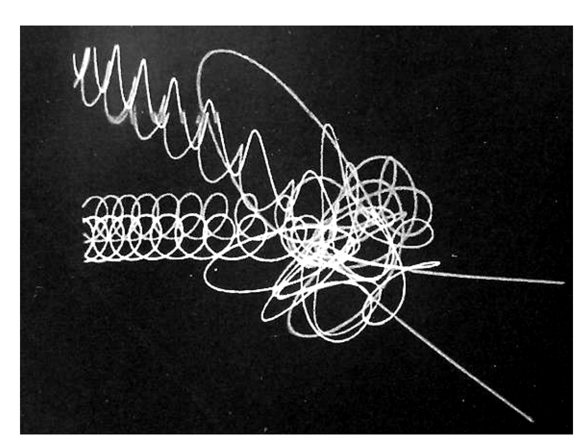


Рис. 27. Пример траекторий трёх встретившихся небесных тел сопоставимой друг с другом массы.

Можно просчитать орбиты для некоторого временного интервала, но долгосрочный прогноз поведения системы выполнить невозможно. Вообще, в масштабе, близком к бесконечно малому, даже в астрономических системах наблюдается «торможение»: излучение звёзд, трение приливно-отливного характера истощает кинетическую энергию движущихся по орбитам небесных тел, а трение всегда привносит элемент нелинейности, который становится заметен в масштабе, близком к бесконечно большому.

Наиболее простой и доступный для понимания странный аттрактор был построен астрономом *Мишелем Эноном*. Пытаясь осмыслить траектории, описываемые звёздами в пространстве галактики, Энон сделал виртуальный срез галактики, отмечая орбиты в двумерной плоскости. Получившиеся в итоге образы зависели от общего количества энергии в системе (количества звёзд, их масс). При малом количестве энергии звёзды движутся по эллиптическим орбитам, при увеличении энергии орбиты начинают образовывать замысловатую кривую, чем больше мы добавляем энергии в систему, тем больше дробятся и замысловатей извиваются траектории орбит, и так до пределов разрешающей способности компьютера, когда орбиты визуально распадаются на хаотичный ряд точек, хотя, при увеличении разрешения эти точки вновь объединятся в сложную паутину запутанных орбит (рис. 28).

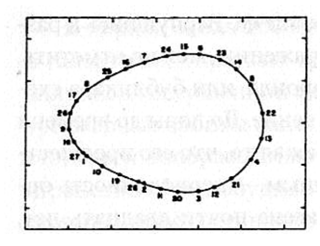
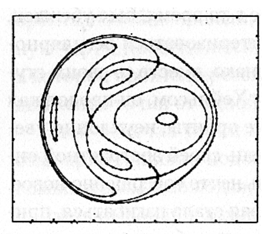
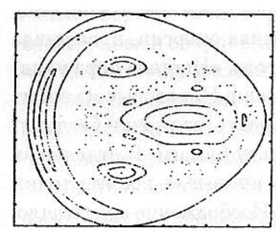
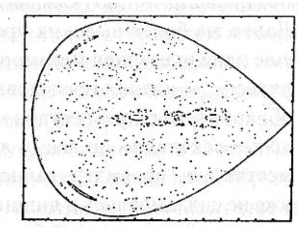





Рис. 28. Аттрактор Энона. Орбиты звёздных систем вокруг центра галактики.

Глядя в космос же, мы можем увидеть удивительно устойчивое порождение хаоса. На рисунке 29 показана чёрно-белая фотография большого красного пятна на Юпитере. Это пятно привлекает взоры людей уже не первое столетие. *Роберт Хук* увидел его ещё в начале 17 века, художник *Крети* изобразил на полотне находящемся сейчас в Ватикане. В докосмическую эру исследователи выдвигали множество идей о природе этого пятна, среди которых были: теория извержения лавы, теория зарождения луны, теория «яйца» – твёрдого острова плавающего в газообразной субстанции планеты, теория газового столба. Космический аппарат «Вояджер» смог сделать отчётливые снимки пятна, на них видна система кружащихся водоворотом течений. Поверхность Юпитера газообразна, гигантские электромагнитные вихри, собственные гравитационные поля и воздействие других объектов солнечной системы заставляют вращаться потоки газа на поверхности планеты, между потоками возникает турбулентность, множество затухающих вихрей, но один вихрь, оказавшийся антициклоном, оказался столь стабилен в этой бурной климатической системе гигантской планеты, что радует глаз исследователей космоса уже не одно столетие. Это ещё раз подтверждает вывод, который можно сделать из открытия

метеоролога Лоренца: хаос и неустойчивость – разные понятия. Вполне детерминированная система может оказаться неустойчива, и хаос может быть устойчив. Мало того, абсолютно детерминированная система, скорее всего, и будет неустойчива, для устойчивости всегда необходим элемент хаоса, без которого невозможна самоорганизация, самобалансировка, устойчивость к внешним шумам, способность меняться в ответ на изменения окружающей среды.



Рис. 29. Большое красное пятно на поверхности Юпитера (черно-белая репродукция).

Детерминированный хаос всегда присутствует в самоорганизующихся системах. Для самоорганизации необходима изначальная неопределённость, хаотичность поведения отдельных элементов системы. Самоорганизация начинается со случайной флуктуации, ставшей критической, превратившейся в параметр порядка. Эти случайные флуктуации не исчезают в течение всего времени существования системы, и если внешние условия или изменившаяся природа элементов самой системы сделают существование системы неустойчивым, энергетически невыгодным, очередная флуктуация станет новым параметром порядка и перестроит организацию всей системы в целом. Поведение самоорганизующейся системы как целого упорядоченно и предсказуемо в определённых пределах, поведение же отдельных её элементов остаётся отчасти хаотичным. Этот микроскопический хаос и неустойчивость поведения отдельных элементов, эти постоянные внутренние флуктуации и порождают невозможность точного описания системы, дробление векторов странного аттрактора при увеличении разрешающей способности вычислительной машины, их прорисовывающей. Можно видеть упорядоченность макроскопических волн автокаталитической реакции или устойчивость ячеек Бенара, но расположение миллиардов отдельных молекул и направлений их импульсов всегда будут уникальны, можно предсказать социальные процессы на том уровне, где начинают действовать статистические закономерности социологии, но поведение отдельного человека всегда остаётся отчасти непредсказуемым, хотя эта непредсказуемость и не может изменить картины социума в целом. Динамика самоорганизующейся системы может быть исследована с использованием фазового пространства, если правильно подобраны переменные, описывающие систему, фазовый портрет самоорганизующейся системы, скорее всего, будет представлять собой странный аттрактор. На рисунке 30 приведён, в качестве примера, странный аттрактор, описывающий динамику реакции Белоусова-Жаботинского.

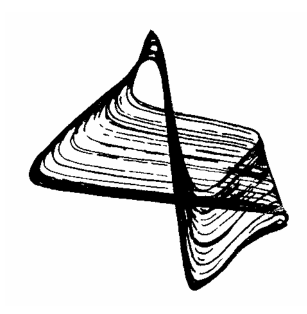


Рис. 30. Странный аттрактор системы, описывающей динамику реакции Белоусова-Жаботинского.

Аттрактор Лоренца – устойчивая система, какие бы начальные значения переменных мы не взяли, решение системы нелинейных уравнений будет притягиваться к одному этому аттрактору. Но нелинейные системы не всегда столь устойчивы. Существуют системы нелинейных уравнений, небольшое изменение

начальных значений переменных которых приводит к фазовому переходу в фазовом пространстве. Одна такая система уравнений может порождать бесконечное разнообразие самых фантастических странных аттракторов (рис. 31). Трудно поверить, что подобные решения могут отражать динамику поведения реальных систем, но нет никаких оснований это отрицать. Пример системы уравнений, генерирующей множество аттракторов:

$$x_{n+1} = a_0 + a_1 x_n + a_2 x_n^2 + a_3 x_n y_n + a_4 y_n + a_5 y_n^2$$
$$y_{n+1} = b_0 + b_1 x_n + b_2 x_n^2 + b_3 x_n y_n + b_4 y_n + b_5 y_n^2$$

Стандартная единица измерения устойчивости нелинейной системы – *экспонента Ляпунова*, обычно выражаемая символом лямбда. Возьмём две близлежащие точки аттрактора на шаге итерации n: x_n и x_n+dx_n. На следующем шаге итерации они разойдутся (см. рис. 24: расхождение траекторий отдельных точек в системе аттрактора Лоренца). Обозначим их теперь как x_{n+1} и $x_{n+1}+dx_{n+1}$. (рис. 32). Экспонента Ляпунова будет отражать среднюю скорость их расхождения (или схождения). Иначе говоря, экспонента Ляпунова показывает, как быстро в системе теряется информация о начальных условиях. Величина экспоненты Ляпунова отражает чувствительность системы к начальным условиям. Если экспонента имеет положительное значение, две точки внутри аттрактора будут расходиться вне зависимости от того, как близко друг к другу они находились изначально, такая система детерминировано хаотична. Если экспонента меньше нуля, система стремится к точечному аттрактору или стабильной периодической орбите.

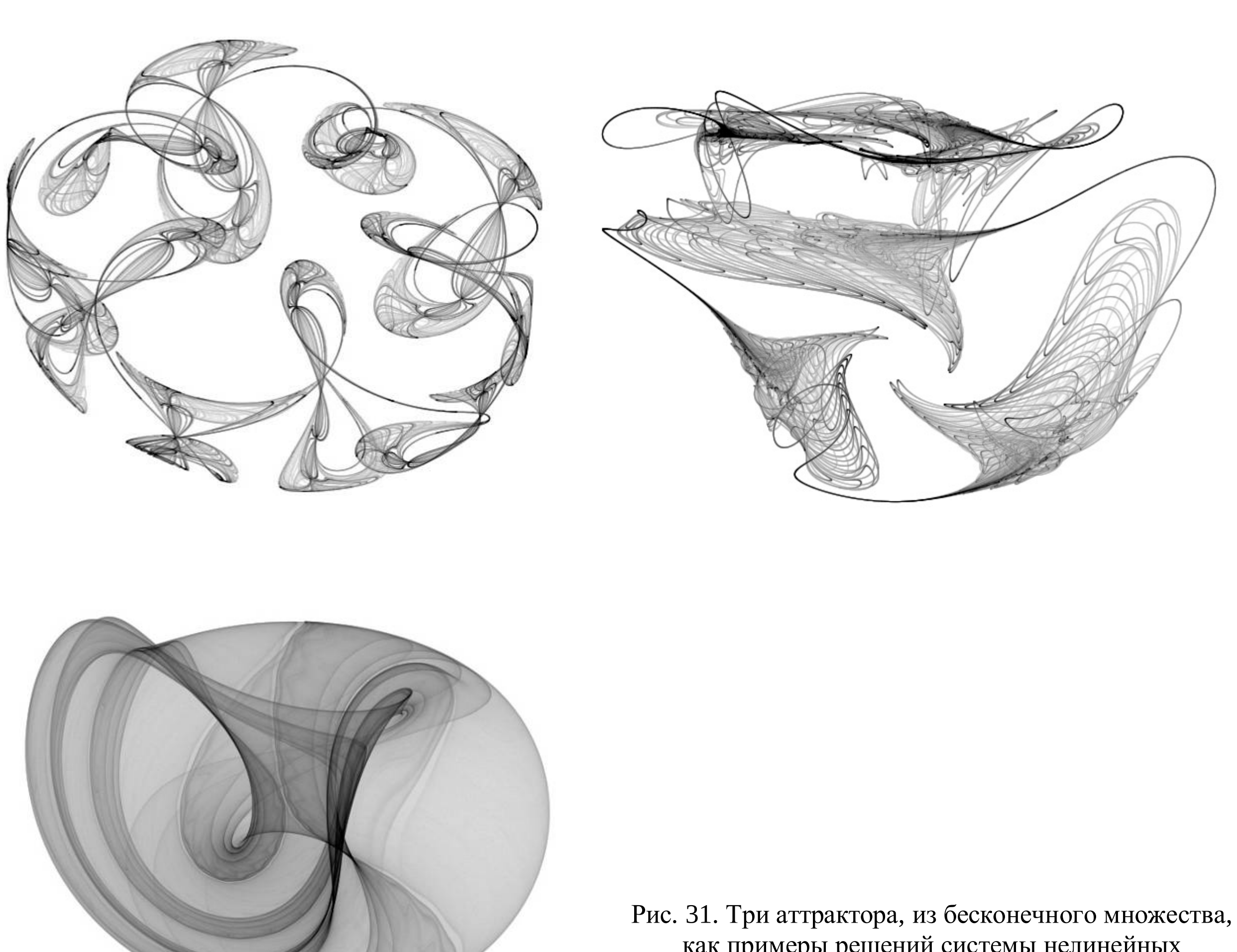


Рис. 31. Три аттрактора, из бесконечного множества, как примеры решений системы нелинейных уравнений.

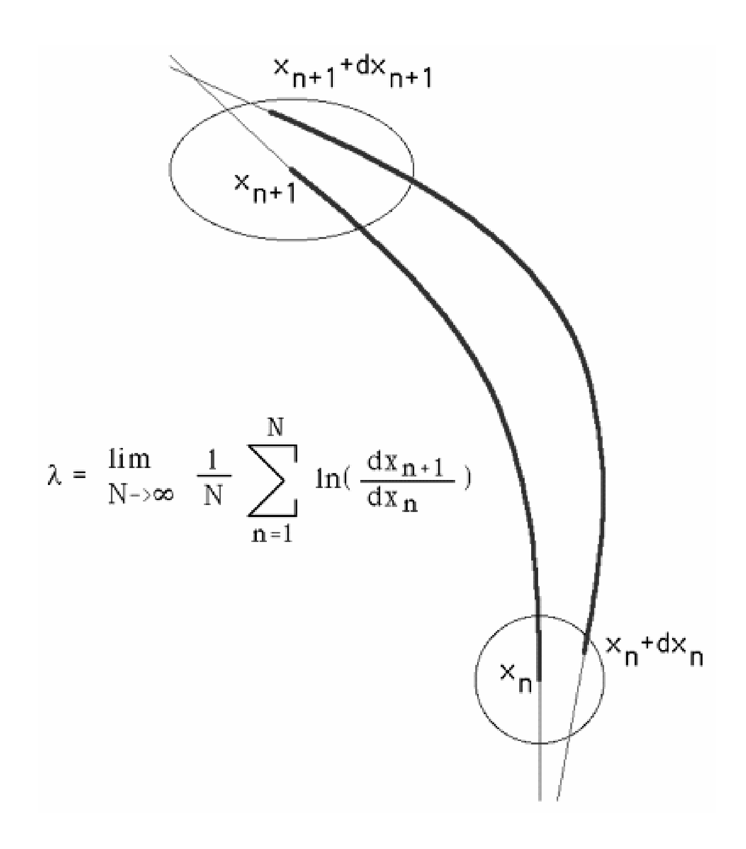
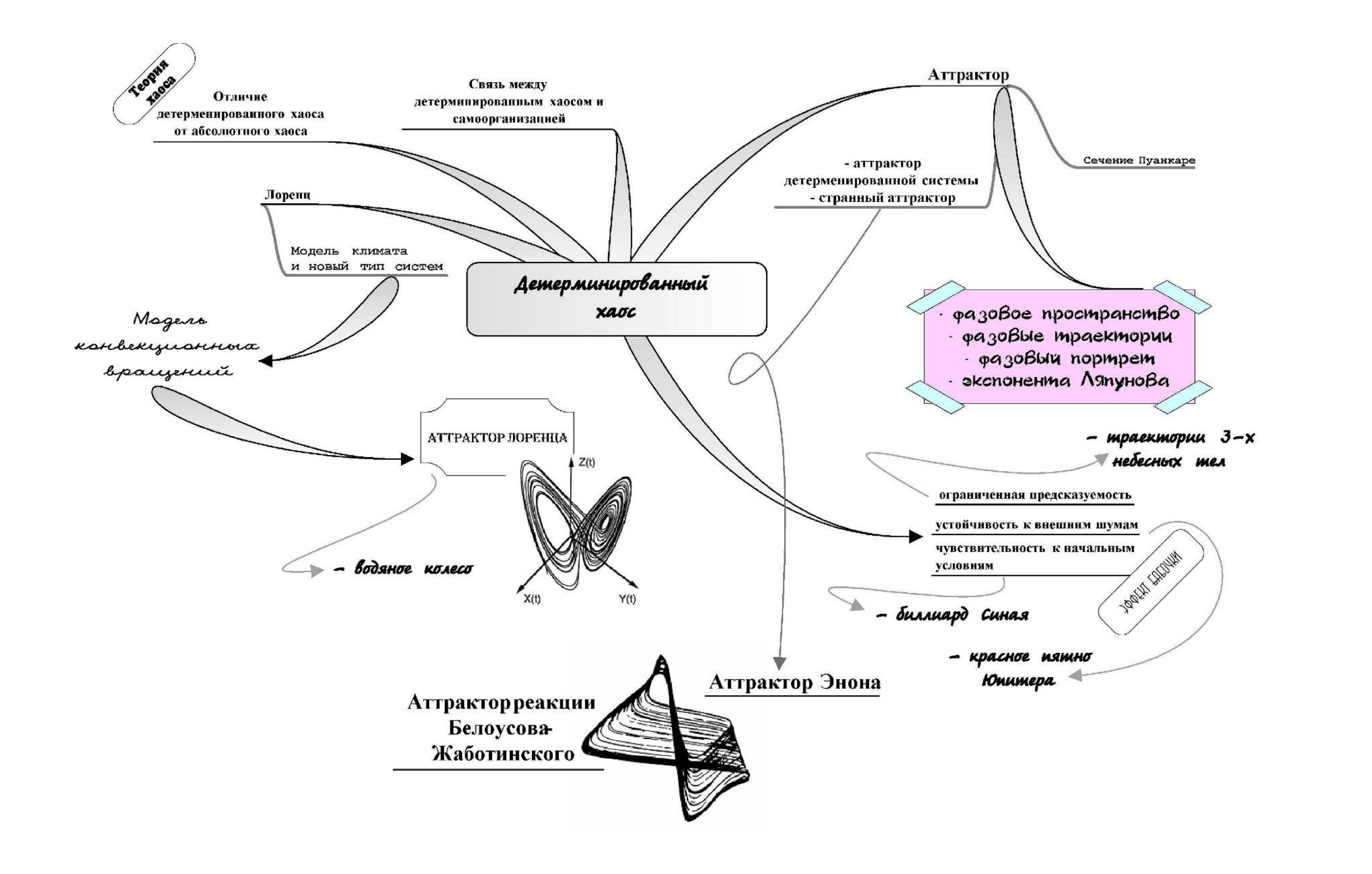


Рис. 32. Вычисление экспоненты Ляпунова.

Вопросы для самопроверки.

1. *В чём отличие хаоса в классическом понимании от детерминированного хаоса?*
2. *Что исследует теория хаоса?*
3. *В какой области исследований работал Лоренц, в чём смысл и значение его работ?*
4. *Почему зима 1961 года считается временем рождения науки о хаосе?*
5. *Приведите примеры очень простых модельных систем с непредсказуемым поведением.*
6. *Что такое фазовое пространство?*
7. *Что такое аттрактор?*
8. *Как будет представлен в фазовом пространстве аттрактор системы с неизменными описывающими его параметрами?*
9. *Как будет представлен в фазовом пространстве аттрактор затухающего и незатухающего маятника?*
10. *Что такое странный аттрактор?*
11. *Сколько измерений может иметь пространство странного аттрактора?*
12. *Какими свойствами интересен странный аттрактор?*
13. *Поведение каких систем описывает странный аттрактор?*
14. *Для чего используется сечение Пуанкаре?*
15. *Какова связь между детерминированным хаосом и самоорганизацией?*
16. *Что показывает и как вычисляется экспонента Ляпунова?*


Теория хаоса
Отличие детерменированного хаоса от абсолютного хаоса
Связь между детерминированным хаосом и самоорганизацией
Аттрактор
Сечение Пуанкаре
- аттрактор детерменированной системы
- странный аттрактор
Лоренц
Модель климата и новый тип систем
Детерминированный хаос
Модель конвекционных вращений
· фазовое пространство
· фазовые траектории
· фазовый портрет
· экспонента Ляпунова
АТТРАКТОР ЛОРЕНЦА
Z(t)
X(t)
Y(t)
– траектории 3-х небесных тел
ограниченная предсказуемость
устойчивость к внешним шумам
чувствительность к начальным условиям
ЭФФЕКТ БАБОЧКИ
– водяное колесо
– биллиард Синая
– красное пятно Юпитера
Аттрактор Энона
Аттрактор реакции Белоусова-Жаботинского

Лекция 4. Теория бифуркаций и катастроф

«Вот здесь, в точке наивысшей неопределённости, не гарантированности и неподтверждённости впервые обретается известная ясность, просветляется мировая ночь. Реальность того, что смысл нашего бытия не в мире, а где-то между мирами, не в очерченном бытие, а в смущении и становлении...»
Стругацкие «Гадкие лебеди»

Являясь частью Теории хаоса и специальным разделом теории сингулярностей, *Теория катастроф* была разработана в конце 60-х математиком Рене Томом (*Thom, René*; 1923-2002), в 1972 году вышла его книга «Структурная устойчивость и морфогенез» («Structural Stability and Morphogenesis») с изложением основных философских и методологических идей теории хаоса. В основу ее была положена разработанная ранее теория особенностей *Уитни* (*H. Whitney*) и теория бифуркаций динамических систем математиков *А. Пуанкаре и А.А. Андронова.*

***Теория катастроф** занимается математическим описанием резких качественных перестроек, скачков в поведении систем*, в частности, нелинейных динамических (то есть эволюционирующих во времени) систем. Эта теория связанна с методами решения дифференциальных уравнений, служащих для описания подобных систем. Переход в состояние детерминированного хаоса, самоорганизация, фазовые переходы не обходятся без резких качественных перестроек в развитии систем, в сущности, они и являются этими перестройками. Поэтому без Теории катастроф понимание синергетических процессов будет не полным. Важным достоинством этой теории является то, что она может описывать ситуации не только “количественно”, но и “качественно”, а ее результаты и выводы иллюстрируются простыми геометрическими образами. Такая “наглядность” теории катастроф привела в своё время к бурному росту числа посвящённых ей публикаций, работы Рене Тома издавались массовыми тиражами в карманной серии.

***Бифуркация** (раздвоение, образование вилки) или **катастрофа** – скачкообразная качественная перестройка системы при плавном изменении параметров.*

«Вдруг закипает вода. Начинает таять лёд. Сотрясаются земли и луны. Рушатся дома. Спина верблюда, как мы знаем, выдерживает груз в n соломинок и внезапно ломается под (n+1)-й. Происходят биржевые крахи». *Постон Т., Стюар И.*

Наглядный пример катастрофы – внезапный прогиб упругой колонны под воздействием плавно увеличивающегося давления (рис. 33). На рисунке 34 представлено графическое отображение бифуркации. До точки бифуркации система имеет один путь развития, её поведение полностью предсказуемо. *Точка бифуркации* – такой период в развитии системы, когда прежний устойчивый, линейный, предсказуемый путь развития системы становится невозможен, эта точка критической неустойчивости развития, в которой система перестраивается, выбирает один из двух возможных путей дальнейшего развития, то есть происходит некий фазовый переход. Особенность точки бифуркации в том, что точно предсказать выбор пути, по которому пойдёт дальнейшее развитие системы, проходящей через такую точку, невозможно. В этой точке система находится в состоянии неустойчивого равновесия (существует три типа равновесия: устойчивое, неустойчивое, безразличное, они образно показаны на рисунке 35) и становится чувствительна к пренебрежимо малым воздействиям, решающим её судьбу. В точке бифуркации в развитии системы появляется неустранимый элемент случайности, неопределённости, непредсказуемости. В ней «бог играет в кости». Наконец, пройдя через точку бифуркации, выбрав один из путей развития, система,

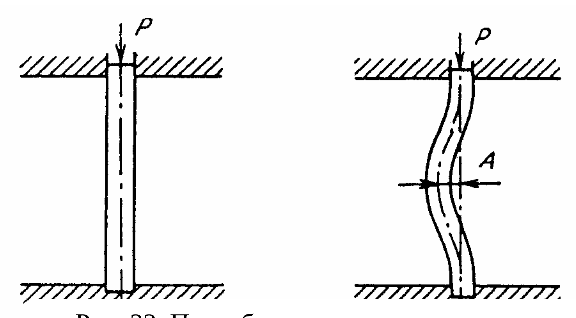


Рис. 33. Прогиб колонны при превышении критической нагрузки.

Рис. 34. Графическое представление бифуркации (катастрофы).

устремляясь по нему, снова становится устойчивой, ход развития – линейным, как это видно из графика: каждый из двух возможный путей отображается одной непрерывной линией. Поведение системы снова становится полностью предсказуемым до точки следующей бифуркации. Таким образом, *развитие систем, содержащих периоды бифуркаций, имеет такие общие черты, как сочетание случайности и необходимости, детерминизма и непредсказуемости, возможность выбора из нескольких решений вблизи точки бифуркации, неожиданно сильного отклика на слабое воздействие (и наоборот, слабого отклика на сильное воздействие, когда точка бифуркации пройдена).*

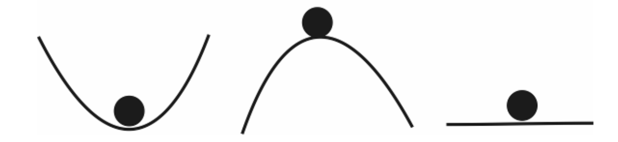


Рис. 35. Устойчивое равновесие можно условно изобразить в виде шарика, лежащего на дне лунки: если изменить его положение, он скатится назад, положение его можно изменить, вообще выкинув из лунки, для чего необходимо потратить значительное усилие; неустойчивое – в виде шарика, лежащего на вершине холма, любое внешнее воздействие, иногда бесконечно малое, приведёт к тому, что шарик скатится вниз, предсказать заранее направление его падения невозможно, в случае с двумерной картиной мы и получаем бифуркацию – раздвоение возможного пути движения шарика: вправо или влево; безразличное равновесие отображается шариком, лежащим на ровной плоскости: он может бесконечно долго находиться как в текущем положении, так и в том, которое он займет, сместившись под воздействием внешнего импульса. Энергия, необходимая для изменения состояния такой системы (изменения положения шарика) пропорциональна весу шарика и расстоянию, на которое он смещается, то есть поведение системы линейно.

Еще Дж. Максвелл указывал на существование ситуаций (которые он называл особыми точками), в которых поведение механической системы становится нестабильным, как, например, камень на вершине горы может вдруг сорваться, вызывая лавину. Максвелл предостерегал своих ученых коллег от недооценки роли таких ситуаций и считал, что если изучение особых точек сменит непрерывность и стабильность вещей, то успехи естествознания, возможно, позволят устранить предрасположение к детерминизму. Под подобные исследования в *XX*-м веке даже частные корпорации стали выделять гранты, на которые проводились странные исследования, например, Бак и Чен (*Bak, Chen*), использовали в качестве экспериментального объекта кучки песка. Все видели, как в песочных часах растёт холмик песка, который периодически осыпается вниз. Сотни и тысячи песчинок увеличивают конус песочной кучки, не вызывая её сползание, но периодически возникает момент, когда достаточно одной песчинки, чтоб обвал произошёл. Сможем ли мы предсказать эту песчинку, в технологиях, в социологии, в политике, в психологии, в экологии, в метеорологии, в экономике? Кучки песка, по словам исследователей, раскрывают новый взгляд на мир: глобальные характеристики и эволюцию системы нельзя понять, анализируя составляющие ее части.

Экология – биологическая дисциплина, имеющая дело с многокомпонентными, сложными, открытыми динамическими системами. Экологи одними из первых среди биологов, обратившись к математике, абстрагировались от реальной жизни сообществ животных и растений и стали рассматривать их как динамические системы. Модели процессов, происходящих в окружающем мире, могут строиться на основе непрерывной пространственно-временной матрицы, это континуальные модели, такие модели используют дифференциальные уравнения, решаемые достаточно сложно. Другой тип моделей – модели дискретные реконструируют поведение системы в рамках отдельных временных интервалов. Они используют разностные уравнения, и решать их гораздо проще. Пример дискретных моделей – модель годовых циклов изменения численности популяции. В такой модели задаётся начальная численность популяции, находится формула, достоверно описывающая изменение численности популяции, начальная численность подставляется в формулу, высчитывается результат – это численность в конце годового цикла. Потом полученный результат снова подставляется в ту же формулу, решение её показывает численность популяции во второй год (закон регуляции численности по условию не изменился, поэтому используем ту же формулу; популяция обитает в той же среде, в смертности и воспроизводстве следующего года участвует то количество особей, которое осталось от года предыдущего, то есть получилось в результате предыдущего решения уравнения). Данные для

третьего года выводятся из данных для второго и так далее. Благодаря такому итерационному процессу можно рассмотреть историю популяции на протяжении многих лет. Тут обнаруживается обратная связь, когда результат каждого года служит исходной величиной для последующего. Обратная связь может стать неуправляемой, как бывает, когда звук из громкоговорителя проходит обратно через микрофон, мгновенно усиливаясь до оглушительного свиста. С другой стороны, обратная связь способна породить и стабильность, как в случае с термостатом: любое увеличение температуры сверх определённого уровня ведёт к охлаждению, а за снижением следует нагрев.

Простейшая линейная функция, которой можно попытаться описать изменение численности популяции: $x_c = rx$, где x и x_c численность в предыдущий и последующий годы, соответственно, а r – коэффициент роста численности. Но, если r больше единицы, такая формула приведёт к быстрому, стремящемуся к бесконечности, росту численности, если же она меньше единицы, численность такой популяции будет стремиться к нулю. Реальности более бы соответствовала функция, резко возрастающая при малых размерах популяции, сводящая рост к нулю при средних размерах и снижающаяся при больших размерах популяции. Простейшей модификацией, пожалуй, окажется линейная зависимость, предложенная *Мальтусом*: $x_c = rx(1\text{-}x)$. Новый член $(1\text{-}x)$ удерживает рост в определённых границах, то есть когда x возрастает, $1\text{-}x$ уменьшается.

Произвольно выберем значение параметра r, скажем, 2,7, и начальную численность популяции, к примеру, 0,02. Подставив эти значения в формулу $x_c = rx(1\text{-}x)$ получим 0,0529. Крошечная начальная численность популяции выросла более чем в 2 раза. Повторим процедуру, используя только что полученную численность особей в качестве исходных данных, и получим 0,1353. Численность увеличилась ещё более чем в 2 раза. При следующих итерациях популяция увеличивается до 0,3159, затем до 0,5835; 0,6562 – рост численности замедляется. Далее, по мере того, как смертность «догоняет» воспроизводство, численность достигает 0,6092; 0,6428; 0,6199; 0,6362; 0,6249. Значения в числовом ряду скачут: то возрастают, то уменьшаются. Впрочем, заканчивается он строго определённым значением: 0,6328; 0,6273; 0,6312; 0,6285; 0,6304; 0,6291; 0,6300; 0,6294; 0,6299; 0,6295; 0,6297; 0,6296; 0,6297; 0,6296; 0,6296… Итак, численность популяции стабилизировалась на значении 0,6296. Такая динамика на графике может быть отражена кривой с затухающими на определённом значении колебаниями (рис. 36).

Когда все расчёты выполнялись вручную, и даже во времена механических счётных машинок с ручным вводом, дальше подобных вычислений дело не шло. В 1976 году австралийский биолог *Роберт Мэй* обнаружил, что увеличение параметра r ведёт к возрастанию степени нелинейности в системе. При низких значениях система находится в устойчивом состоянии. Выше – распадается на 2 фрагмента, численность колеблется между двумя величинами, при дальнейшем повышении поведение системы становится непредсказуемым. Мэй сосредоточил внимание на рубеже перехода от стабильного состояния к колебательному, он увеличивал значение параметра так медленно, как только мог. Если это значение составляло 2,7, численность популяции равнялась 0,6292. По мере увеличения параметра конечный результат так же медленно увеличивался, образуя на графике кривую, плавно поднимающуюся слева на право. Неожиданно, когда значение параметра r превысило 3, линия раздвоилась. Численность стаи рыб, популяцию которой изначально описывало это уравнение, стала колебаться между двумя значениями, популяция перешла к 2-летнему колебательному циклу. При дальнейшем увеличении коэффициента воспроизводства 2-хлетний цикл сменился 4-хлетним, затем 8-летним, 16-летним и так далее, наконец, какая-либо периодичность в колебаниях численности перестала улавливаться глазом.

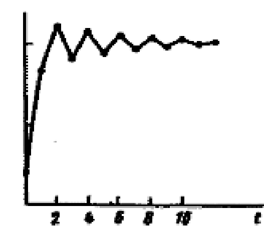


Рис. 36. Затухающие колебания численности популяции.

Вместо применения отдельных диаграмм для демонстрации изменений в популяциях Роберт Мэй использовал так называемую *разветвлённую диаграмму* или *логистическое отображение*, чтоб проследить все варианты развития популяции, все пути изменения численности на одном изображении. Значения r откладывались по горизонтальной оси; значения конечной численности – по вертикальной. В известном смысле рост параметра r знаменует увеличение в системе нелинейного элемента. Когда значение невелико, популяция угасает, по мере его роста популяция достигает равновесия. Затем, при дальнейшем увеличении параметра, равновесное состояние расщепляется на две ветви, подобно тому, как в процессе конвекции дальнейшее нагревание жидкости делает её нестабильной. Начинаются колебания численности

между двумя, четырьмя, восемью и т.д. уровнями. Расщепления, или разветвления происходят всё быстрее и быстрее. Далее система становится хаотичной, и численность особей может приобретать бесконечное множество значений (рис. 37).

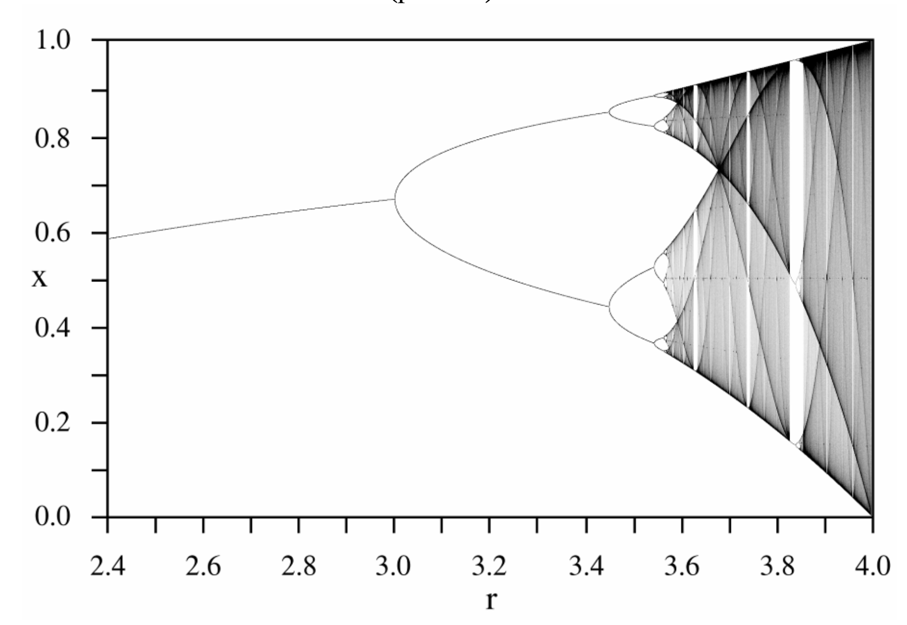


Рис. 37. Лавинообразное увеличение значений возможной численности популяции, «каскад бифуркаций».

Джеймс Йорк, с математической точностью проанализировав явления, описанные в работе Мэя, доказал, что в любой одномерной системе происходит следующее: если появляется регулярный цикл с тремя волнами, то в дальнейшем система неизбежно начинает демонстрировать как правильные циклы любой другой продолжительности, так и полностью хаотические. То есть, система повторяющая себя в 3-хволновых колебаниях без проявления хаоса невозможна.

Итак, оказалось, что популяции, описываемые даже предельно простыми уравнениями, могут проявлять непредсказуемое поведение. Они могут быть нечувствительны к флуктуациям некоторых внешних или внутренних параметров, но лишь небольшой толчок определённого типа, направленный в нужном направлении в нужное время, может, дестабилизировав систему, привести к непредсказуемому, нелинейному эффекту увеличения или уменьшения численности популяции, либо даже к полному её исчезновению. На графике видно, что хаотический режим проявляется именно при увеличении коэффициента воспроизводства *r*, и некоторые ветви этого режима снижают численность популяции практически до нуля.

Отображение поведения системы с лавинообразным нарастанием бифуркаций носит название *каскад бифуркаций* или *последовательность Фейгенбаума*, по имени исследователя, открывшего в детерминированном хаосе каскада бифуркаций строгую закономерность, выраженную точной константой. *Митчелл Файгенбаум* сосредоточился в своём исследовании каскада бифуркаций на зоне перехода от предсказуемого поведения системы к детерминированному хаотическому. Файгенбаум решил начать с подсчёта точных значений параметра, порождавшего расщепление. К открытию учёного привело низкое быстродействие калькулятора. Ожидая очередного результата, который калькулятор на каждой ступени просчёта бифуркационного древа выдавал всё медленнее, Файгенбаум пытался угадать следующее значение. Тут он заметил закономерность: расстояния между очередными шагами бифуркации всё сокращались, и сокращались с постоянным коэффициентом. Числа приближались друг к другу, словно столбы высоковольтной линии, сходящиеся на горизонте в точку. Обычно такое проявление геометрической сходимости предполагает, что в определённом месте некий объект повторяет сам себя в различных масштабах. Файгенбаум рассчитал коэффициент конвергенции бифуркаций и получил число: 4, 669. То есть каждое новое удвоение наступает в 4,669 раз быстрее предыдущего. В явно неуправляемой системе масштабность свидетельствует, что определённое качество сохраняется, система не абсолютно хаотична, некоторые её черты строго и точно предсказуемы. Фейгенбаум стал исследовать другие функции порождающие каскад бифуркаций, например $x_{t+1} = r\ \mathit{sin}\ \mathrm{pi}\ x_t$. Все они давали тот же результат: 4, 669. Исследователь

попытался найти связь между найденной константой и другими известными ему математическими и физическими константами, но не пришёл к успеху.

Струящиеся ручьи, качающиеся маятники, электронные осцилляторы и множество других систем различной природы в состоянии спонтанно и непредсказуемо переходить к хаотичному поведению. Физики знали уравнения, описывающие такие системы, но перебросить мост от уравнений различного вида к глобальному долгосрочному описанию поведения таких систем не удавалось. Открытие Фейгенбаума показало, что дело не в уравнениях, с появлением детерминированного хаоса вид уравнения терял свою значимость. *Каскад бифуркаций оказался одним из универсальных путей перехода от детерминированного поведения системы к детерминированно - хаотическому*, а константа, найденная Фейгенбаумом и впоследствии уточнённая: 4.66920 16091 02990 67185 32038 20466 20161 72581 85577.... говорила о строгой детерминированности тех непредсказуемых процессов, которые происходят в детерминированно - хаотической системе и об универсальности законов, управляющих поведением таких систем. Кроме того, число-инвариант, полученное Фейгенбаумом, позволило предугадать, когда именно произойдёт следующий скачёк системы в состояние детерминированного хаоса.

Интересный эксперимент, связывающий сценарий удвоения периода с конвекционными потоками нагреваемой жидкости, подобных тем, что рассмотрены нами во второй лекции, поставил парижский учёный *Либхабер*. Этот исследователь пытался проникнуть в тайны возникновения турбулентности. Всем известен бурлящий хаос водного потока, встречающего на своём пути препятствие (рис. 38), клубы поднимающегося вверх дыма, хаотическое вращение лёгких частиц несомых потоками нагревающейся жидкости.

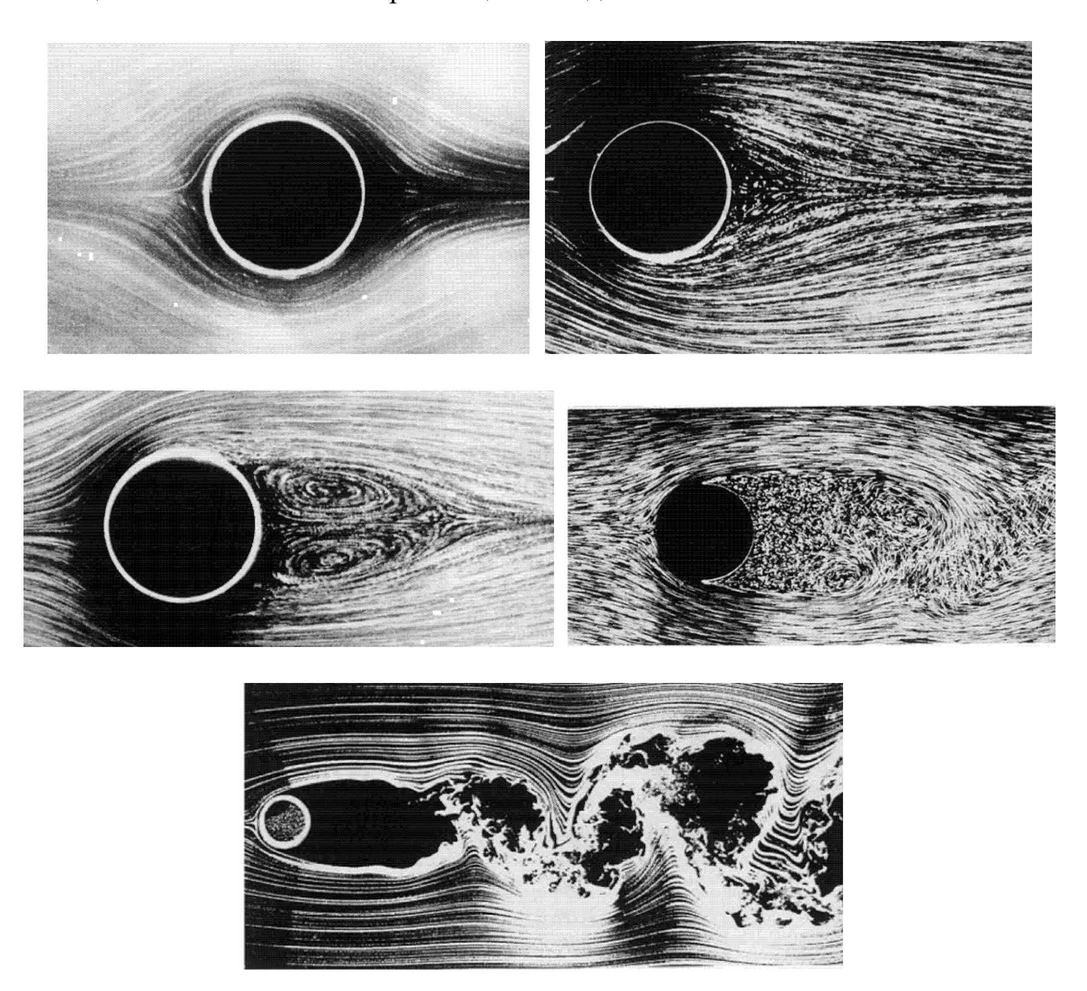


Рис. 38. Переход от ламинарного течения жидкости к турбулентному.

Турбулентность, этот хаос, вдруг возникающий из порядка, волновал умы величайших мыслителей на протяжении столетий (рис. 39).

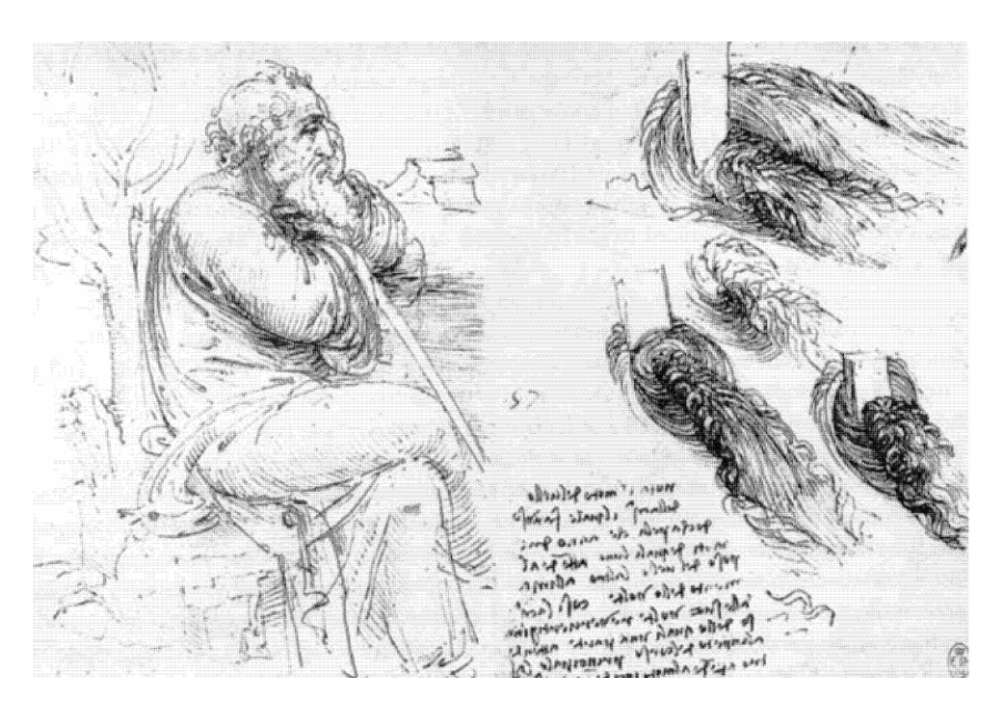


Рис. 39. Страница из записной книжки Леонардо да Винчи с изображением автопортрета и некоторых эскизов турбулентных водяных потоков. Из Королевской библиотеки (Royal Library) в Замке Виндзора (Windsor Castle), 12579.

Над вопросом причин и механизмов возникновения турбулентности билось много известных физиков, им занималось огромное количество практиков – инженеров, государствами и частными корпорациями выделялись огромные средства для борьбы с этим явлением. Действительно, в изолированной трубе нефтепровода вдруг, без видимых причин, ламинарное течение жидкости сменяется турбулентным, микроскопические возмущения возникают всегда, но они затухают быстро и незаметно, пока одна из флуктуаций не станет критической, распространившись и разрушив линейное течение жидкости. При возникновении турбулентности скорость течения резко падает, что приводит к большим потерям. Турбулентность же, внезапно возникшая в потоках воздуха, обтекающих крыло самолёта, может привести к потерям не только экономическим.

Известная экспериментальная модель для изучения перехода к хаосу в потоке жидкости – цилиндр, наполненный жидкостью, внутри которого, в жидкости, находится цилиндр меньшего диаметра. Наружный и внутренний цилиндр вращаются в противоположные стороны вокруг своей оси. С увеличением скорости вращения в жидкости между ними возникает волна, которая вскоре дробится ряд более мелких волн и вскоре вся жидкость приходит в турбулентное состояние (рис. 40).

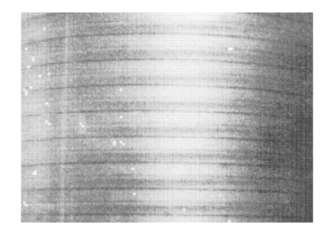
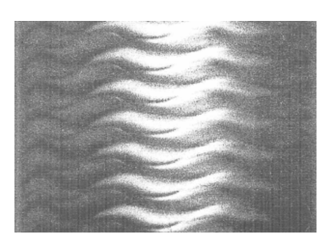
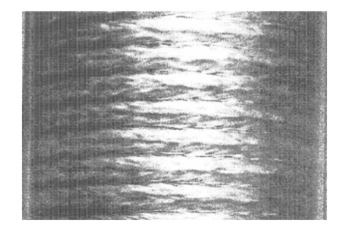
  

Рис. 40. Возникновение турбулентности в жидкости между двумя вращающимися цилиндрами.

Проследить и полностью проконтролировать переход жидкости в турбулентное состояние в такой системе оказалось невозможно. Ради создания максимально контролируемых условий Либхабер сделал ёмкость размером 2 миллиметра в периметре, в которой смогут уместиться только 2 валика конвектирующей жидкости. Стенки ёмкости были сделаны из специального материала, позволяющего достичь наиболее равномерного нагрева. Ёмкость находилась в вакуумной камере. Эксперименты проводились по ночам, в подземном этаже, чтобы вибрации городского транспорта не вносили искажений. В качестве жидкости был выбран жидкий гелий,

охлаждённый до температуры несколько градусов выше абсолютного нуля. При медленном нагревании дна камеры нагретые потоки гелия начали подниматься вверх. Термодатчики показали плавное повышение температуры жидкости. И тут возникла первая флуктуация: графопостроитель, соединённый с термодатчиками, стал вычерчивать кривую периодического повышения и понижения температуры, это соответствовало вращению жидкости в образовавшейся паре ячеек. Теперь температура жидкости колебалась между двумя значениями. Температуру продолжали плавно увеличивать. Вскоре за первой флуктуацией появилась вторая, меньшая по амплитуде. Когда нагреваемая жидкость не может отдать всё тепло за один виток конвекционного вращения, в верхних слоях возникают вторичные, более мелкие завихрения. Температура стала колебаться между четырьмя значениями. С дальнейшим нагревом жидкости появился ещё один цикл, теперь температура колебалась между восемью значениями (рис. 41), удвоение циклов продолжалось до тех пор, пока число периодов не стало столь велико, что начало восприниматься как хаотичные колебания температуры. Нетрудно заметить, что увеличение циклов изменения температуры шло по принципу каскада бифуркаций, и стадия наступления детерминированного хаоса соответствовала возникновению турбулентности. Условно можно сказать, таким образом, что система, развивающаяся по принципу каскада бифуркаций, входит в турбулентный режим, и возникновение турбулентности, с другой стороны, подчинено законам детерминированного хаоса, небольшие флуктуации, изменение параметров динамики системы могут подтолкнуть систему к переходу в турбулентный режим развития (коэффициент r - являющийся в экологии коэффициентом воспроизводства популяции, в физике характеризует параметры, ведущие к увеличению нелинейности в системе: силу трения, температуру и пр.)

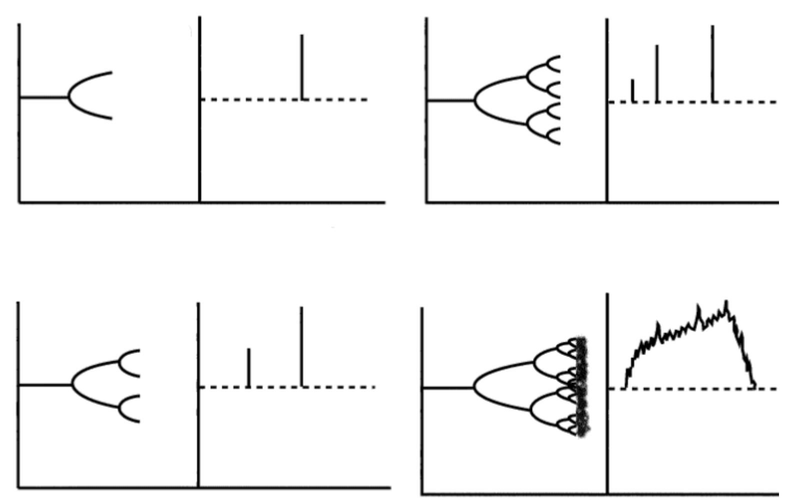


Рис. 41. Ветвления циклов изменения температуры: справа пики температуры на линейном графике, согласно данным термодатчика, слева бифуркационная диаграмма соответствующая всем тем температурам, которые принимает жидкость на данной стадии нагрева.

Вопросы для самопроверки.

1. *Какие типы равновесия вы знаете?*
2. *Какова область приложения теории катастроф?*
3. *Что такое бифуркация или катастрофа?*
4. *Опишите состояние системы до точки бифуркации, в момент её и после.*
5. *Какие свойства приобретает система в точке бифуркации?*
6. *Вспомните уравнение, описывающее изменение численности популяции Мальтуса.*
7. *Каскад бифуркаций Роберта Мэя: чем интересно его открытие?*
8. *Существует ли в природе абсолютный хаос и абсолютный порядок?*
9. *Вспомните эксперимент, описывающий возникновение турбулентности через каскад бифуркаций.*


Теория бифуркаций
и катастроф
Бифуркация
Примеры катастроф
в - социологии
- физике
- химии
Развитие систем,
содержащих периоды
бифуркаций
модель Бака и Чена
ТИПЫ
РАВНОВЕСИЯ
Турбулентность
Два вращающихся цилиндра
Опыт Либхабера
Уравнение Мальтуса:
xc = rx(1-x)
РОБЕРТ МЭЙ.
КАСКАД БИФУРКАЦИЙ
Митчелл Файгенбаум:
коэффициент конвергенции
бифуркаций
4, 669
Каскад бифуркаций - один из
универсальных путей
перехода от детерминированного
поведения системы к
детерминировано - хаотическому

Лекция 5. Биологическая самоорганизация

«И все-таки, где же у него кнопка?..»
Приключения Электроника.

Подумайте, чем отличаются биологические системы от искусственных систем создаваемых человеком? Большинство систем, создаваемых человеком, ещё неспособны самореплицироваться, эволюционировать, приспосабливаться к хаотичной внешней среде. Они не имеют этих способностей, по-видимому, потому что ещё слишком примитивны сравнительно с живыми системами. Любая живая клетка устроена значительно сложнее большинства механических или электронных устройств, созданных человеком. Несмотря на огромное количество теорий самозарождения жизни, остаётся нерешённым до конца вопрос качественного скачка, который должна была совершить химическая система, чтоб стать самоподдерживающейся и самореплицирующейся структурой, которую мы вправе назвать живой. Самой примитивной из современных бактерий для самостоятельного существования и самовоспроизводства во внешней среде необходимо не менее тысячи белков. Искусственной клетке, созданной в строго контролируемых лабораторных условиях, необходимо будет около ста генов, но остальные ей просто заменит вся научная индустрия, создавшая лабораторию со строго контролируемыми условиями, производящая реактивы, оборудование, труд людей, это всё поддерживающих.

Смогла бы работать машина, равная по сложности живой клетке, но состоящая из жёстко связанных друг с другом неизменными, линейными, абсолютно детерминированными связями элементов? Может ли живая система быть построена по принципу часового механизма или современного компьютера? С проблемой сложности сегодня уже столкнулись программисты. Хороший программист делает в среднем одну ошибку, которая остаётся незамеченной, на сто строк программного кода. В больших программных продуктах могут содержаться миллиарды строк программного кода. Количество ошибок в таких системах становится критическим. Если система состоит из столь колоссального числа элементов, связанных жёстко детерминированными связями, не способных к самобалансировке, самостоятельному изменению, самоорганизации своих связей и взаимодействий, такая система, скорее всего, очень скоро выйдет из строя. Такой системе будут необходимы крайне строго контролируемые условия и постоянное вмешательство человека. Невозможно представить себе такой механизм самостоятельно существующим сколь-либо продолжительное время в неконтролируемых условиях внешнего мира. Но большинство систем, созданных человеком, и не предназначались для этого. Сам факт *само*зарождения жизни предполагает самоорганизацию материи. Под эволюцией, если мы предполагаем, что её движущие силы – хаотичный перебор случайных мутаций с отбором тех из них, которые способствуют приспособлению к окружающей среде (то есть если мы не признаём внешнюю силу, энтелехию, организующую материю живого существа согласно собственному плану), мы понимаем также дальнейшую самоорганизацию, которая сопровождается снижением энтропии, появлением новой информации, усложнением эволюционирующих систем. Самостоятельно возникшая и самостоятельно эволюционирующая структура есть структура самоорганизующаяся, и её организация должна изначально опираться не на те принципы, и состоять не из тех элементов, из которых состоят и на которые опираются не эволюционирующие, не самовосстанавливающиеся и не самовоспроизводящиеся системы, создаваемые человеком.

Между тем, в среде биологов до сих пор господствует редукционизм, доставшийся нам от эпохи простых механических машин, от эпохи доминирования анализа над синтезом, эпохи механики с её линейными законами. Такой редукционизм предполагает жёсткую однозначную взаимосвязь между элементами живой системы, в частности, полную детерминированность всех процессов, происходящих в живом организме, его геномом. Кроме того, редукционизм сводит сложность живой системы к сложности её элементов, и предполагает, что, познав эти элементы по отдельности, можно будет воссоздать целое их простым сложением. Такой подход не признаёт присутствия самоорганизации, с её непредсказуемостью развития в точках бифуркаций, критическими флуктуациями, выводящими систему на новый уровень организации, способностью противостоять внешним шумам, меняясь вместе с меняющимися внешними условиями. Вопреки этим представлениям, накапливается все больше свидетельств самоорганизации (самосборки, эмерджентности) в разнообразных биологических системах всех

уровней, от молекулярного и клеточного до популяционного. Опишем наиболее классические примеры такой самоорганизации.

Субклеточный уровень. Липиды в водном коагуляте образуют шарообразные мицеллы, содержащие бислойную липидную стенку, подобную таковой у живых клеток. Биологам хорошо известна способность большинства полимерных элементов цитоскелета (микротрубочек, микрофиламентов) самособираться и саморазбираться, динамически самоподдерживая уровень своей полимеризации в клетке. Транспортная РНК самопроизвольно приобретает свою вторичную крестообразную конфигурацию.

Это примеры наиболее наглядные. Но сама способность клеточных систем к эволюционной адаптации на биохимическом уровне: выработка бактериями резистентности к антибиотикам или способность восстанавливать утраченную способность к синтезу необходимой аминокислоты, недостаток которой в питательном субстрате становится критичным для выживания, всё это свидетельствует о способности к самоорганизации и поддержании стабильности системы в меняющихся внешних условиях.

Простой эксперимент моделирует эволюцию биомолекул *in vitro*: в раствор РНК добавляют АТФ и РНК-репликазу. В пробирке начинается интенсивный синтез РНК, когда дочерние РНК заполнят субстрат, небольшое количество молекул переносят в новую пробирку, в которой продолжается их синтез. Делается около двадцати переносов, в процессе которых успевает смениться огромное число генераций РНК, ошибки копирования производят мутантные РНК, различающиеся по своим свойствам, в частности, по скорости репликации. Так как наиболее быстро копирующиеся РНК скорее заполняют своими потомками весь доступный субстрат, они статистически чаще оказываются в образце, переносимом в новую пробирку и в результате вытесняют родительскую РНК. Говоря языком синергетики, наиболее быстро реплицирующаяся РНК есть самый оптимальный параметр порядка в данных условиях, вытесняющий как прежнюю форму организации системы (родительская РНК), так и случайные флуктуации (случайно возникающие мутантные РНК с другими типами мутаций). Появление быстро реплицирующегося мутанта есть критическая флуктуация, перестраивающая по своему подобию всю систему.

Геном дрозофилы содержит около 20 тысяч генов, геном человека – около 60 тысяч. При таком кардинальном различии в сложности организации, какое существует между человеком и дрозофилой, число генов в их геномах различается всего в 3 раза. Вероятно, это можно объяснить тем, что гены лишь формируют начальное поле для запуска самоорганизующихся биохимических процессов, синтезируют набор начальных катализаторов, морфогенетических, биохимических градиентов первичных реагентов, которые уже запускают биохимические процессы, производящие значительно более высокий уровень сложности, значительно большее количество информации, по сравнению с информацией, закодированной в ДНК. Действительно, ДНК человека содержит лишь немногим больше 800мб информации, то есть в заархивированном виде она вместится на одну CD матрицу. Трудно представить себе, чтобы такое количество информации исчерпывающе описывало всю сложность человеческого организма, особенно учитывая, что 90 % ДНК человека – сателлитная ДНК.

Клеточный уровень. В качестве примера самоорганизации на уровне клеточных популяций можно привести процесс образования пространственных паттернов колоний бактерий различных видов. За счёт координированного перемещения, отмирания и деления клеток формируются кольцевидные, спиральные, разветвлённые клеточные потоки (рис. 42). Заметьте, как спиральный паттерн удивительно напоминает структуры самоорганизации автокаталитической реакции Белоусова-Жаботинского.

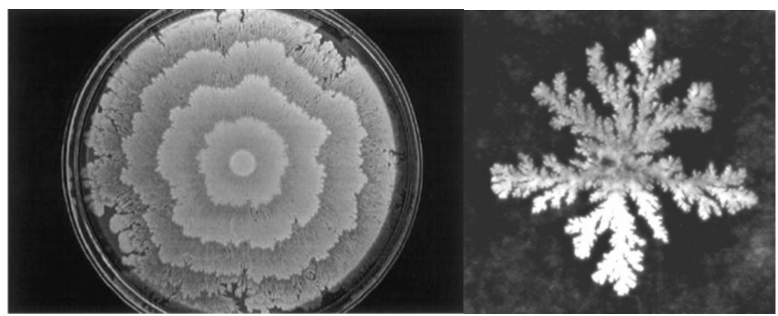
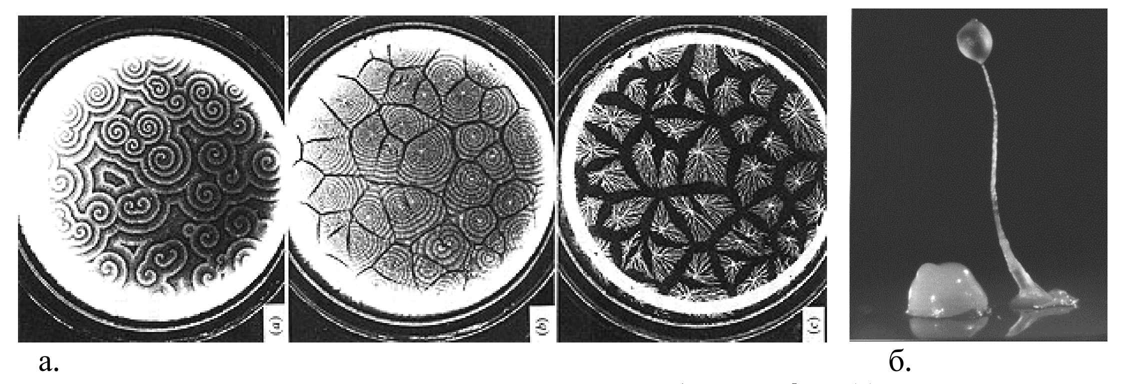


Рис. 42. Различные паттерны колоний бактерий.

Классическим, примером биологической самоорганизации, которому посвящены сонмы работ, стала агрегация амёб миксомицета Dictyostelium. Жизненный цикл миксамёб состоит из следующих стадий: спор, автономных амёб, колоний амёб и плодового тела. Питаются миксамёбы только в амебоидной стадии. В это время амёбы равномерно рассредоточены по субстрату. При истощении корма амёбы образуют колонию. Вокруг места будущей колонии возникают концентрические волны амёб, двигающихся к центру с периодом в несколько минут. Механизм образования таких волн следующий. Голодающие амёбы начинают продуцировать циклическую АМФ (цАМФ). Другие амёбы, получившие сигнал в виде цАМФ, начинают 1) перемещаться по градиенту ее концентрации, 2) продуцировать цАМФ и 3) продуцировать фосфодиэстеразу - разрушитель цАМФ. В результате случайных флуктуаций концентрации цАМФ возникают первичные сгущения амёб, одно из которых становится центром будущей колонии. Концентрация цАМФ пропорциональна размеру сгущения. Так как амёбы движутся по градиенту концентрации, то перед нами система с положительной обратной связью. Сгущение, образовавшееся из первичной флуктуации концентрации цАМФ, разрастается и образуется колония. Взаимодействие цАМФ с фосфодиэстеразой при определенных параметрах системы приводит к незатухающим колебаниям концентраций реагентов вокруг точки неустойчивого равновесия. Это и определяет появление волн движения амёб. Сформировавшаяся колония перемещается как целое в поисках подходящего субстрата и, найдя его, формирует плодовое тело, на котором образуются мириады спор.

Таким образом, при образовании колонии миксомицетов мы видим спонтанное нарушение как пространственной, так и временной симметрии, то есть в результате самоорганизации появляется пространственная и временная структура (рис. 43).



а. б.

Рис. 43. Последовательность структурирования популяции амёб Dictyostelium (а); плодовое тело созданное популяцией (б).

Организменный уровень. Функционирование многоклеточного организма даёт множество примеров самоорганизации активности клеток отдельных органов и систем, и самоорганизации этих органов в функционирование организма как целого. Синхронизация электрических импульсов клеток сердца и нейронных сетей, секреции инсулина клетками гепатопанкреаса - в подобных ассоциациях пространственная и временная упорядоченность возникает путем нелинейных взаимодействий, поэтому предсказать механизм работы целого путём простого сложения деятельности отдельных элементов невозможно. Нервная система – пожалуй, самый демонстративный пример нелинейной, самоорганизующейся структуры. В ответ на внешние импульсы клетки нервной системы генерируют потенциалы действия, передающиеся по цепям нейронов, объединяя их в сложные контуры возбуждённых клеток – нейронные сети. Какая из клеток в какой степени будет задействована в нейронной сети – отчасти решается случаем, так же, как и количество отростков, синапсов, число нейронов, с которыми контактирует нервная клетка, могут быть определены для нейронов каждого типа лишь статистически. Нервная система – самообучающаяся система. Когда она сталкивается с импульсами из внешнего мира, не обладая ещё способностью к их обработке, анализу, структуризации, они представляют для неё не что иное, как белый шум, хаос. Хотя в нервной системе есть генетически предустановленные нейронные сети, уже при рождении способные распознавать некоторые стандартные простейшие комбинации импульсов, поступающих из внешней среды, да и дальнейшая структуризация

нейронных связей проходит по достаточно жёстким магистральным направлениям, тем не менее, она опирается на внешние импульсы. Те нейроны, которые получают больше электромагнитных импульсов от рецепторов или других клеток нервной системы, то есть более активно участвуют в процессах обработки и передачи информации, развиваются активнее, образуют больше контактов с другими нейронами. Процесс образования, усиления и ослабления межнейрональных связей происходит в мозгу непрерывно, при решении какой либо определённой задачи или выполнении какого либо действия возбуждаются специфические нейронные цепи, контролирующие выполнение этого действия, обеспечивающие решение этой задачи, уже через несколько минут повышенной активности, в задействованной нейронной сети образуются новые синаптические контакты между нейронами и расширяются, укрепляются старые, что заметно на микроскопических препаратах. В незадействованных же нейронных сетях межнейрональные контакты постепенно атрофируются.

При эмбриональном развитии нервной системы погибают путём апоптоза до 90% образующихся нервных клеток. Одиночный нейрон существовать не может, нервная клетка постепенно накапливает факторы, инициирующие в ней апоптоз, а также факторы, блокирующие активацию апоптоза, но инициаторы апоптоза накапливаются быстрее, так что в одиночном нейроне запускается программа саморазрушения. Нейроны могут синтезировать факторы, блокирующие активацию апоптоза в количестве, достаточном для того, чтоб остановить его, лишь вместе. Поэтому выживают лишь клетки, установившие достаточное количество связей друг с другом, то есть, опять же, наиболее активно участвующие в передаче и обработке информации, включённые в работающие нейронные цепи. В процессе эмбрионального, и даже постэмбрионального развития в нервной системе идёт конкуренция на клеточном уровне, клетки, которым не удалось образовать достаточное количество связей, умирают.

Если ребёнок рождается глухим, но путём операции можно вернуть ему слух, это необходимо сделать в первые месяцы его жизни. Позже, даже в случае восстановления органов восприятия звука, он останется глухим, так как слуховые зоны мозга останутся не сформированными, не будет образовано нейронных сетей, способных обработать поступающую слуховую информацию. Эти сети формируются при воздействии потенциалов действия, приходящих от слуховых рецепторов, то есть с помощью самой информации, поступающей по аудиальному каналу. Видимо, первоначально в хаотичном для мозга потоке сигналов мозг начинает улавливать некие общие паттерны, структуру, закономерность, научается различать звуки различной частоты, громкости (что кодируется различными последовательностями потенциалов действия), научается различать всё более сложные повторяющиеся комплексы звуков, находит связи между аудиальной, тактильной, визуальной информацией, методом проб и ошибок вырабатывает в ответ на поступающую аудиальную информацию адекватные ответные реакции, активные действия, которые приводили бы к состоянию, приносящему удовлетворение, и так далее. Происходит самоструктуризация, самоорганизация нейрональных связей под непосредственным воздействием информационных сигналов внешней среды и, соответственно, непосредственно приспособленных обрабатывать именно эти сигналы. Конечно, это упрощённая картина, каждый отдел мозга изначально приспособлен для обработки сигналов от рецепторов определённой модальности, то есть слуховые зоны коры головного мозга вряд ли смогут адекватно сформироваться для обработки зрительной информации, если бы удалось иннервировать ими органы зрения, но частичная замена утерянной зоны мозга другими, что известно в клинической практике, говорит о пластичности, модифицируемости, самоорганизуемости нейрональных структур. При неизменности основной схемы такой самоорганизации, которая задана генетически, внешний динамический хаос, отражая который самоорганизуется нервная система, вероятностные процессы выживания отдельных нейронов, формирования отдельных нервных отростков, межнейрональных контактов приводят к тому, что каждая нервная система в деталях оказывается уникальной, топологию формирующейся нервной системы невозможно предсказать с точностью до отдельного нейронального синапса. На неё всегда будут влиять непредсказуемые флуктуации, присущие всем процессам самоорганизации, и она всегда будет зависеть от среды, в которой проходит её самоорганизация. Поэтому характер нейрональных комплексов будет различен в деталях не только у детей, выросших в различном звуковом окружении, но и у близнецов, выросших в сходных условиях, нервная система будет различаться, каждая самоорганизующаяся система, описываемая странным аттрактором, траектории которого никогда не повторяют сами себя, будет в деталях уникальна, причём различия между такими системами могут со временем возрастать, так как процесс формирования

нейрональных структур не линеен: на образование нейронной сети влияет поступающая информация, но и обработка самой информации зависит от особенностей сети. При начальном небольшом различии строения сетей поступающая информация, обрабатываясь в них различно, приведёт к появлению всё более различающихся вторичных структур. Не исключена и частичная конвергенция нейрональных структур. Слуховая система взята лишь в качестве примера, описанное верно и для других отделов нервной системы существ, нервная система которых обладает достаточной сложностью. Но в природе есть и примеры полностью детерминированного развития нервной системы. У нематоды *Caenorhabditis elegans*, организм которой в дефинитивном состоянии содержит ровно 959 клеток (не считая половых, число которых непостоянно), нейронная сеть включает 302 клетки, образующих около 8 тысяч синапсов. Найденная нематодой экологическая ниша позволяет, по видимому, существовать в меняющейся внешней среде существу со столь жёстко детерминированным развитием мозаичного типа, простота строения же позволяет обходиться без самоорганизации, об отсутствии процессов самоорганизации говорит точная воспроизводимость в анатомии каждой особи всех деталей строения нервной системы, характерных для данного вида. Значит местоположение каждого нейронного отростка или синапса задано генетически. Внимание исследователей привлекает несоответствие огромного различия сложности организации таких видов, как *Caenorhabditis elegans* и *Homo Sapiens* при малом различии числа генов. И если 20 тысячами генов можно описать простую нервную систему нематоды, то точно задать местоположение каждого синапса миллиардов нервных клеток человека невозможно никаким числом генов, на таком уровне сложности организации и вступают в игру силы самоорганизации, обеспечивающие непропорциональное увеличению числа генов возрастание сложности организма.

Другой пример самоорганизации – образование капиллярной кровеносной сети. При закладке кровеносной системы образуется избыточная сосудистая сеть, те сосуды, по которым течёт основной объём крови, развиваются наиболее интенсивно, становясь магистральными сосудами кровеносной системы, сосуды, задействованные в меньшей степени, становятся сосудами второго, третьего порядка и так далее до самых мелких капилляров. Сосуды же, принявшие на себя объём крови меньше критического минимума, атрофируются и исчезают. Если можно точно предсказать, зная общее анатомическое строение организма, где пройдут магистральные сосуды, то точный паттерн ветвления капилляров предсказать невозможно, он уникален для каждого организма, зная механизм роста капилляров и потребности тканей в обмене веществ и газов, можно лишь предсказать густоту и некоторые другие общие особенности капиллярного древа. Конкретное же положение, изгибы и паттерн ветвления каждого капилляра зависят от случайных особенностей микроскопической анатомии тканей и от случайностей самого процесса самоорганизации этой структуры. Генетически заданы лишь общие механизмы роста и ветвления сосудов, но никак не местоположение каждого капилляра. Уникальность деталей каждого капиллярного древа легла в основу распознавания личности по капиллярной сети радужной оболочки глаза. Также уникальность отпечатков пальцев человека опирается на неповторимость элементарных деталей самоорганизации паттернов дерматоглифики. Генетически задано общее поведение клеток дермы, формирующих рисунок кожи пальцев, но не детерминировано каждое деление, микроскопическое перемещение каждой клетки, и не определено местоположение каждого элемента внеклеточного матрикса. В однослойной культуре миобластов, фибробластов или эпидермальных клеток (как и многих других типов клеток), при отсутствии какой-либо линейной ориентации или каких-либо других влияний субстрата, дающих позиционную информацию о пространственном расположении клеток, возникает самоорганизация потоков движущихся клеток с появлением упорядоченных структурных паттернов, подобных паттернам дерматоглифики (рис. 44).

При универсальности набора топологических сингулярностей потоков клеток *in vitro* мы не можем предсказать положение каждой сингулярности так же, как не можем предсказать местоположение точек сингулярностей в реакции Белоусова-Жаботинского или центров кристаллизации в гомогенном перенасыщенном растворе. Паттерны дерматоглифики – результат самоорганизации клеток эпидермиса, стандартные в общих чертах для всех людей (так как поведение клеток задано генетически), и уникальные в деталях у каждого человека.

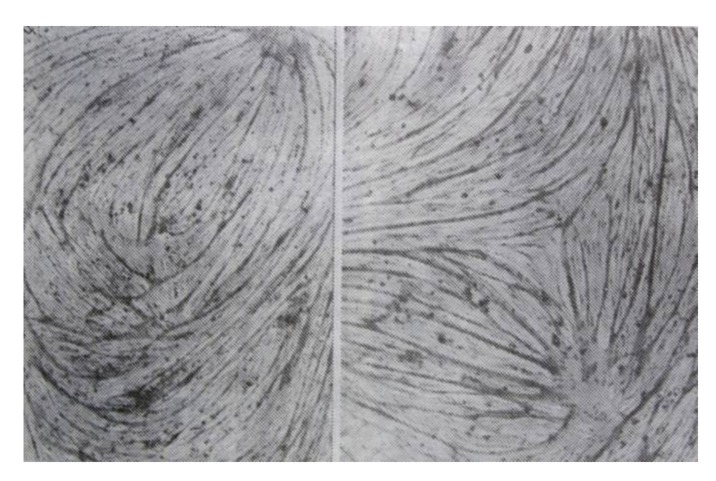


Рис. 44. Расположение миотуб, визуализирующих самоорганизацию движущихся потоков миогенных клеток in vitro.

Само развитие многоклеточного организма как целого сопряжено с рядом явлений самоорганизации, фазовых переходов, бифуркаций. Изначальная асимметрия яйцеклетки задаётся асимметрией взаимодействия с внешней средой: контактом с питающими ооцит клетками (у дрозофилы, полюс ооцита, контактирующий с питающими клетками, соответствует анимальному полюсу зародыша), местом вхождения сперматозоида, градиентом освещённости (у зиготы водоросли пельвеции первое деление дробления проходит перпендикулярно направлению падения на неё лучей света, причём более освещённый бластомер даёт начало таллому, менее освещённый – ризоидам) и пр. Эта изначальная асимметрия реализуется при помощи градиента первичных морфогенов – белков, способных специфично связываться с определёнными участками ДНК, включая или выключая определённые гены. Различие набора активных, работающих генов в разных бластомерах и их потомках ведёт к различным направлениям их дифференцировки. В зависимости от концентрации первичных морфогенов в разных частях эмбриона включаются гены синтеза тех или иных вторичных морфогенов, затем третичных и так далее. Таким образом, запускается каскад дифференциальной генной экспрессии, приводящий к тому, что у каждой группы клеток, дифференцирующихся в своём особом направлении, появляется свой уникальный набор концентраций морфогенов, включающий именно те гены, которые необходимы для того пути развития, по которому суждено пойти этой группе клеток. Самоорганизация взаимодействий групп морфогенов приводит к появлению всё более дифференцированной, обладающей всё большим количеством элементов структуре эмбриона. Иными словами, появляется асимметрия, возникает новая информация, снижается уровень энтропии внутри системы. Пример такой дифференциации приведён на рисунке 45. На рис. 45*A* показан специфически окрашенный продукт гена ***kruppel***, делящий эмбрион на 3 части, на рис. 45*B* мы видим уже 7 полос экспрессии гена ***fushi tarazu*** дифференцирующего эмбрион на 15 частей, это результат взаимодействия продукта гена ***kruppel*** с другими морфогенами, имеющими столь же простую форму распределения: одни концентрируются у анимального полюса и сходят на нет у вегетативного, другие наоборот. На рис. 45*C* окрашен морфоген Engrailed делящий эмбрион уже на 24 части, на этой стадии уже определены передний, задний концы каждого сегмента зародыша, при этом местоположение самих сегментов задаётся теперь местами экспрессии гена ***fushi tarazu*** (рис. 46).

Самоорганизацию паттерна распределения концентраций морфогенов определяющих направление дифференцировки каждой части тела, можно описать, как самоорганизацию активности генов, управляющих развитием. Каждый ген, участвующий в развитии, обладает множеством регуляторных последовательностей, связывание с одними ингибирует активность гена, с другими – его активирует. На активность экспрессии гена (и на само наличие экспрессии) влияет число связанных белками регуляторами (морфогенами) регуляторных последовательностей - ингибиторов и активаторов. Если последовательностей-ингибиторов какого либо гена связано больше, чем последовательностей-активаторов, ген не экспрессируется. Часто он не экспрессируется, если нет активаторов, даже при отсутствии ингибиторов. В некоторых случаях, чем больше последовательностей-ингибиторов окажется связанным, тем ниже активность гена, и чем больше последовательностей-активаторов связано, тем выше его активность, таким образом, уровень активности гена определяется градиентом концентраций активаторов и ингибиторов. Но часто изменение концентраций различных регуляторных белков сказывается нелинейно на уровень активности гена, и зависит от иерархии значимостей регуляторных последовательностей, скажем, связывание одной последовательности-ингибитора может значительно снизить или прекратить экспрессию гена, несмотря на наличие множества занятых последовательностей-активаторов.

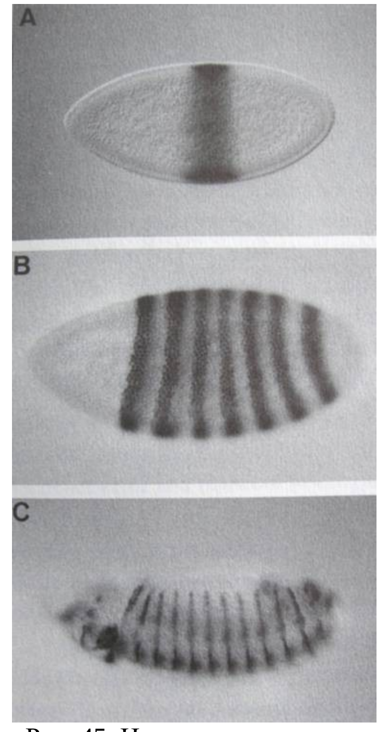


Рис. 45. Иерархия экспрессии морфогенетических генов, с всё большей дифференциацией тела зародыша. А – *kruppel*, В - *fushi tarazu*, С – *engrailed.*

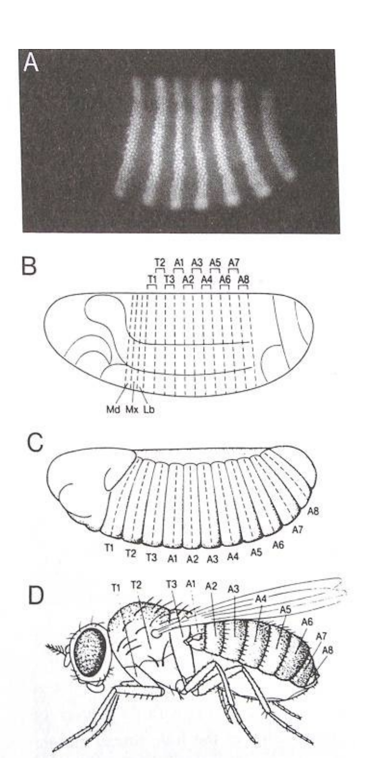


Рис. 46. А – специфичное окрашивание продукта экспрессии гена *fushi tarazu,* В – схема будущей сегментации ещё морфологически не сегментированного зародыша, определённая местами экспрессии морфогена, С – морфологическая сегментация зародыша, D – сегменты тела взрослого животного, соответствующие рисунку сегментации эмбриона.

Продукты двух и более генов могут перекрестно активировать и/или ингибировать друг друга. Мало того, сами продукты синтеза одного гена могут служить для него же активатором (тогда образуется цикл положительной обратной связи: чем больше продуктов экспрессии гена синтезируется, тем активнее синтез) или ингибитором (образуется цикл отрицательной обратной связи: продукты экспрессии гена деактивируют родительский ген). Продукт одного гена может быть регулятором для целого ряда других, и большой ряд регуляторов могут в той или иной степени воздействовать на активность одного гена. Примеры генных взаимодействий в процессе развития организма можно продолжать. Эти взаимодействия образуют сложную, самоорганизующуюся, обладающую нелинейным поведением сеть генных взаиморегуляций, обладающих системами обратной связи, самобалансировки, формирующих удивительно точный паттерн цитодифференцировки на основе стохастических взаимодействий градиентов молекул морфогенов с их генами-мишенями. Морфогенез любого организма – достаточно точный и детерминированный процесс, любые даже небольшие отклонения в развитии организма, скорее всего, приведут к уродствам или снижению жизнеспособности. Но общий самоорганизационный характер процесса развития организма сохранился, лишь стабилизировавшись сетью достаточно жёстких генных регуляций.

К. Уоддингтон (*K. Waddington*), выдающийся английский эмбриолог, представлял развитие организма как каскад бифуркаций и выбор траекторий развития, или креодов (рис. 47). Бластомеры, образующиеся в результате деления зиготы, попадают в различные условия, определяемые проходящим через них градиентом концентраций морфогенов, межбластомерными взаимодействиями, химическими и механическими, гетерогенностью других факторов внешней среды абиотического происхождения. Уже первые 2 бластомера содержат в своей цитоплазме разный набор морфогенов. Набор рецепторов и других элементов над- и субмембранного комплексов тех частей плазматической мембраны бластомеров, которые обращены к другим бластомерам, отличается от таковых в частях плазматической мембраны, обращённых во внешнюю среду. Сумма этих факторов направляет развитие делящихся клеток по тому или иному пути. До точки бифуркации клетка потенциально имеет возможность пойти по любому из двух

возможных путей; на стадии детерминации её судьба уже определена, выбор сделан, хотя при кардинальном изменении условий, переход на другую траекторию ещё возможен, например, *in vitro*; далее клетка входит в стадию дифференцированности, необратимых изменений, в которой изменение траектории развития (возврат к пройденной точке бифуркации) становится невозможен. Когда клетка находится в точке бифуркации, лишь небольшой толчок в том или ином направлении запускает соответствующую программу дифференцировки, поэтому иногда достаточно совершенно незначительной концентрации морфогенов или иного следового по своей силе воздействия для определения судьбы клетки. Клетка сама по себе неустойчивый и непредсказуемый элемент, но в многоклеточном организме – элемент, подчинённый самоорганизующемуся целому и становящийся частью этого целого; параметром порядка в системе развивающегося многоклеточного организма являются самоорганизующиеся морфогенетические поля химической, энергетической, механической природы, включающие в процесс самоорганизации активность генома, поставляющего реагенты для поддержания и развития этих полей.

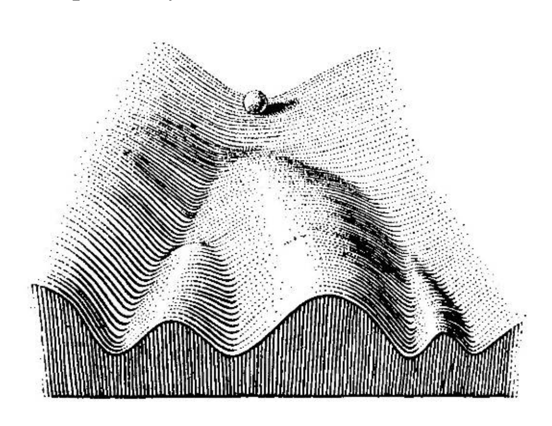


Рис. 47. Морфогенетический ландшафт К. Уоддингтона.

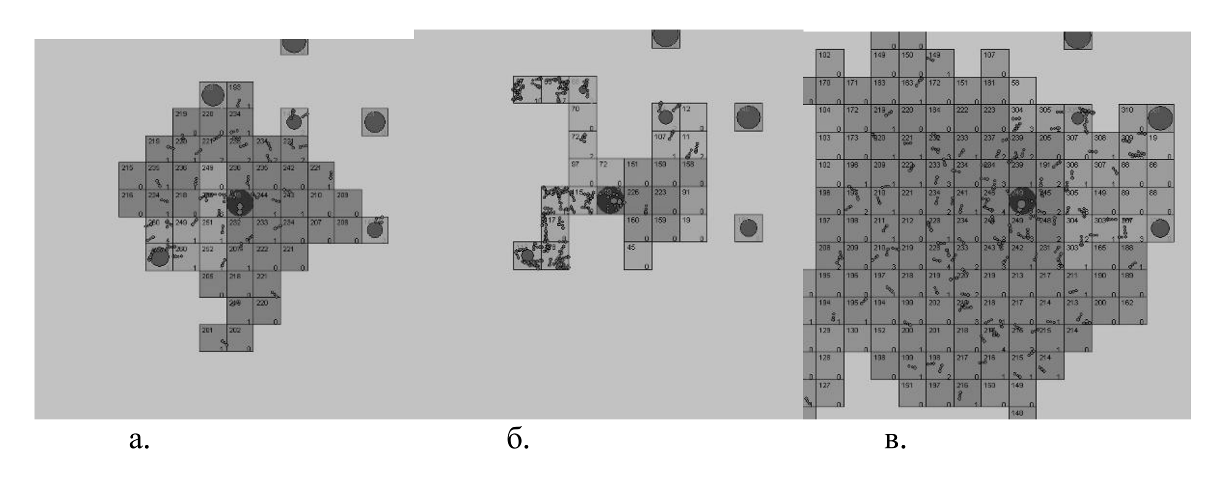
Популяционный уровень. Красивым примером самоорганизации в популяциях насекомых служит самоорганизация светлячков Юго-Восточной Азии. Светлячки самцы привлекают своими вспышками самок, причём различные виды светлячков отличаются периодичностью своего мигания. Светлячки определённого вида облепляют дерево, некоторое время вспыхивают вразнобой, но потом, взаимно синхронизируясь по вспышкам соседей, начинают вспыхивать в унисон, так что всё дерево начинает мигать одновременно, как новогодняя ёлка. Способность к синхронизации - это экологически выгодная стратегия, так как мигающее дерево привлекает самок данного вида с гораздо большего расстояния, чем свет отдельных самцов.

Существование общественных насекомых наполнено примерами самоорганизаций. Если ловить и отсаживать муравьев отдельно от их родительского муравейника, они будут вести себя, как одиночные, независимые муравьи, пока их численность не превысит некий критический уровень, после чего произойдёт самоорганизация их поведения, и муравьи начнут строить новый муравейник, они станут частью целого, поведение каждого из муравьёв хоть и сохранит элемент свободы и непредсказуемости, всё же будет подчинено общей цели, каждый муравей выберет себе специализацию и начнёт работать на поддержание своего нового муравейника.

На первой стадии закладки основания гнезда термиты на выбранное место приносят и беспорядочно разбрасывают комочки земли. Каждый комочек пропитан гормоном, привлекающим других термитов. Случайное скопление комочков, возникающее в какой-либо точке, создает зону увеличенной концентрации гормона. Возросшая плотность привлекаемых в окрестности этой точки термитов приводит к ещё большему нарастанию концентрации гормона. Поскольку число термитов в окрестности точки увеличивается, постольку вероятность сбрасывания ими комочков земли в этом месте возрастает, что в свою очередь приводит к увеличению концентрации гормона-аттрактанта. Так воздвигаются «опоры», расстояние между которыми определяется радиусом распространения гормона. Таким образом, степень пространственной симметрии системы понижается: на однородной поверхности в результате самоорганизации возникают неоднородности - опоры, определяющие места закладки новых термитников.

Вернёмся к муравьям. Насекомые постоянно обследуют территорию вокруг муравейника в поисках пищи. После того, как один или несколько муравьёв найдёт источник пищи он, при помощи запаха, даёт знать об этом сородичам, и вскоре между муравейником и едой формируется дорожка, по которой непрерывный ряд муравьёв находит источник и приносит еду в муравейник. Дорожка не иссякает, пока муравьи не исчерпают весь источник пищи, когда же это происходит, они снова разбредаются в одиночном поиске новых источников. Это поведение, как оказалось, можно смоделировать, используя лишь 2 запаха, которым муравьи сообщают друг другу о направлении, в котором находится муравейник и пища. Каждый муравей оставляет за собой запаховый след, который улетучивается со временем. Муравьи, вышедшие из муравейника,

оставляют за собой запах муравейника, встреченные ими муравьи также начинают испускать этот запах, как переданное послание, так что вскоре запаховая эстафета распространяется на большое расстояние, то же происходит с передачей запаха пищи. Муравьи, вышедшие из муравейника, идут по градиенту запаха, оставленного муравьями, нашедшими пищу, муравьи, несущие пищу в муравейник, идут по градиенту запаха, оставленного муравьями, вышедшими из муравейника. Пример моделирования такого поведения показан на рисунке 48. На первой иллюстрации (рис. 48а) показано начальное состояние колонии, большинство муравьёв разбрелись из муравейника (в центре) в одиночном поиске пищи, распространяя запах муравейника, хотя некоторые уже достигли источников пищи, распространяя запах, говорящий «я нашёл пищу» (окружности вокруг муравейника – пища, запах пищи более светлый, квадрат – территория распространения запаха одним муравьём, число в нижней части квадрата – количество в квадрате муравьёв, в верхней части – концентрация запаха, которая непрерывно уменьшается). На втором изображении (рис. 48б) почти все муравьи собрались для разработки одного из ближайших источников пищи, хотя есть муравьи, продолжающие одиночный поиск или разработку другого источника: поведению каждого муравья присуща некоторая свобода, оно лишь вероятностно, не детерминировано полностью. Самоорганизация поведения группы таких особей никогда не приводит к точно предсказуемому результату, может начать осваиваться тот или иной источник пищи, либо несколько источников в одинаковой или не одинаковой степени, дорожка к источнику также не всегда формируется прямая, как видно на картинке; если случайно сформировавшееся состояние окажется полезным для системы, то есть позволит системе существовать при данных условиях, оно закрепляется, становится устойчивым, и чтоб изменить это состояние, необходимо уже приложить некоторые усилия. Даже если несколько муравьев в поисках пищи проложили к ней не прямую запаховую дорожку, другие муравьи, идя за ними следом, закрепляют найденный путь, дорожка становится всё устойчивей, привлекая всё большее количество муравьёв. И если один муравей пройдёт к пище напрямую, запах, оставленный им, будет слабее запаха магистрального пути, так что устойчивое состояние не изменится. *Отсутствие полной предсказуемости конечного состояния сложной системы – одно из характеристик самоорганизации*. Конечное состояние складывается из хаотичных флуктуаций поведения одиночных насекомых. На третьем изображении (рис. 48в) коллективно осваиваемый источник пищи закончился, и вся популяция тут же перешла в режим индивидуального поиска, распространившись и распространив запах муравейника на большую территорию, что позволит впоследствии самоорганизоваться в освоении более отдалённых источников пищи.



а. б. в.

Рис. 48. Моделирование самоорганизации поведения муравьёв (программа Ant Farm Simulator. *Roberto Aguirre Maturana*)

Первая стадия сшивания листа у муравьев-ткачей заключается в сворачивании листа пополам. Выбор места приложения усилий на кромке заворачиваемого листа происходит следующим образом: сначала муравьи беспорядочно хватаются за случайно выбранные места кромки листа и пытаются загнуть их. Те участки кромки, которые удается загнуть, привлекают к себе менее удачливых работников. В результате этого муравьи перераспределяются, оказываются в конечном итоге у какого-либо одного участка листа и вместе заворачивают его. «Первичной флуктуацией» здесь служит случайный успех одного или нескольких муравьев, оказавшихся рядом.

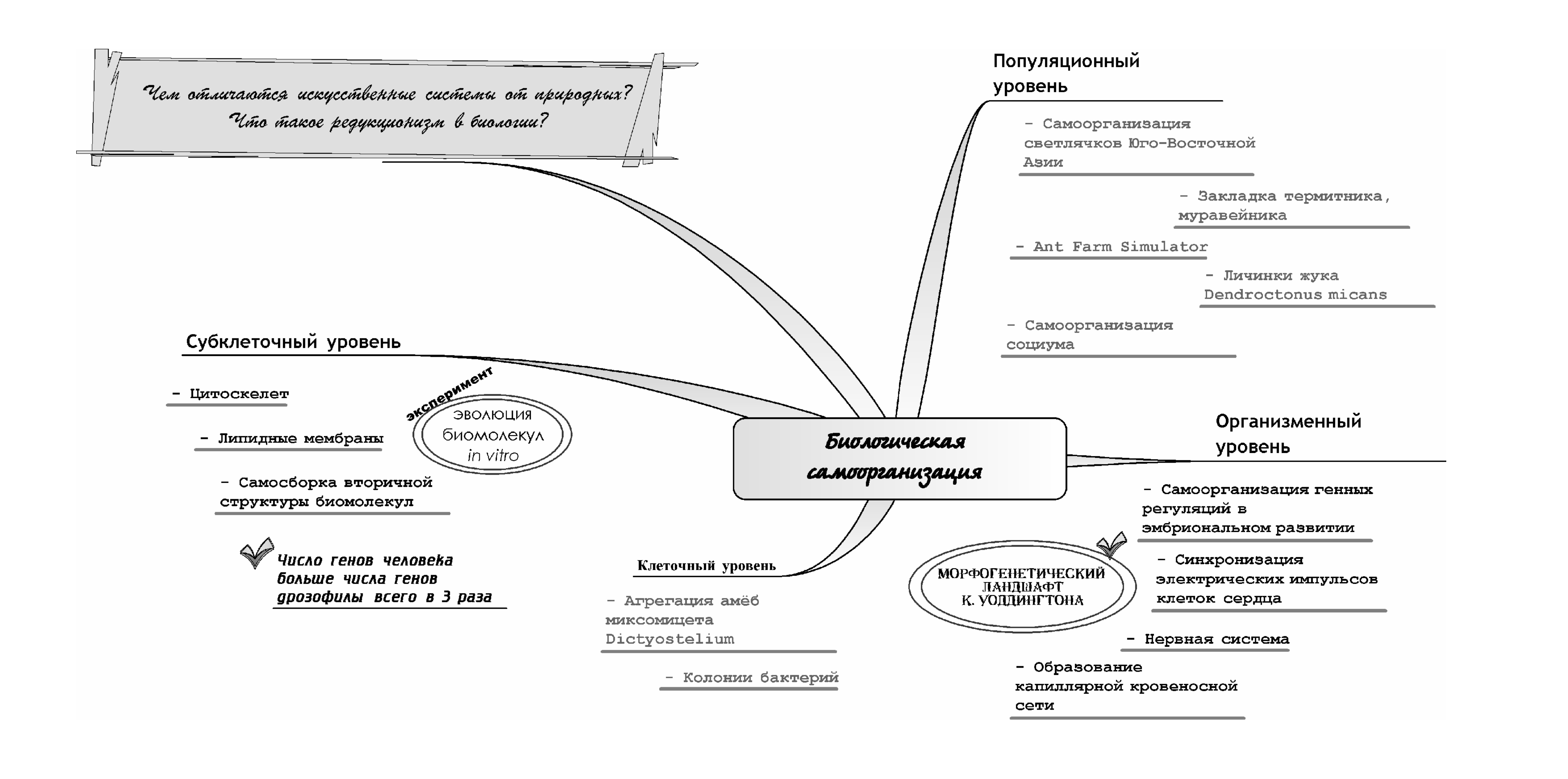
Так же, как миксамёбы *Dictyostelium* или термиты, личинки жука *Dendroctonus micans*, питающиеся древесиной, используют феромоны для образования скоплений. Эти личинки, во-первых, испускают феромон с интенсивностью, зависящей от степени их сытости, и, во-вторых, перемещаются по градиенту концентрации феромона, если концентрация превышает некоторую пороговую. Если личинок распределить случайно по какой-либо однородной поверхности (например, стеклу), то такое их поведение приведет к тому, что случайные возрастания локальной плотности личинок приведут к формированию скоплений. Чем выше локальная плотность личинок в данной области, тем выше градиент концентрации феромона и тем сильнее тенденция других личинок к сползанию в места скоплений. Конечная величина скоплений определяется средней плотностью популяции личинок в данном месте. Таким образом, и в этом примере в первично однородной системе (личинки распределены случайно) на основе автокаталитического механизма спонтанно возникает структура - скопление.

Как известно, в колонии муравьёв есть труженики и лентяи, соотношение которых довольно стабильно. Если разделить тружеников и лентяев, процент тружеников среди лентяев и процент лентяев среди тружеников быстро восстановится. Это говорит о сложных (но иногда и удивительно простых) регулятивных процессах, при помощи которых популяция самоорганизуется в единое целое, поддерживает свою структуру. Подобные регулятивные процессы присущи и человеческому социуму. Скажем, после войн, когда снижается количество мужского населения, начинают рождаться преимущественно мальчики. Интересный пример достался нам в наследство от третьего Рейха. Гитлер расстрелял всех пациентов клиник для душевнобольных, как порочащих совершенство арийской расы, и в очень короткий срок процент умалишённых восстановился до прежнего уровня. Видимо, существуют процессы, стабилизирующие и другие характеристики социума, так что, например, процентное соотношение людей различного темперамента, наклонностей, одарённостей в обществе не случайно и социумом регулируемо. Процессы самоорганизации в коллективе несложно встретить в жизни. Всякий коллектив расслаивается на лидеров и ведомых. Если удалить из коллектива уже сложившихся лидеров, через некоторое время среди ведомых выделятся новые лидеры.

Итак, жизнедеятельность биологических систем как систем сложных, открытых, динамических, их онтогенетическое и филогенетическое развитие сопряжены с процессами самоорганизации на всех уровнях организации живого. Живые системы – эмерджентны, свойства популяции не сводимы к свойствам отдельных особей, свойства организма – к свойствам отдельных клеток, свойства клетки – к свойствам молекул, из которых она состоит. Генетическая регуляция не отрицает процессы самоорганизации в живой системе, а органично входит в общую динамику её процессов самоорганизации.

Вопросы для самопроверки.

1. *В чём отличия большинства систем созданных человеком от систем природных?*
2. *Каким основным свойством должна обладать система, способная продолжительное время существовать во внешней среде, порождать подобные себе системы, эволюционировать?*
3. *В чём принципиальное различие между живым организмом и искусственными системами, создаваемыми сегодня человеком?*
4. *Докажите присутствие процессов самоорганизации в развитии и в функционировании человеческого мозга.*
5. *Опишите развитие организма как процесс самоорганизации. Каково соотношения строгого детерминизма и стохастичности, неопределённости в развивающемся организме?*
6. *Опишите примеры самоорганизации на субмолекулярном уровне.*
7. *Опишите примеры самоорганизации на клеточном уровне.*
8. *Опишите примеры самоорганизации на организменном уровне.*
9. *Опишите примеры самоорганизации на популяционном уровне.*



Чем отличаются искусственные системы от природных?
Что такое редукционизм в биологии?
Биологическая самоорганизация
Популяционный уровень
- Самоорганизация светлячков Юго-Восточной Азии
- Закладка термитника, муравейника
- Ant Farm Simulator
- Личинки жука Dendroctonus micans
- Самоорганизация социума
Организменный уровень
- Самоорганизация генных регуляций в эмбриональном развитии
- Синхронизация электрических импульсов клеток сердца
- Нервная система
- Образование капиллярной кровеносной сети
МОРФОГЕНЕТИЧЕСКИЙ ЛАНДШАФТ К. УОДДИНГТОНА
Клеточный уровень
- Агрегация амёб миксомицета Dictyostelium
- Колонии бактерий
Субклеточный уровень
- Цитоскелет
- Липидные мембраны
- Самосборка вторичной структуры биомолекул
эксперимент
ЭВОЛЮЦИЯ БИОМОЛЕКУЛ in vitro
Число генов человека больше числа генов дрозофилы всего в 3 раза

Лекция 6. Детерминированный хаос в биологических системах

В развитии открытых динамических систем, в которых возникает самоорганизация, всегда присутствует элемент как хаоса в классическом понимании, так и детерминированного хаоса. Живые системы не являются исключением. Наличие хаоса в столь сложно устроенной, достаточно жёстко генетически контролируемой системе, как живой организм, с точки зрения традиционного редукционистского подхода либо вообще исключается, либо является патологией. Но созидательная роль хаоса известна в биологии давно: процесс возникновения случайных мутаций, силой естественного отбора совершенствующих живые организмы тоже является примером самоорганизации. Хаос не только неизбежен, но и должен существовать в открытых самоорганизующихся системах, он необходим для их устойчивости и дальнейшего совершенствования, снижения уровня энтропии внутри системы, производства информации. Исследуя биосистемы с точки зрения синергетики, мы должны научиться вычленять этот хаос, исследовать его созидательную ли, деструктивную ли роль, мы не можем обойтись без него, создавая математические или компьютерные модели процессов самоорганизации, не можем игнорировать как ошибки измерений или белый шум те постоянные отклонения в жизненных проявлениях организмов, которые лежат в основе их самобалансировки, гомеостаза, приспособления к меняющимся окружающим условиям и, говоря более глобально, лежащие в основе выбора путей их эволюции. Наука о хаосе – неотъемлемая часть синергетики. Методология исследования хаоса, неопределённости, непредсказуемости, исследования уникального, каковым является каждый вид и даже каждый реальный (не абстрактно средний) организм, исследования однонаправленных неповторимых процессов, примером которых может служить процесс биологической эволюции – эта методология находится сегодня на стадии становления. Методология классической науки базируется на выявлении упорядоченности из хаоса внешнего мира, хаос для неё – граница познанного, неконтролируемое, ненайденные законы, ошибки измерений, отбрасываемый при рассмотрении системы белый шум. Традиционная, классическая наука строится на повторении эксперимента или наблюдаемого явления, уникальные события для неё находятся на грани небытия, это призраки, существование которых недостоверно. Подход классической науки отчасти действенен и достоверен, но, дополнив его синергетическим подходом, мы сможем спуститься с высот абстрактных понятий особи, популяции, вида ближе к реальным особям, видам и популяциям, на самом деле уникальным, хаотичным, лишь в ограниченной степени предсказуемым, сможем исследовать то, что отбрасывалось или не замечалось классической наукой.

Простейшая модель, описывающая возникновение динамического хаоса в популяции, в которой действуют механизмы саморегуляции с отрицательной обратной связью это модель «Мир маргариток». В этой модели планета покрыта гипотетическими цветами двух типов: чёрными и белыми. Чёрные цветы любят холод, и чем холоднее атмосфера, тем интенсивнее они распространяются. Но чем больше появляется чёрных цветов, тем атмосфера становится теплее, так как чёрные цветы понижают альбедо (отражательную способность планеты), и потепление ведёт к остановке роста численности чёрных цветов. Белые же цветы, наоборот, любят тепло, и чем атмосфера теплее, тем больше появляется белых цветов. Но белые цветы отражают тепло, и чем больше их становится, тем холоднее становится атмосфера. Такая популяция может стабилизироваться в трёх устойчивых состояниях: 1. Количество чёрных и белых цветов достигнет какого-то среднего значения, температура, соответственно, тоже стабилизируется на одном уровне, достаточном для выживания цветов обоих типов, это неподвижное устойчивое состояние; 2. Количество чёрных и белых цветов будут колебаться с постоянной периодичностью: размножаются чёрные цветы, атмосфера нагревается, их вытесняют белые цветы, атмосфера остывает, их сменяют снова чёрные цветы. Колебания такой системы будут предсказуемы, как колебания маятника, и устойчивы, так как будут продолжаться неограниченно долгое время и небольшие флуктуации не смогут разрушить сложившуюся динамику системы; 3. Число чёрных и белых цветов в популяции будут колебаться не регулярно. Слишком сильное разрастание чёрных цветов слишком нагреют атмосферу, и чёрные цветы почти все вымрут, сменившись белыми, а переизбыток белых приведёт к их вымиранию и сверхурожаю чёрных, это будет подобно самораскачивающемуся маятнику. Затем, небольшое изменение числа цветов того или иного цвета в определённом периоде цикла приведёт к постепенному уменьшению

амплитуды раскачиваний, и, быть может, к увеличению его частоты. Небольшие случайные флуктуации количества цветов будут в недалёком будущем совершенно непредсказуемо менять поведение всей системы. Поведение такой системы будет действительно непредсказуемо на долгий промежуток времени, никогда в точности не будет повторять само себя, оно станет детерминированно хаотичным, но при этом оно останется устойчивым, то есть динамика непериодических колебаний будет самоподдерживаться неопределённо долгое время. Эта двухкомпонентная модель, по существу, описывает поведение любой популяции типа «хищник – жертва». Говоря в общем, благодаря таким моделям мы можем представить, как на Земле установился биологический гомеостаз.

Трудно предсказать, какой тип поведения выберет популяция, как долго его будет поддерживать. Возможны спонтанные переходы от одного типа поведения к другому. Такие системы, которые способны переходить от одного типа динамики к другой без видимых причин, совершать фазовые переходы, сменяя одно устойчивое состояние другим, называются *квазиинтразитивными*. Для нас представляет интерес тот факт, что детерминированно хаотичное поведение столь же возможно и столь же устойчиво в природе, как и другие типы поведения. Мы столкнулись с этим ещё при рассмотрении каскада бифуркаций, в который может входить простая система, например, популяция, динамика которой описывается уравнением Мальтуса. Роберт Мэй, открывший каскад бифуркаций, призвал полностью изменить подход к научному исследованию, что бы ни было предметом изучения – экономические циклы или распространение слухов. Мэй заявил, что хаос необходимо преподавать: «Математика настолько ушла в сторону, что, давая студенту необходимые знания, одновременно настраивает его против странных эффектов, проявляющихся в простейшей из всех абстрактных нелинейных систем. Не только в сфере науки, но и в повседневной жизни, в политике и экономике – повсюду мы достигли бы процветания, если бы больше людей понимали, что простые нелинейные системы далеко не всегда обладают простыми динамическими свойствами». Мало того, линейное поведение стало частным случаем в преимущественно нелинейном, самоорганизующемся мире. Чем дольше Мэй рассматривал биологические системы сквозь призму простых хаотичных моделей, тем больше он видел моментов, противоречащих общепринятым представлениям. Например, эпидемиологи хорошо знают, что массовые вспышки заболеваний появляются, как правило, с определённой цикличностью – регулярно или иррегулярно. Корь, полиомиелит, краснуха идут в наступление и отступают периодически. Мэй осознал, что колебания могли воспроизводиться нелинейной моделью, и заинтересовался тем, что случится, если система получит внезапный толчок – помеху, вроде массовой вакцинации. Казалось бы, процесс должен плавно изменяться в желаемом направлении. На самом деле, как обнаружил Мэй, начнутся весьма ощутимые колебания. Даже если жёстко свести на нет долгосрочную тенденцию, путь к новому равновесию будет прерываться поразительными подъёмами. В реальности врачи наблюдали колебания, подобные тем, что смоделировал Мэй. Об этом свидетельствовали фактические данные, например, итоги реализации программы по искоренению краснухи в Великобритании. И всё же любой служащий системы здравоохранения, услышав о кратковременной вспышке краснухи или гонореи, приписывал её, прежде всего, плохо проведённой вакцинации.

За несколько лет изучение хаоса дало сильный толчок развитию теоретической биологии, объединив биологов и физиков в научные коллективы, о которых совсем недавно никто и не помышлял. Экологи и эпидемиологи раскопали данные предыдущих лет, которые прежде отбрасывали, считая непригодными для исследований. Черты детерминированного хаоса были обнаружены в эпидемии кори в Нью-Йорке, а также в отслеженных по наблюдениям охотников колебаниях численности популяций канадской рыси в течение двухсот лет. Молекулярные биологи начали рассматривать белки как движущиеся системы. Изменился взгляд физиологов на органы, которые представлялись теперь учёным не застывшими структурами, но объектами, совершающими регулярные и иррегулярные колебания.

Сейчас некоторые физиологи отзываются о так называемых динамических заболеваниях как о расстройствах различных систем организма человека, нарушениях координации или управления. Системы, которые в нормальном состоянии колеблются, внезапно прекращают колебания или начинают осциллировать иным, неожиданным образом, а те системы, которые обычно не подвержены циклическим изменениям, вдруг обнаруживают их, - констатируют они. Подобные синдромы включают в себя расстройства дыхания: одышку, частое и затруднённое дыхание, дыхание Чейна-Стокса и детское удушье, которое ведёт к внезапной смерти ребёнка. Существуют динамические расстройства крови. К их числу принадлежит одна из форм лейкемии,

при которой меняется соотношение белых и красных кровяных телец, тромбоцитов и лимфоцитов. Некоторые учёные полагают, что и шизофрения, вероятно, принадлежит к тому же разряду недугов, наряду с некоторыми типами депрессии.

Рассмотрим изменения уровня хаотичности в функционировании некоторых систем организма.

Сердце. Построим простейший странный аттрактор, отражающий динамику работы сердца по значениям трёх переменных: интервалом между первым и вторым ударами, между вторым и третьим, третьим и четвёртым. Конечно, измерения должны проводиться с соответствующей точностью и на достаточно большом отрезке времени. Если ритм сердца совершенно регулярен, в фазовом пространстве он отобразится, как точка, или небольшое облако, стремящееся слиться в точку (отклонения всегда неизбежны), в случае полного отсутствия корреляций между ударами мы увидим хаотичный разброс точек по всей области фазового пространства. В реальности, работа здорового сердца отображается в фазовом пространстве в виде странного аттрактора. Кроме того, при различных заболеваниях сердца форма странного аттрактора меняется, а за несколько часов до смерти от порока сердца странный аттрактор схлопывается в точку. Странный аттрактор свидетельствует, что сокращениям сердца в здоровом состоянии присущ детерминированный хаос, возникающий в природе в самоорганизующихся системах, но при летальной патологии ритм сердца становится патологически регулярен, детерминированный хаос исчезает. Чем это объяснить?

Замечено, что двое одинаковых маятниковых часов, висящих на одной стене, через какое-то время начинают идти в унисон. В такое согласованное движение они могут переводиться только вибрацией, передаваемой через деревянную стену. Указанное явление, при котором один регулярный цикл воздействует на другой, ныне хорошо известно. Именно в силу этого явления Луна всегда обращена к Земле одним и тем же полушарием, да и вообще у спутников планет, как правило, отношение периода вращения вокруг своей оси к периоду обращения по орбите составляет 1 к 1, или 2 к 1, или 3 к 2. Этот эффект встречается и в электронике, позволяя радиоприёмнику настраиваться на определённые сигналы, даже если в их частоте наблюдаются небольшие колебания. Воздействие регулярных циклов друг на друга объясняет способность групп осцилляторов, в том числе и биологических, таких как клетки сердечной ткани или нервные клетки, функционировать синхронно. Для всех явлений регуляции важным свойством является устойчивость – способность системы противостоять малым возмущениям. Для биологических объектов не менее важна гибкость, то есть способность системы нормально функционировать под воздействием целого ряда частот. Преобладание одной единственной частоты может воспрепятствовать адаптации системы к изменениям. Сердце состоит из огромного числа синхронно самовозбуждающихся клеток, на его ритм оказывает влияние масса цикличных и хаотичных факторов: концентрация в крови множества гормонов антагонистов, замедляющих и ускоряющих сердечный ритм, давление крови, концентрация кислорода, уровень потребления кислорода, нервные импульсы и так далее. Суммируясь к некоторому среднему, эти факторы и задают сердечный ритм. Но динамическое равновесие гомеостаза постоянно флуктуирует, среднее всё время немного меняется, изменяя и частоту сердечного ритма. Сердце – само продукт самоорганизации миллионов элементов – клеток сердечной мышцы, с другой стороны, оно является лишь элементом целого более высокого порядка – организма, и подчинено параметру порядка этого высшего целого – гомеостазу. Детерминированный хаос гомеостаза воздействует на детерминированный хаос работы миллионов клеток сердца, изменяя их параметр порядка – частоту сердечного ритма. Больное сердце видоизменяет паттерн своего ответа, своей синхронизации, параметр порядка видоизменяется, при изменении свойств элементов. Исчезновение же детерминированного хаоса свидетельствует о ригидности, глухости системы, неспособности к самобалансировке под воздействием внешних и внутренних флуктуаций, такая система – как часовой механизм оставленный на произвол хаотичных сил природы, отклонения будут накапливаться, пока существование слаженного работающего целого не прекратится.

Некоторые болезни сердца поддаются исследованию лишь с помощью синергетической методологии. К таким болезням относится фибрилляция. По сердцу проходит волна возбуждения, начинающаяся с основания сердца, где располагаются пейсмейкеры *(pacemakers)* первого порядка, предающие волну возбуждения пейсмейкерам второго и третьего порядков, возбуждение сначала охватывает предсердия, потом, передаваясь по волокнам Пуркинье, распространяется на желудочки. Сразу за возбуждением следует период абсолютной рефрактерности, когда клетки не способны реагировать на внешние стимулы возбуждением.

Затем наступает период относительной рефрактерности, когда достаточно сильный стимул способен вновь вызвать потенциал действия. Теперь проведём такой опыт: искусственно возбудим, например, направленным ударом несильного электротока, участок сердечной мышцы, находящийся в состоянии относительной рефрактерности. Когда по всей мышце будет проходить естественная волна возбуждения, возбуждённый нами участок окажется нечувствительным к возбуждению, ведь он только что был возбуждён искусственно и теперь находится в состоянии абсолютной рефрактерности. Значит, когда сократится вся сердечная мышца, этот участок останется расслабленным, и он начнёт сокращаться, когда окружающая ткань должна быть расслабленной. Сокращаясь не в унисон с окружающими тканями, этот участок не даст мышце нормально сжиматься, проталкивая кровь. Эксперимент, показывающий переход сердца в состояние фибрилляции, может быть поставлен над сердечной тканью *in vitro*. Выращенные в культуре мышечные клетки сердца приобретают способность к спонтанному возбуждению. Искусственно возбуждённый за мгновение до естественной волны возбуждения участок ткани остаётся нечувствительным, когда волна приходит, волна возбуждения сталкивается с ним, дробится, как морская волна, наталкивающаяся на остров, разбивается сначала на 2, потом на 4 волны, на 8, 16… Система самовозбуждаемой ткани через каскад бифуркаций переходит в хаотический режим. Такая ткань уже не может сокращаться как единое целое, все клетки возбуждаются не в унисон. То же происходит и в сердечной мышце *in vivo*. Небольшой, но точно рассчитанный по времени ток может повергнуть сердце в состояние фибрилляции. Но также, ритмичными электроимпульсами можно синхронизировать работу клеток сердца, если фибрилляция вызвана естественной патологией. Для этого созданы специальные приборы, которые больные фибрилляцией носят на груди, эти приборы генерируют периодические импульсы электротока.

Как можно исследовать описанную патологию? Получение обычной кардиограммы и даже объёмной картины распространения волны возбуждения, которую может снять хирург с нескольких десятков точек непосредственно на сердце, ничего не даёт – мы не можем снять кардиограмму активности каждой клетки. Исследование клеток сердца в отдельности также не прояснит картину – по отдельности они могут выглядеть вполне здоровыми. Патология заключается в десинхронизации активности отдельных микроскопических элементов целого. Небольшое изменение синхронности работы клеток, или электропроводимости, или формы волны могут привести к качественно новому поведению. Видимо, в исследовании этого явления может помочь моделирование сокращения сердца. Но сердце чрезвычайно сложный орган: надо смоделировать растяжение эластичных стенок, оно зависит от давления крови, и с другой стороны, оно же и влияет на давление уровнем своего растяжения; открытие и захлопывание клапанов, зависящее также от динамически меняющегося давления крови в предсердии, желудочках, артериях, сокращение зависит от сложной трёхмерной волны электроактивности сердечной ткани. Создание модели даже одного такта сердечного цикла – нелёгкая задача. Но синергетическим моделям свойственно не абсолютно точное воспроизведение реальной системы, а вычленение лишь параметров порядка, тех особенностей в поведении элементов системы, которые объединяют их в одно целое. Важно включить в модель те факторы, которые могут модифицировать их поведение так, как мы наблюдаем это в реальных заболеваниях типа фибрилляции.

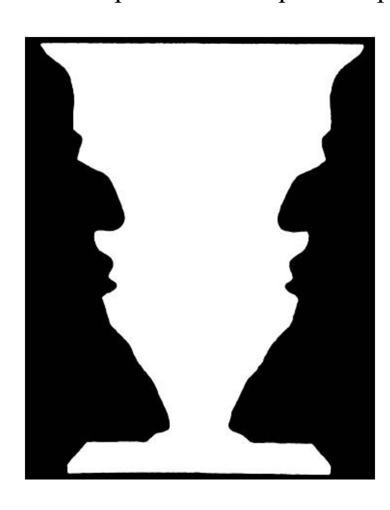
Другой пример детерминированно хаотической динамики – активность нейронов мозга. На временн*ы*х записях энцефалограмм в здоровом состоянии наблюдается иррегулярность ритмов мозга, между тем, в фазовом пространстве эти ритмы образуют странный аттрактор. Ряд психических заболеваний сопровождается потерей иррегулярности, хаотичности ритмов мозга. Нервная система – крайне динамичная, самоорганизующаяся система. Поток информации, поступающий в неё, непрерывно сознательно и бессознательно перерабатывается, формируя новые связи и изменяя старые. Даже в полной изоляции анализ поступившей ранее информации продолжается, кроме того, нейроны обнаруживают фоновую спонтанную активность. Мозг всегда готов сформировать новые нейронные сети, модифицировать старые при поступлении новой информации. Такая динамика всегда сопровождается детерминированно хаотическими флуктуациями. Исчезновение динамического хаоса свидетельствует о патологии, касающейся самоорганизующейся активности нейронов, их способности адекватно обрабатывать поступающую информацию, формируя сложные нейрональные связи. Даже те многие психические заболевания, которые не сопровождаются исчезновением хаотичности энцефалограмм, связаны именно со способностью мозга формировать адекватные нейрональные

связные контуры электроактивности. Если мы исследуем морфологию клеток мозга такого больного, мы не найдём никаких отклонений. Патологией являются те устойчивые нейронные сети, которые, однажды образовавшись, мешают пластичной адекватной обработке вновь поступающей информации и формированию принципиально новых связей, приводят к неадекватному ответу нервной системы. Энергетически гораздо выгодней использовать уже созданные стабильные связи, чем формировать новые. Устойчивые нейрональные контуры, по которым курсируют электроимпульсы, определяют наши условные рефлексы, привычки, до механицизма отработанные действия, устоявшиеся воззрения, привычную интерпретацию внешних сигналов, гештальты. Часто такие устойчивые самоорганизованные паттерны взаимоисключают друг друга, то есть может быть возбуждён либо один, либо другой нейронный контур. Работу таких нейронных контуров с взаимоисключающей активностью можно испытать, рассматривая амбивалентные картины. На рисунке 49 приведены 3 примера таких картин: на одной мы видим либо мужские профили, либо вазы, на другой белых ангелов на чёрном фоне или чёрных чертей на белом фоне, на третьей профиль Эйнштейна или трёх купальщиц. Но мы, как правило, способны видеть всегда лишь один из двух образов, составляющих амбивалентное изображение, и редко можем видеть одновременно обе картинки. Мозг как бы переключается на рассмотрение то одной, то другой картинки, активируя то один, то другой нейронный паттерн. Резкий переход внимания от одной составляющей картинки к другой есть фазовый переход в паттернах активации сложных нейронных сетей. Вряд ли при этом изменяется анатомия отдельных нейронов, кроме, разве что, увеличения или уменьшения числа синапсов задействованных нейронов, основные изменения касаются паттернов самоорганизации нейронных сетей, приводящих к распознаванию образа.

Вероятностная работа нервной системы имитируется в искусственных системах нечёткой логики (*fuzzy logic*). Принцип работы цифровых вычислительных систем, созданных человеком, отличается от природной «аналоговой» вычислительной системы – нервной системы. Процессы в цифровой вычислительной системе полностью детерминированы, подавая одинаковый входной сигнал, всегда получаешь одинаковый выходной сигнал. В цепи либо есть напряжение («1»), либо нет («0»). Триггеры, переключатели, логические элементы всегда реагируют стандартным образом на электроимпульс. Нервной же системе знакомы пространственная и временная суммация подпороговых сигналов, «усталость» синапса, процессы самоорганизации и фазовые переходы, так что при любом входящем сигнале выходящий можно предсказать лишь с той или иной вероятностью. Образно говоря, искусственная вычислительная сеть говорит лишь «да» или «нет», даже хаотический ряд чисел, выдаваемый компьютером, фальшивый, если не генерируется на основе внешних хаотических сигналов, в электроцепи неоткуда взяться хаосу, участвующему в вычислениях, он генерируется сложными алгоритмами рандомизации, хорошо перемешивающими числа, но детерминированными. Программа рандомизации может использовать время и дату, для того, чтоб, используя их в качестве переменных в формулах рандомизации, выдавать всегда неповторяющиеся ряды чисел. Но если вы перегрузите компьютер, вернув системное время в ту секунду, когда запустили программу рандомизации в прошлый раз, и снова её запустите, вы всё равно получите идентичный ряд чисел. Для компьютера оба включения программы будут идентичны, в ней ничего не изменилось, те же электроимпульсы пойдут по тем же электроцепям, те же формулы дадут те же значения. Нервная же система животного всегда говорит «скорее да, чем нет» или «скорее нет, чем да», всегда есть вероятность реализации другого пути, всегда в какой-то степени возбуждаются и другие контуры нейронов, присутствует неустойчивость. Для имитации такой вероятностной активности и созданы системы нечёткой логики, способные работать при недостатке информации, в постоянно меняющемся мире и выдавать вероятностный результат («при таком количестве порошка, таком весе белья и температуре воды лучше полоскать 5 мин, чем 10»: говорит нечёткая логика стиральной машины). Но нечёткая логика в процессоре современной архитектуры – такая же имитация, как и хаотичный ряд чисел.

Построение аттракторов в фазовом пространстве давно используется в исследовании различных нормальных и патологических состояний в работе сердца, нервной системы, других динамических систем организма. На сайте ***www.physionet.org*** можно найти большую базу долговременных записей энцефалограмм, кардиограмм, ряда других динамических показателей при различных заболеваниях, а также программное обеспечение для анализа этих данных, в том числе с помощью построения аттракторов.

Патология может сопровождаться как уменьшением, так и увеличением уровня хаотичности в работе системы, как мы видели на примере сердца: фибрилляция это повышение уровня хаотичности, порок сердца, при котором странный аттрактор, визуализирующий детерминированный хаос сердечного ритма, схлопывается в точку – уменьшение уровня хаотичности. Если удаётся установить для данной системы норму хаотичности, то отклонения в обе стороны можно рассматривать как «болезнь» и, следовательно, как деградацию.



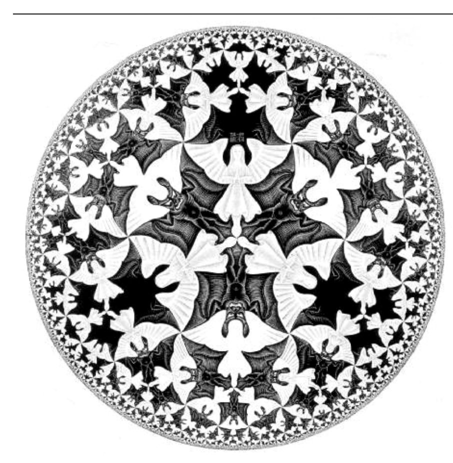




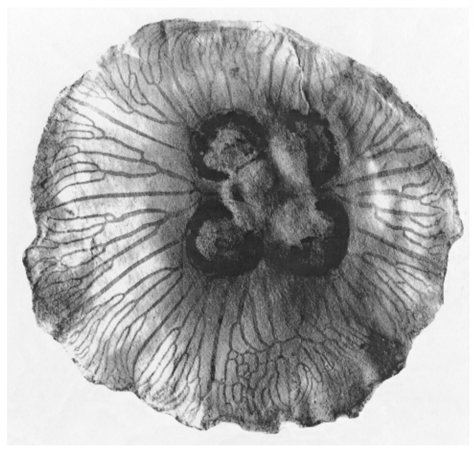
Рис. 49. Примеры амбивалентных картин.

Для обнаружения, исследования, количественной оценки естественной хаотичности в морфологии организма необходимо сравнение анатомических структур в симметричных частях одного организма, т.е. клона клеток с исходно идентичным геномом: у радиально симметричных организмов – в разных антимерах, у билатерально симметричных – на правой и левой половинах тела, у метамерных – в разных метамерах. Различия одинаковых структур у двух разных, пусть и родственных, организмов могут отражать не спонтанную естественную хаотичность, а генетические различия в строении структур или отклонения в пределах нормы реакции, обусловленные небольшими различиями окружающей среды. Сравниваемые части внутри организма должны быть морфологически и функционально тождественны. Для таких исследований парные органы организма млекопитающих не вполне пригодны ввиду генетически запрограммированных морфологических различий правой и левой сторон тела. В качестве адекватных моделей можно описать гастроваскулярную систему сцифомедузы *Aurelia aurita* и трахейные жабры личинок поденок *Siphlonurus immanis* и *Parameletus chelifer.*

Гастроваскулярная система медузы выполняет функции транспорта питательных веществ, экскреции половых продуктов и продуктов обмена. Также в гастроваскулярных каналах происходит внутриклеточное пищеварение. Все четыре сектора (антимера) медузы, обладающей радиальной 4-лучевой симметрией, функционально и морфологически эквивалентны.

Гастроваскулярные каналы окрашивали, вводя в них какой-либо гистологический краситель, после того, как краситель расходился по каналам, окрашивая их, медузу клали на фильтровальную бумагу и высушивали, в результате медуза усыхала так, что от неё оставалось лишь плоское изображение на фильтровальной бумаге. На изображении хорошо была видна окрашенная система каналов. Система каналов представлялась в виде ветвящегося древа, и сравнивалось число ветвей одного ранга во всех 4-х секторах (рис. 50).

На представленной матрице (Табл. 1) дано суммарное число ветвей второго – восьмого рангов (N 2 - N 8) раздельно для левой (л) и правой (п) половин каждого из четырех перрадиальных каналов (I – IV) трех особей *A. aurita*, обозначенных буквами А, Б и В. Видно, что первые два дихотомические ветвления протекают совершенно стереотипно, третий шаг ветвления, как правило, тоже стереотипен, однако иногда дает «сбои»; после четвертой бифуркации упорядоченность, т.е. регулярность и повторяемость ветвления утрачивается, и рисунок ветвления становится хаотичным. Итак, граница между порядком и хаосом в структурной организации каналов как в пределах одного организма (клона клеток с исходно идентичным геномом), так и у различных особей медузы пролегает на уровне 4-5 рангов ветвей.





а. б.

Рис. 50. Особь медузы *Aurelia aurita* с окрашенной гастроваскулярной системой (а); картина ветвления перрадиальных каналов одной из особей медузы *Aurelia aurita*, представленная в виде стандартных дихотомически ветвящихся деревьев (б).

	А				Б				В				
	I л п	II л п	III л п	IV л п	I л п	II л п	III л п	IV л п	I л п	II л п	III л п	IV л п	
N 1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	
N 2	1 1	1 1	1 1	1 1	1 1	1 1	1 1	1 1	1 1	1 1	1 1	1 1	ПОРЯДОК
N 3	2 2	2 2	2 2	2 2	2 2	2 2	2 2	2 2	2 2	2 2	2 2	2 2	
N 4	4 2	4 4	4 4	4 4	4 4	4 4	4 4	4 4	4 4	4 4	4 4	4 0	-------------
N 5	4 4	6 4	8 6	8 6	6 6	6 6	8 8	6 6	8 6	6 8	8 6	0 0	
N 6	8 4	2 2	8 2	4 6	8 6	4 4	4 4	8 8	10 4	6 2	2 4	0 0	ХАОС
N 7	4 2	0 2	0 0	0 0	6 2	6 0	6 0	2 4	4 2	2 0	0 2	0 0	
N 8	0 0	0 0	0 0	0 0	0 0	2 0	0 2	0 2	0 0	0 0	0 0	0 0	

Табл. 1 Матрица суммарного числа ветвей второго – восьмого рангов (N 2 - N 8) раздельно для левой (л) и правой (п) половин каждого из четырех перрадиальных каналов (I – IV) трех особей *A. aurita*, обозначенных буквами А, Б и В.

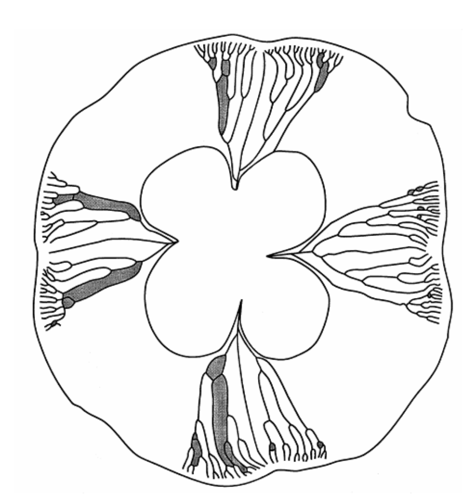


Рис. 51. Анастомозы ветвей перрадиальных каналов одной из особей *Aurelia aurita*: замкнутые контуры в системе каждого канала закрашены.

Надо заметить, что при описанном подходе не рассматривалось множество других особенностей характера ветвления, таких как кривизна ветвей, их линейные и угловые размеры, а также такие топологические характеристики как анастомозы ветвей (рис. 51) – в реальности, с учётом всех этих особенностей, хаотизация паттерна ветвления проявляется раньше и в большей мере.

Из выявленной картины можно сделать вывод, что у аурелии под строгим генетическим контролем находятся начальные, самые общие черты гастроваскулярной системы, формирующиеся на ранних этапах ее морфогенеза: 4-лучевая симметрия, образование 8 неветвящихся и 8 ветвящихся каналов, а также первые 2 ветвления каналов. Дальнейший же морфогенез каналов менее жестко детерминирован, оказываясь лабильным, хаотизированным.

Одна из причин хаотизации видится в асинхронном формировании веточек в разных каналах. Такая гетерохрония в сочетании с непрерывным и относительно быстрым увеличением диаметра зонтика, по-видимому, приводит к возникновению небольших поначалу различий в

расположении ветвей второго и третьего порядка на ранних этапах развития медуз. А различия числа ветвей высших порядков соответственно сказываются на числе всех последующих, дочерних ветвей. Если древо – продукт ветвления какого-либо канала второго-третьего порядков первым заняло определённую область зонтика медузы, и плотность заполнения пространства этим древом достаточна для выполнения функций возлагаемых на гастроваскулярную систему, другие ветви, соответственно, не разовьются, или разовьются не полностью.

Интересно, что различные популяции медузы обладают разной степенью хаотизации ветвления каналов, так у *A. aurita* из прибрежных вод Европы анастомозы редки или вообще отсутствуют, в то время как у особей из прибрежных вод Северной Америки и Гренландии анастомозы всегда многочисленны. У половозрелых *A. aurita* из залива Петра Великого анастомозы всегда присутствуют, но их количество значительно варьирует – от нескольких у одной медузы до двух-трех десятков в одном октанте. Вообще, сравнительно-анатомический анализ показывает, что эволюция сцифоидных медуз направлена в сторону увеличения плотности заполнения пространства каналами гастроваскулярной системы за счет появления разнообразных способов образования новых ветвей и анастомозов, хаотизация ветвления каналов сочетается с множественным анастомозированием как эволюционным усложнением морфофункциональной организации ветвящихся каналов.

Примеров хаотизации структур при увеличении их числа или сложности организации можно найти много. Скелет разных видов радиолярий содержит различное число элементов: отростков, игл, отверстий. У тех видов, число элементов скелета которых не велико (например, семейства *Acropyramididae (Nassellaria)*), незначителен и уровень хаотизации, неопределённости в форме, размерах и расположении этих элементов, что говорит о жёстком генетическом контроле роста каждого элемента. У видов же, скелет которых содержит сотни элементов (род *Cladarachnium*), жёсткая заданность положения каждого элемента уже отсутствует, радиолярия поддерживает лишь общую форму, размер, жёсткость конструкции своего скелета, при более менее статистически «правильном» расположении и характеристиках отдельных его частей. В скелете, состоящем из небольшого числа элементов, изменение каждого элемента может привести к значительному изменению свойств всей конструкции. И генетический контроль роста и местоположения каждого элемента скелета в отдельности возможен и оправдан. Когда же число элементов скелета столь велико, что некоторая вариабельность их не имеет существенного значения, а генетической информации для жёсткого контроля роста каждого элемента в отдельности требуется слишком много, иногда нереально много, организм осуществляет генетический контроль лишь общего плана строения структур, часто с участием процессов самоорганизации. С подобным мы сталкивались в лекции, посвящённой биологической самоорганизации: в примитивной нервной системе нематоды, состоящей из сотни клеток, местоположение каждого синапса может быть жёстко задано генетически, нервная система высшего млекопитающего содержит миллиарды нейронов, и генетический контроль осуществляется уже над группами клеток, между которыми возникает конкуренция, и которые, обладая некоторой свободой, участвуют в процессах самоорганизации, формирующих надклеточные структуры. Как пластичность нейрональных связей позволяет менять поведение в ответ на новую информацию, как пластичность формирования капиллярной сети обеспечивает полноценное кровоснабжение любой части тела, при любых вариациях его анатомического строения, так и отсутствие жесткой детерминированности ветвления каналов гастроваскулярной системы, пластичность этой системы в ходе всего онтогенеза позволяет сформировать нормально функционирующую гастроваскулярную систему при любых нарушениях симметрии медузы или при перестройках после повреждения.

Личинки поденок – другая интересная модельная система для исследования эпигенетической вариабельности морфологии. Трахейные жабры расположены на брюшке личинок в виде нескольких пар плоских листков с ветвящимся рисунком трахей (рис. 52). Строго повторяемым для жаберной трахейной системы личинок поденки оказывается лишь наличие основного ствола трахейной системы и самые общие черты его бокового ветвления. Рисунок ветвления каждого жаберного листка различается даже по числу боковых ветвей первого порядка, отходящих от основного ствола, в ходе последующих шагов ветвления вариабельность нарастает как каскад бифуркаций. Сравнение с каскадом бифуркаций не случайно: нарастающую хаотизацию ветвления можно интерпретировать, как частное проявление универсального сценария перехода от порядка к хаосу с появлением случайных малых флуктуаций, умножающихся и усиливающихся в ходе морфогенеза.

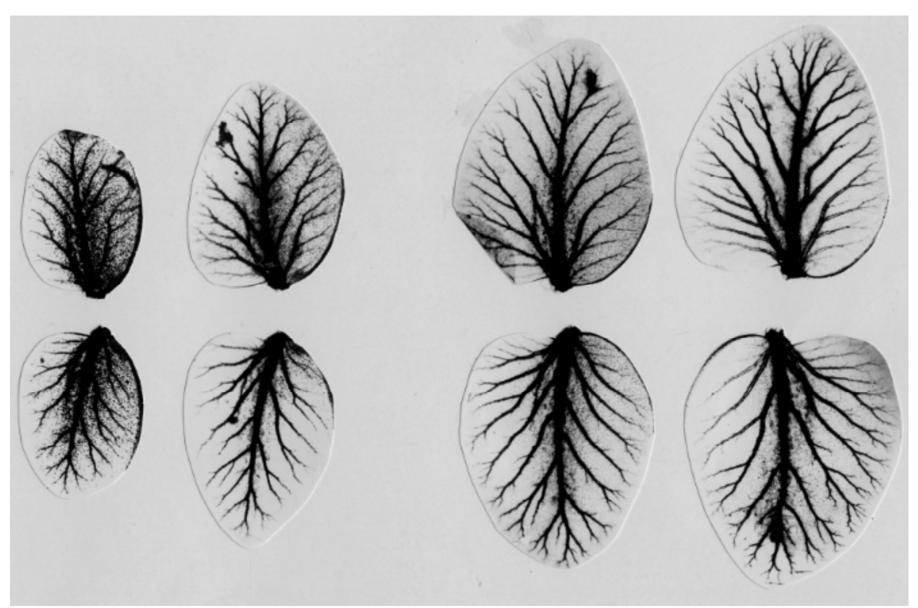


Рис. 52. Трахейные жабры личинки поденки.

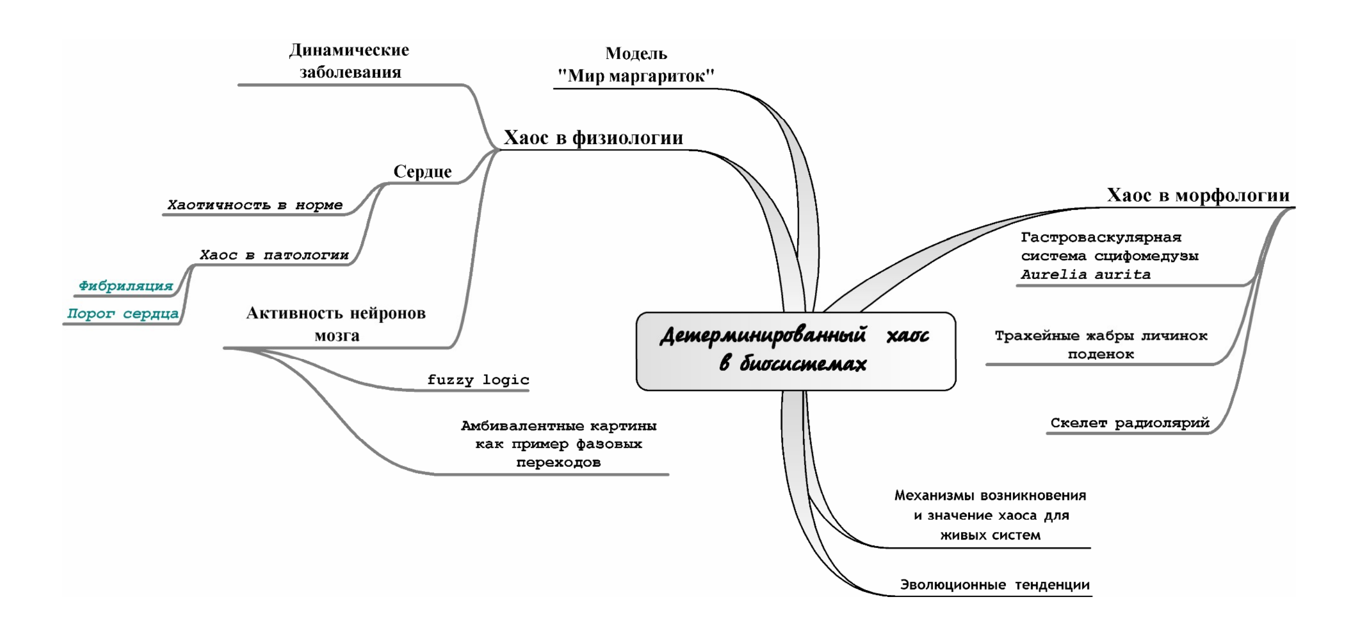
Интересно, что в жилковании крыльев летающих насекомых не наблюдается такой вариабельности, как в жилковании трахейных жабр подёнок или в ветвлении гастроваскулярной системы медуз. При исследовании вариаций размеров крыльев стрекоз, оказалось, что среди стрекоз, пойманных птицами (их крылья собирали с земли), гораздо больше насекомых имели крылышки большего или меньшего размера, чем среднестатистические. У живых же насекомых разброс размеров крыла был намного меньше. Это свидетельствует о стабилизирующем отборе, который можно объяснить тем, что даже небольшие случайные вариации размеров крыла, (а также его формы и жилкования, как нетрудно догадаться), ведут к ухудшению аэродинамических свойств оного. И действительно, различия правых и левых крыльев тех же стрекоз затрагивают лишь некоторые мелкие жилки, в то время как расположение большинства жилок подчинено общей билатеральной симметрии. Крыло настолько сложный, точно сконструированный орган, идеально приспособленный к выработанному насекомым определённому типу полёта, что практически любые случайные изменения ухудшают его свойства. Упорядоченное же расположение ветвей тех же трахейных жабр не имеет адаптивного значения, главное, заполнить объем лепестков трахеями с необходимой для газообмена плотностью.

Развитие иррегулярности, нарушающей радиальную симметрию, прослеживается и в эволюции гидроидных полипов. Среди них известно немало родов (*Clava, Carine* и другие), представители которых имеют полипы с беспорядочно расположенными щупальцами. Так, у гидроида ***Hataia parva*** расположение щупалец совершенно беспорядочно и постоянно изменяется в процессе роста и бесполого размножения.Такой тип организации многие авторы ранее рассматривали как эволюционно примитивный. Однако в настоящее время утвердилась точка зрения, согласно которой несимметричные гидроидные представляют собой эволюционно продвинутую, а не примитивную группу, сейчас считается, что они «уже не симметричны», а не «ещё не симметричны».

Вопросы для самопроверки.

1. *Приведите примеры нехаотической и хаотической динамики организма в норме и патологии.*
2. *Почему работа систем организма проявляет черты детерминированного хаоса?*
3. *Модель «мир маргариток»: какие устойчивые состояния может принять эта система? Возможны ли переходы между ними?*
4. *Какие системы называют квазиинтразитивными?*

5. *Опишите работу сердца, как органа проявляющего детерминировано хаотическую динамику, в норме и патологии.*
6. *Опишите работу нервной системы с точки зрения синергетики.*
7. *Опишите хаос в морфологии организма на примере гастроваскулярной системы сцифомедузы* Aurelia aurita *и трахейных жабр личинок поденок. Расскажите о методологии количественной оценки уровня хаотичности морфологии.*
8. *Почему в морфологии организма присутствует хаос, какова эволюционная тенденция изменения хаотизированности морфологии организма?*



Лекция 7. Моделирование процессов самоорганизации

Моделирование – одна из основных методик исследования процессов самоорганизации, в том числе в биосистемах. Под моделированием, прежде всего, понимается математическое моделирование, которое в последние десятилетия превратилось в моделирование компьютерное. Самоорганизация – динамический процесс, простое статичное описание паттернов самоорганизации не имеет никакого смысла для раскрытия механизмов процесса. Необходимо раскрыть законы, движущие силы процесса, так же, как законы Ньютона раскрывают логику движения тел в поле тяготения, пользуясь ими можно смоделировать гравитационное взаимодействие любых тел, предсказать их поведение в будущем. Но, в отличие от многих систем, изучаемых классическими разделами физики, самоорганизующиеся системы состоят из очень большого числа часто нелинейно взаимодействующих компонентов, просчитать вручную взаимодействие между ними на протяжении тысяч и тысяч генераций, обнаружив при этом эмерджентные черты системы в целом, практически нереально.

Можно выделить два основных класса моделей: континуальные модели, с использованием дифференциальных уравнений для вычисления непрерывных изменений всех параметров во времени; дискретные модели, которые описываются разностными уравнениями и позволяют получать количественную и качественную информацию, с анализом континуальной эволюции параметров системы в дискретно выбранных моментах времени. Разностное уравнение позволяет описать динамику того или иного процесса как функциональную зависимость друг от друга состояний системы в каждый дискретный момент времени.

Континуальные модели. В качестве примера моделей такого типа рассмотрим реакционно-диффузную модель, используемую, прежде всего, в воспроизведении процессов

паттернообразования при росте и развитии организма. Модель включает в себя два (или более) диффундирующих и реагирующих друг с другом химических вещества. Диффузия стремится выровнять концентрации реагентов, но может привести к противоположному результату (образования пространственных паттернов, неоднородностей в распределении низкой и высокой концентраций), если будет сопровождаться химической реакцией, имеющей соответствующую положительную обратную связь, в которой скорость синтеза или распада реагентов варьирует в зависимости от их теперешней локальной концентрации. Другое условие важно, если реагенты диффундируют из одной области: какой-то из реагентов должен диффундировать быстрее другого. Великий британский математик Алан Тьюринг (*Alan Turing*) разработал этот класс моделей и предположил, что реакционно-диффузные системы могут описывать реальный процесс образования структур в эмбриогенезе. Возьмём для примера простейший случай: двухкомпонентную, бинарную систему взаимодействия двух реагентов (морфогены *A* и *B*), которые подчиняются следующей комбинации правил:

1. *A* катализирует собственный синтез и синтез *B*;
2. *B* катализирует собственный распад и распад *A*;
3. *B* диффундирует быстрее, чем *A*.

Дополнительное условие для этой комбинации правил заключается в равномерном начальном распределении концентраций обоих реагентов в каждой точке пространства. Вышеописанные правила приведут к усилению любых случайных флуктуаций начальных концентраций любого из двух веществ, что неизбежно в реальном мире. Результатом этого автокаталитического процесса будет образование локального пика в концентрациях реагентов в месте начальной флуктуации, далее изменение концентрации распространится на близлежащее пространство, порождая относительно регулярные, периодически расположенные зоны с различной концентрацией реагентов.

Проследим формирование такого паттерна, начиная с локального небольшого увеличения концентрации морфогена *A*. Так как *A* катализирует собственный синтез, локальное увеличение его концентрации будет самоподдерживаться и вести к дальнейшему росту концентрации. Кроме того, так как *A* катализирует синтез *B*, пик концентрации *B* также будет расти в месте увеличения концентрации *A*. Но поскольку *B* диффундирует быстрее *A*, его пик будет более пологим, концентрация *B* будет увеличиваться несколько быстрее концентрации *A* в окружающем пик пространстве. В результате диффузии и самоингибирования пик *B* будет ниже пика *A*. Большая ширина пика *B* приведёт к следующим последствиям. Во-первых, автокаталитический рост ширины пика концентрации А прекратится, потому что в пространстве непосредственно вокруг пика А концентрация ингибитора *B* станет выше концентрации *A*. Во-вторых, по мере диффузии и увеличения концентрации *B* вокруг пика *A*, концентрация самого *A* станет уменьшаться всё сильнее, достигнув уровня ниже фонового (рис.53). Это не только остановит распространение пика *A*, но и приведёт к формированию вторичных пиков распределения *A* в области непосредственно за местом локального спада.

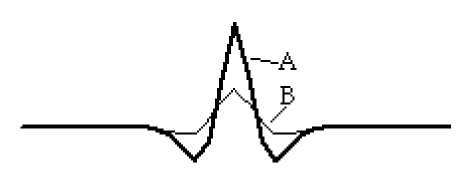


Рис. 53. Начальная асимметрия концентраций морфогенов *A* и *B*.

Вторичные пики есть результат более быстрой диффузии *B* относительно *A*, в сочетании со спадом концентрации *B* вызванной снижением концентрации *A* вокруг пика. Главный факт, на который тут надо обратить внимание, заключается в том, что оба морфогена, *A* и *B* диффундируют в область локального спада концентрации из окружающего пространства, но, так как *B* диффундирует быстрее, это снижает концентрацию *B* в окружающем локальный минимум пространстве быстрее, чем *A*. Увеличение же концентрации *A* относительно *B* приведёт к запуску автокаталитического синтеза *A*. Следующий пик концентрации *A* образуется непосредственно за зоной локального минимума концентраций *A* и *B*. Конечно, этот второй пик также приведёт к появлению локального минимума вокруг себя и процесс будет продолжаться (рис. 54).

В этом примере формирование паттерна было инициировано небольшим локальным ростом концентрации *A* относительно *B*, но этот процесс так же точно можно инициировать уменьшением концентрации *A* относительно *B*, или увеличением/уменьшением *B* относительно *A*. Любое из перечисленных событий будут инициировать сходную последовательность событий, хотя в некоторых случаях локальные спады будут формироваться на месте пиков. Паттерны также будут формироваться, если множество различных случайных пертурбаций возникнет в

разных точках пространства, то есть если концентрации реагентов будут распределены случайно. В этом случае мы получим сходную картину возникновения минимумов и максимумов концентраций обоих реагентов, но распределены они будут менее регулярно.

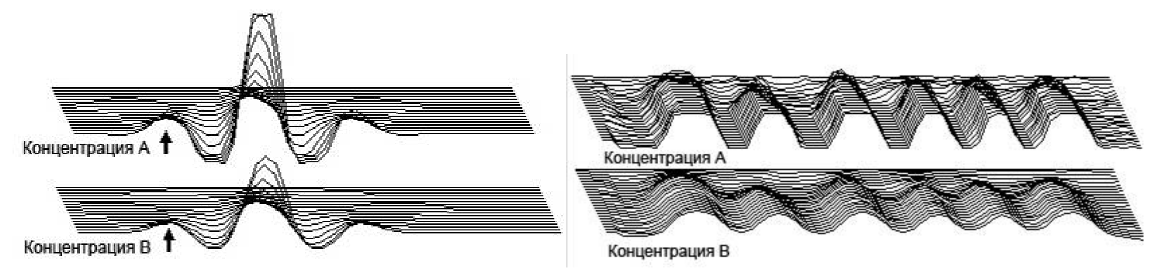


Рис. 54. Компьютерное моделирование. Отдельные линии отображают временной ряд изменения концентраций сверху вниз.

Уровень регулярности образующегося паттерна можно регулировать (например, при моделировании как регулярных, так и нерегулярных паттернов окраски разных животных), увеличивая или уменьшая число флуктуаций, то есть точек инициации паттернообразования. В предельном случае одна точка инициации приведёт к самому регулярному паттерну. Другая возможность регуляции состоит в изменении правил протекания реакции, можно создать правила, при которых конечный паттерн будет упорядочен независимо от степени хаотичности начальных пертурбаций. Это возможно в случае определённой нелинейности влияния *A* и *B* на синтез и распад друг на друга. Применение этой модели к маркированию частей эмбриона критикуют, отмечая способность зародыша «регулировать» размер своих частей относительно размеров целого («размерная инвариантность»). Может ли модель Тьюринга варьировать размеры «волн» и, соответственно, формирующегося паттерна, в пропорции к размеру целого? Теоретически, есть несколько путей реализации этого, включающих следующие общие принципы:

1. Важны правила поведения элементов, взаимодействие которых описывает модель, а не химическая природа субстанций. Например, субстанцией *A* может быть белок, или ион, или нуклеотид, или сахар, или что-либо ещё. То же касается субстанции *B*. Можно представить механизм генерации паттерна, в котором *A* и *B* не являются химическими реагентами: они могут быть плотностью популяций двух типов клеток, которые регулируют показатели клеточного роста и смертности друг друга, с более высокой скоростью миграции клеток одного из типов. *A* может быть числом клеток, *B* – уровнем механического натяжения и так далее. Важно выполнение общих правил взаимодействия элементов, а не сама природа этих элементов.

2. Мы можем не выяснять конкретные механизмы того, как реализуется система правил, которым подчиняется взаимодействие реагентов. Возможностей такой реализации может быть множество: к примеру, *A* может катализировать собственный синтез, активируя экспрессию определённого гена, или её автокатализ может осуществляться через активацию фермента, или превращением какой-либо сторонней молекулы в молекулу вещества *A*. Результирующий паттерн будет тем же.

3. Набор правил, описанный выше, не уникален для процессов образования паттерна. Множество альтернативных правил могут породить такой же паттерн. Ниже приведён пример другого набора правил и паттерн, созданный компьютером на основе этих правил (рис. 55):

1. *A* производится с постоянной скоростью;
2. *B* разрушается с постоянной скоростью;
3. *A* катализирует собственный синтез и распад *B*;
4. *B* катализирует собственный синтез и распад *A*.

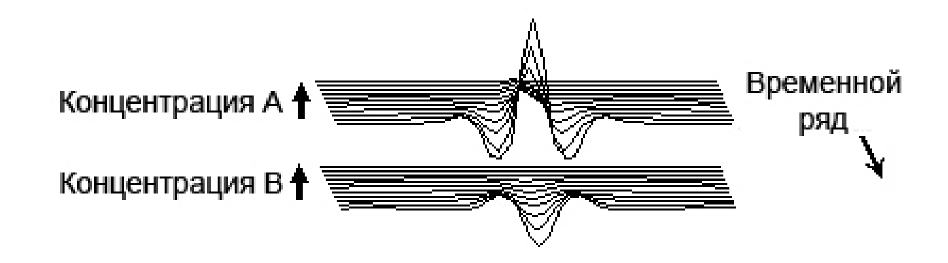


Рис. 55. Обратите внимание, что пик концентрации *A* сопряжён с минимумом концентрации *B*, и наоборот, то есть волны концентраций морфогена находятся в противофазе, это единственное отличие данного паттерна от паттерна, генерируемого предыдущим набором правил.

Вот третий набор правил, запускающих процесс морфогенеза:

1. Если концентрация *A* больше, чем *B*, то оба *A* и *B* синтезируются с постоянной скоростью;
2. В остальных случаях оба *A* и *B* разрушаются с постоянной скоростью;
3. Б диффундирует быстрее, чем *A*.

Фактически существует неограниченное число комбинаций правил, способных произвести волнообразный паттерн. Разработаны математические методы вычисления таких комбинаций. Вместо инициации процесса путём локального изменения концентрации морфогенов можно с таким же успехом немного изменять сами правила взаимодействия реагентов в разных точках пространства. Случайные изменения в скорости реакции могут породить «семена» возникающих, растущих и распространяющихся максимумов и минимумов концентраций реагентов. В оригинальной модели Тьюринга необходимая для начала формирования паттерна неоднородность может с большей вероятностью сформироваться путём флуктуации скорости реакции, чем случайными вариациями концентраций реагентов.

Реакционно-диффузные системы интересны в плане своей бистабильности, они могут спонтанно выходить из состояния пространственно-временной гомогенности, порождая как неподвижные структуры, так и паттерны, совершающие регулярные или хаотичные колебания. Переход из однородного в неоднородное состояние есть фазовый переход, ведущий к появлению общей асимметрии системы, возникновению информации, самоорганизации.

В случае стационарных структур, компонент *B* (ингибитор) является стабилизатором. Стабилизирующий эффект ингибитора более выражен, при высокой скорости его реакции и слабой диффузии. При снижении скорости реакции обычно возникают временные структуры (пульсаторы, бегущие волны), увеличение диффузии ведёт к образованию пространственных паттернов (периодические структуры Тьюринга, локализованные филаменты). Одновременное действие обоих условий может вызвать к жизни и более комплексные структуры (колеблющиеся филаменты, осциллирующие зоны в окружении стационарных периодических паттернов, пространственно-временной хаос). Кроме того, существуют структурные элементы, имеющие свойства чётко локализованных частиц определённого размера, которые способны взаимодействовать друг с другом и с границами субстрата, на котором протекает реакция. Они могут порождать и уничтожать друг друга. На изображении 56 приведены примеры некоторых структур таких двухкомпонентных систем.

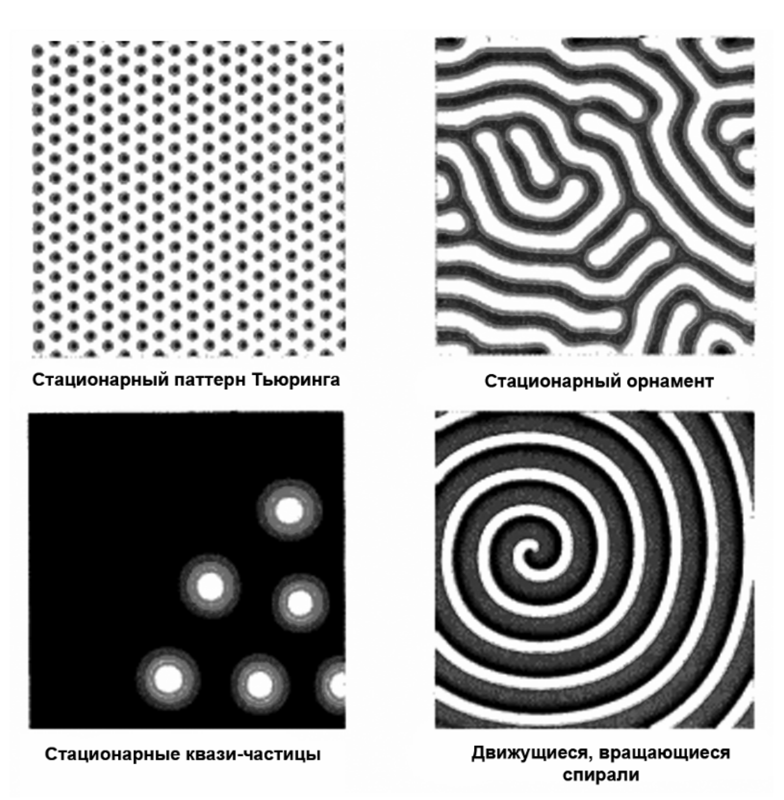


Рис. 56. Самоорганизованные пространственные структуры в двухкомпонентной реакционно-диффузной системе. Пара верхних рисунков – неподвижные паттерны, пара нижних – динамические, движущиеся структуры.

На основе реакционно-диффузной модели Тьюринга британский эмбриолог *Л. Уолперт* (*Robert Lewis Wolpert*) в 1969 году создал модель морфогенетического поля зародыша: в модели действуют два диффундирующих морфогена, образующие линейные градиенты концентраций с максимумами на разных полюсах зародыша, так что концентрация первого максимальна на будущем переднем конце тела и постепенно снижается к будущему заднему, концентрация же второго максимальна на заднем полюсе зародыша и уменьшается к переднему. Эти морфогены несут позиционную информацию, которая направляет клеточную дифференцировку таким образом, что морфогенетический эффект зависит от концентрации морфогена. Модель получила название *«французского флага»* из-за сходства образуемого ею паттерна со структурой французского флага (пространство разделено на три качественно различные области). Модель интересна тем, что предполагает возможность формирования дискретных структур на основе непрерывного градиента морфогенов в теле зародыша, в данном случае, тело зародыша оказывается разделенным на три части – предшественники головного, брюшного и хвостового отдела животного.

На рисунке 57 представлен результат компьютерного моделирования реакционно-диффузной системы Уолперта: на верхней иллюстрации рост системы сопровождается её дифференциацией с образованием паттерна типа «французский флаг», на нижнем изображении сформированное морфогенетическое поле самостоятельно восстанавливается после хаотического перемешивания его компонентов. Модель показывает возможность существования устойчивой, самоорганизующейся, самовосстанавливающейся реакционно-диффузной системы, предсказанной Уолпертом.

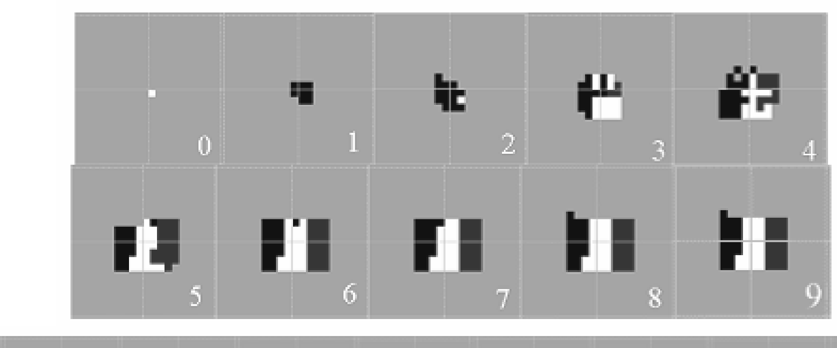
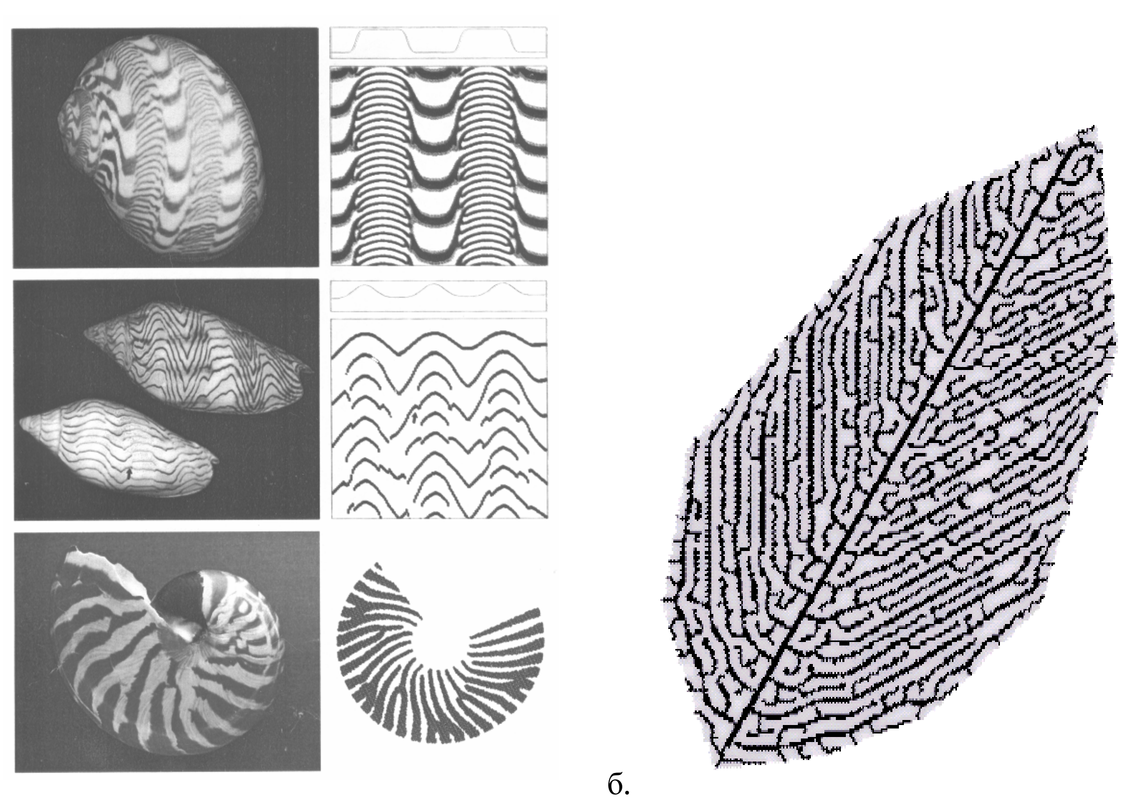




Рис. 57. Результат компьютерного моделирования реакционно-диффузной системы Уолперта.

Теоретическая модель Л. Уолперта была впоследствии подтверждена исследованиями распределения и механизма действия регулирующих транскрипцию белковых продуктов генов гомеобокса.

Х. Майнхардт (*Hans Meinhardt*) создал ставшие классическими динамические компьютерные имитационные модели структурообразования, также основанные также на допущении взаимодействия двух диффундирующих морфогенов – активатора и ингибитора. Модели Майнхардта воспроизводят такие природные структуры, как рисунок раковин различных моллюсков, жилкование листа и другие (рис. 58).



а. б.

Рис. 58. Имитационные модели Х. Майнхардта, воспроизводящие: (а) рисунок раковин моллюсков (слева фотографии реальных раковин, справа модели) и (б) паттерн жилкования листа.

Достаточно сложные структуры можно получить, изменяя правила взаимодействия морфогенов во времени. Например, начальный паттерн формируется при определённых отношениях реагентов А и В, скорости протекания реакции и скорости их диффузии, начальных концентрациях реагентов, уровне хаотичности паттерна. Сформированный паттерн переносится в среду с другими параметрами: меняется взаимодействие реагентов, скорости диффузии и протекания реакции и прочее. В результате на основе уже образованного паттерна формируется новый паттерн. результаты 2-стадийного формирования паттернов приведены на рисунке 59.

Такой подход даёт возможность получать более сложные и приближенные к природным структуры. Смена алгоритмов формирования паттерна используется живой природой: в процессе дифференцировки включаются и выключаются различные гены, меняющие поведение клеток и их реакцию на морфогены, непрерывно изменяется на протяжении всего эмбрионального морфогенеза набор самих морфогенов. Только последовательно сменяющие друг друга, многоступенчатые процессы способны создать организм, состоящий из десятков и сотен типов клеток, с необыкновенно высоким уровнем асимметрии, информационной ёмкости. Многостадийное реакционно-диффузное моделирование, к примеру, было применено для описания эмбриогенеза дрозофилы. Одноступенчатый же реакционно-диффузный процесс может привести к возникновению лишь простых, достаточно симметричных линейных, точечных, спиральных паттернов.

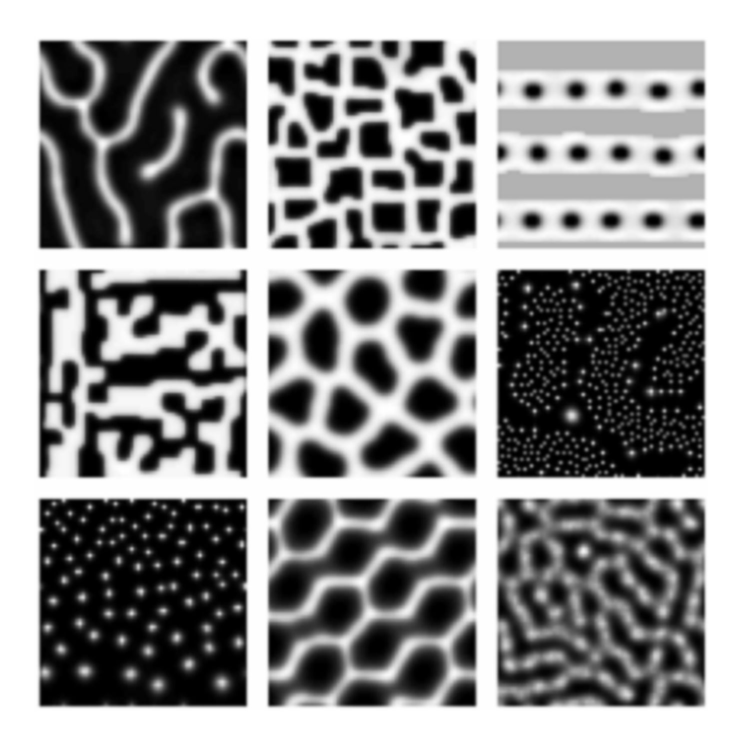


Рис. 59. Результат двустадийного формирования паттернов в реакционно-диффузных системах.

Помимо теории паттернообразования путём диффузного распространения взаимодействующих друг с другом веществ-морфогенов, существует концепция биомеханических взаимодействий клеток друг с другом и внеклеточным матриксом. Действительно, было доказано экспериментально, что механические силы играют незаменимую морфогенетическую роль на всех стадиях развития организма, начиная от стадии делений дробления, когда оболочка оплодотворения физически удерживает бластомеры в контакте друг с другом, контакт же бластомеров регулирует их детерминацию. Дифференцировка таких клеточных линий, как мышечные, может завершиться только на твёрдом субстрате, если есть возможность их механического натяжения. Такие механохимические свойства среды, как наличие определённых наборов молекул клеточной адгезии, направляют миграцию и дифференцировку клеток *in vivo* и *in vitro*: клетки более подвижны и легче мигрируют преимущественно на субстрате с малой и средней степенью адгезивности, на субстрате с высокой адгезивностью клетки прекращают перемещение, распластываются, часто прекращают делиться (так как для деления необходимо округлится), дифференцируются. Трёхмерная структура субстрата и форма распластанной в этом субстрате клетки влияет на скорость её биохимических процессов.

Эпителиальные клетки лёгких достигают *in vitro* конечной стадии дифференцировки только на периодически растягиваемом субстрате. Клеточные потоки ориентируются согласно направлению сил испытываемых механических натяжений. Пространственная структура конгломератов спикулогенной мезенхимы определяет форму спикул иглокожих. Модели механического паттернообразования имитируют гаструляцию, нейруляцию, возникновение в исходно однородном поле клеток таких периодических структур, как сомиты, хрящевые зачатки скелетных элементов, кожные производные, например, зачатки перьев. Но многие морфогенетические процессы, регулируемые через механические взаимодействия клеток, тканей, зачатков развивающегося организма принципиально могут быть смоделированы на основе реакционно-диффузных моделей, если модель будет включать алгоритм взаимодействия элементов системы и скорости распространения влияний, сама природа элементов и их взаимодействий не существенна.

Дискретные модели. Модели дискретного типа выгодно отличаются от континуальных большей простотой расчётов. Они базируются не на дифференциальных, а на разностных уравнениях. Расчёт эволюции системы ведётся с использованием итерационного алгоритма: в уравнения, описывающие динамику системы, вводятся параметры текущего её состояния, результат расчёта представляет собой новые параметры, описывающие систему на следующем шаге развития. Полученные значения снова вводятся как переменные в те же уравнения, чтобы рассчитать состояние системы на следующем шаге её эволюции, и так далее. С примером дискретной модели мы сталкивались, рассматривая модель динамики популяции Мальтуса, где рассчитанная численность популяции бралась в качестве переменной для вычисления численности следующей генерации. Динамика практически любой системы, которая вообще может быть смоделирована на компьютере, может быть имитирована на основе дискретной модели, хотя бы потому, что компьютер в своих вычислениях оперирует только дискретными единицами, как и классическая машина Тьюринга, по принципу которой работает любая современная вычислительная техника. Дискретная модель разбивает движение моделируемого объекта на ряд статичных шагов, положение или состояние объекта на следующем шаге вычисляется на основе его предыдущего состояния, по алгоритму, описывающему изменение свойств объекта между предыдущим и последующим шагом. Возможно, время, пространство, материя, все формы взаимодействий в своих основах дискретны, тогда, как писал Тоффоли (*Tommaso Toffoli*): «В некотором смысле, в течение миллиардов лет природа постоянно вычисляла «следующее состояние» Вселенной; все, что нам надо сделать, - и действительно, что мы можем сделать, - это «войти в колею» этого гигантского непрекращающегося процесса вычисления и попытаться угадать, какая часть его движется в нужном нам направлении». Мы рассмотрим два класса дискретных моделей, используемых для исследования процессов биологической, и не только биологической, самоорганизации.

***Клеточные автоматы* (*КА, СА - Cellular Automata*)**. Теория клеточных автоматов была разработана *фон Нейманом* (*J. von Neuman*) в 50-е годы для изучения биологической репродукции. Их «второе рождение», как и для большинства моделей самоорганизации, произошло с появлением компьютера, способного быстро рассчитывать в реальном времени поведение множества взаимодействующих элементов самоорганизующегося целого. Клеточные автоматы получили широкую популярность после создания английским математиком *Дж. Конвеем (J. Conway)* в 1970-м году игры «*Жизнь*» («*Life*») - программы клеточного автомата, (слово «игра» в названии модели имеет историческое и аллегорическое значение). Правила клеточного автомата Конвея были чрезвычайно просты: всё поле поделено на отдельные клетки, светлые клетки – живые, тёмные – мёртвые, или пустые. Популяция клеток развивается от генерации к генерации, число и местоположение живых клеток следующей генерации рассчитывается, исходя из числа и местоположения клеток генерации предыдущей. Заполненная ячейка, «живая» клетка, остается живой, если с ней контактируют 2 или 3 другие живые клетки; живая клетка рожает новую клетку в пустой ячейке, если число её соседей равно трем, и просто погибает, если число соседей меньше двух или больше трех. Пример смены трёх генераций приведён на рисунке 60. Закрашенные клетки – живые. Цифра в каждой клетке – число живых клеток, с

0	0	0	0	0	0	0	0
0	1	2	3	3	2	1	0
0	1	1	2	2	1	1	0
0	1	2	3	3	2	1	0
0	0	0	0	0	0	0	0

0	0	1	2	2	1	0	0
0	0	2	3	3	2	0	0
0	0	3	5	5	3	0	0
0	0	2	3	3	2	0	0
0	0	1	2	2	1	0	0

0	0	1	2	2	1	0	0
0	1	2	2	2	2	1	0
0	1	2	5	5	2	1	0
0	1	2	2	2	2	1	0
0	0	1	2	2	1	0	0

Рис. 60. Смена трёх генераций 4-х клеток в игре «*Жизнь*» («*Life*»).

которыми она контактирует. На верхнем рисунке начальная популяция из 4-х живых клеток, расположенных в ряд. На среднем – вторая генерация, полученная из первой по классическим правилам игры «*Life*»: выжили 2 средние клетки, контактировавшие каждая с двумя соседями, эти же клетки породили по 2 дочерние клетки. Крайние клетки, имевшие только по одному соседу, вымерли. Нижний рисунок – третья генерация – выжили 4 клетки второй генерации, имевшие по три соседа, они же породили две дочерние клетки. Клетки второй генерации, имевшие по 5 соседей, в третьей генерации вымерли.

Простой алгоритм взаимодействий между отдельными элементами (клетками) порождает в игре «*Жизнь*» достаточно сложное глобальное поведение всей системы: почти бесконечно разнообразные, нередко симметричные, иногда статичные, иногда подвижные, перемещающиеся по клеточному полю, периодические – колебательные, пульсирующие структуры (см. Приложение 1). Такие устойчивые состояния, стационарные или периодические, можно назвать аттракторами, к которым стремится клеточная популяция или группа клеток. Были найдены различные конфигурации, моделирующие неограниченный рост «популяции», а также конфигурации-«пожиратели». В системе может наблюдаться сложное поведение, аналогичное фазовому переходу: изменение состояния одной клетки может вызвать лавину изменений во всей системе – «глобальную катастрофу». Каждый набор правил порождает своё поведение, свои в той или иной степени устойчивые структуры, если возможность появления таковых при данном наборе правил вообще имеются.

Клеточные автоматы могут быть использованы для имитационного моделирования агрегации, морфогенеза, репродукции и других биологических, физических, химических структур и процессов (рис. 61).

Вдохновленный необычайно интересными возможностями игры «*Жизнь*», М. Гарднер (*M. Gardner*) даже предположил, что «наша Вселенная, быть может, представляет собой огромный клеточный автомат, управляемый движениями элементарных частиц». Однако для того, чтоб учесть эмерджентные свойства материи, в природном клеточном автомате должны быть, на первый взгляд, заданы правила поведения как отдельных «клеток», так и образуемых ими структур. Ведь свойство целого несводимо к свойству составляющих его частей. Поведение клеточной популяции должно описываться законами, отличными от законов описывающих поведение отдельных клеток. А в классическом клеточном автомате возможно задание правил размножения и выживания только отдельных клеток. Но несводимость целого к элементам, его составляющим, обусловлена тем, что, будучи частью целого, элемент системы проявляет свойства, отличные от таковых вне системы. Часто взаимоотношения элементов внутри системы или взаимовлияния элемент-целое нелинейны. Свойство целого всё же складывается из свойств элементов, его составляющих, но свойства элементов трансформированны целым, это эффект обратной причинности. В клеточном автомате поведение отдельной клетки также зависит от конфигурации окружающих клеток, то есть задаётся окружением. Чаще всего оно зависит от конфигурации близлежащих клеток, то есть клетка подчиняется лишь локальным взаимодействиям, не имеет информации обо всей системе в целом, что присуще большинству процессов самоорганизации. Этим и интересны модели типа клеточных автоматов: *на основе простых правил взаимодействий между элементами (клетками), обладающими лишь локальной информацией о своём окружении, можно получить сложное самоорганизованное поведение клеточной популяции как целого*.

Если же говорить об отдельных свойствах моделируемых природных систем, то клеточные автоматы могут быть весьма полезны как для моделирования поведения системы с использованием идентичного природному механизма образования паттерна, так и для создания чисто имитационных моделей, генерирующих сходные с природными паттерны, но не повторяющих динамику процесса. Примером первого рода может служить моделирование деления и смерти биологических клеток динамикой появления и исчезновения клеток клеточного автомата. Получение в таком клеточном автомате паттернов, сходных с природными, может свидетельствовать о том, что и исследуемая биосистема обходится набором правил, используемых в клеточном автомате, хотя это отнюдь не обязательно. В таком случае можно говорить об имитации клеточным автоматом неких логических шагов образования паттерна.

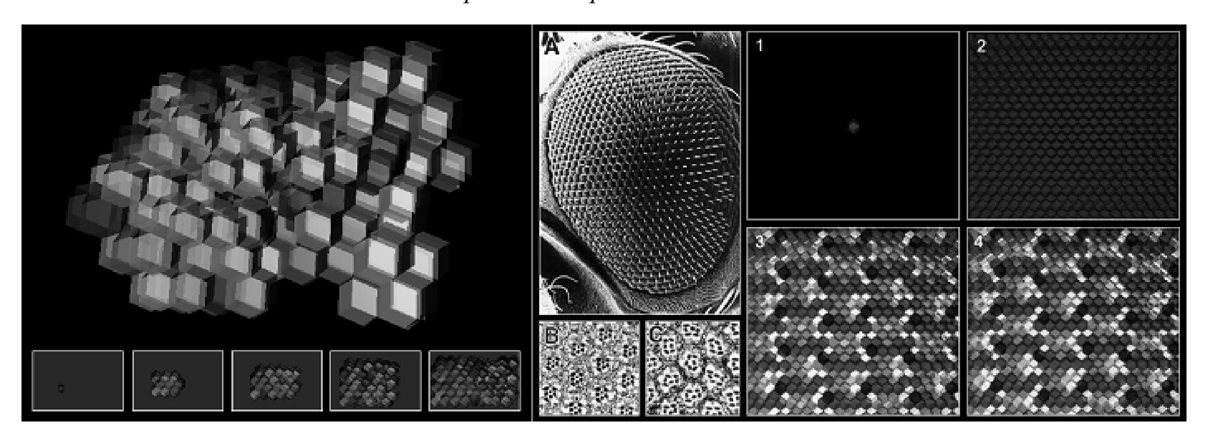


Последовательные шаги генерации рисунка шерсти зебры с помощью клеточного автомата (правый рисунок – натуральный рисунок шерсти зебры).

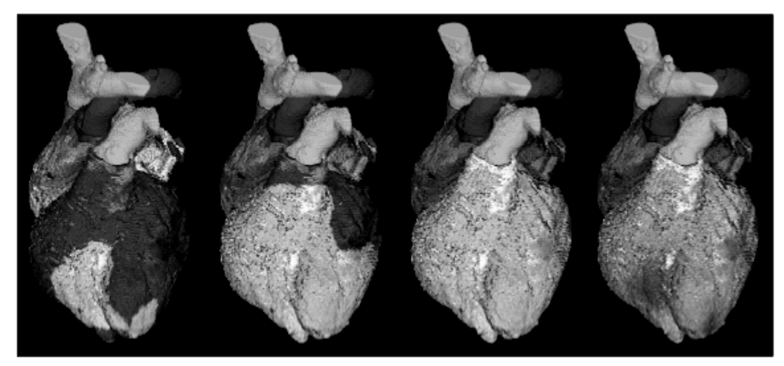




Модель переноса ветром и осаждения снега.



Симуляция развития эмбриона C. Elegans (левое изображение) и глазного диска Drosophila Melanogaster (правое изображение).



КА - трёхмерная модель распространения возбуждения в сердце, различные фазы возбуждения – зоны различной яркости (в оригинале в цвете).

Рис. 61. Имитация физических и биологических паттернов и процессов с помощью КА.

Например, исчезновение родительской клетки в клеточном автомате и появление рядом дочерней может описать миграцию одной и той же клетки в биосистеме. Это не нарушает общую логику природного паттернообразования, а в биологических системах, скорее всего, можно найти примеры формирования сходного паттерна и тем, и другим способом. Мы не можем непосредственно ввести в клеточный автомат (в его классическом виде, где правила определяют

лишь рождение и смерть клеток) глобальные параметры морфогенетического поля, но мы можем задать локальное поведение самих клеток, сходное с таковым в данном морфогенетическом поле, то есть мы можем задать свойства среды особенностями поведения элементов в этой среде.

Выше были описаны ставшие классическими правила игры «*Life*», открытые Дж. Конвеем, но на самом деле сегодня найдено множество интересных правил, объединённых в целые семейства и классифицированных по типам. В различных типах КА могут меняться следующие элементы:

- Число состояний, которые может принимать клетка. В «*Life*» только 2 состояния: клетка или жива или мертва. В некоторых же других клеточных автоматах число возможных состояний клетки достигает 256. Разные состояния обычно отображаются разными цветами.
- Число измерений. Одномерный КА – представляет собой один ряд клеток, состояние клетки рассчитывается, опираясь на состояния соседей справа и слева. Обычно линии просчитываются одна за другой сверху вниз, заполняя плоскость, так что мы имеем, в сущности, двумерную презентацию, просто расчёт состояния каждой клетки не выходит за пределы линии, в которой она находится; дву- и трехмерные КА.
- Форма клеток. Кроме квадратных клеток, к примеру, можно встретить КА с гексагональными ячейками.
- Тип соседства. Тип Мура (*Moore)* – учитывается состояние 9 прилежащих клеток (сама центральная клетка + 8 окружающих клеток), комбинация известная как «короб»; тип фон Неймана (*Von Neumann)* – учитывается состояние 5 прилежащих клеток (сама центральная клетка + 4 окружающие клетки, контакт клеток вершинами углов не считается); в других типах КА могут учитываться клетки за пределами непосредственного окружения центральной клетки.
- Вес соседей. Клетки, находящиеся в разных состояниях или расположенные в разных местах вокруг центральной клетки, могут вносить разный вклад в её выживание и воспроизводство.
- Изменение состояния центральной клетки может быть результатом различных процессов, происходящих в соседних клетках.

Все существующие игры можно разделить на 2 общих типа:

1. Тоталистические (*totalistic*, также называемые счетными, или суммирующими), в них пространственное расположение живых соседей не имеет значение для выживания центральной клетки, важно лишь их число. Внешний тоталистический тип (*outer totalistic*) дополнен правилом, включающим в рассмотрение состояние самой центральной клетки, для вычисления её последующих состояний. Многие автоматы, основанные на таких правилах, были изучены членами группы информационной механики лаборатории вычислительной математики в Массачусетском технологическом институте. В эту группу входят *Э. Фредкин, Н. Маргулис, Т. Тоффоли и Дж. Вишняк*.
2. Общие бинарные (*General binary*), правила этих КА различают не только число соседей, но также их расположение, что позволяет создавать анизотропные (конфигурационно-специфичные) правила.

Рассмотрим несколько самых интересных семейств КА.

Семейство "Life", уже упомянутое выше. Относится к типу *outer totalistic*, однобитное (клетки могут принимать только 2 значения: живая и мёртвая, (чёрное и белое), поэтому для описания состояния клетки достаточен 1 бит информации: 0 или 1). Самое популярное семейство, повальное увлечение которым породило после его появления (и продолжает порождать) огромное количество интересных клеточных паттернов. Как видно на снимке окна (рис. 62), правила позволяют лишь отметить число клеток в скоплениях, которые выживут на следующем шаге развития (в данном случае выживут клетки, имеющие 2 или 3 соседа) и которые породят дочернюю клетку (в данном случае дочернюю клетку породят только клетки, имеющие по 3 соседа). В качестве образца КА я взял программу *MCell (Mirek's Cellebration)*, это, пожалуй, лучшая программа КА, содержащая колоссальное число правил и уже найденных паттернов, а также позволяющая создавать свои правила, автор *Mirek Wojtowicz (Польша, mirwoj@life.pl, info@mirekw.com, www.mirekw.com)*. В этой программе правила можно задавать также в текстовой форме, основанной на *Xlife* стандарте (строка на рисунке внизу), в данном случае «23/3» - перечислены конгломераты выживающие и рождающие. Для того, кто привык работать с командной строкой, быть может, такое представление правил окажется предпочтительнее: как правило, эта строка интуитивно понятна и почти не требует расшифровки, она будет использоваться мной в подписях к некоторым рисункам. Поиграв с различными комбинациями правил, вы увидите, что стабильность популяции оказывается колеблющейся около значения 3.

Правила, где клетки выживают и размножаются, имея меньше трёх соседей, часто приводят к быстрому росту популяции, просто заполняющей всё доступное пространство, популяции же, где для выживания и размножения нужно больше трёх клеток, часто оказываются нежизнеспособны и быстро вымирают. Создать динамичную популяцию, которая существовала бы достаточно долго, и её существование не сопровождалось бы вымиранием или бесконтрольным ростом или не вырождалось бы в неизменную устойчивую структуру, созерцать которую станет бессмысленно, очень сложно. Первоисточник изменений в мире клеточных автоматов – это огромное число возможных правил, для определения будущего состояния клетки, исходя из теперешней конфигурации ее соседей. Если *k* - число состояний, которое может принимать каждая клетка, а *n* - число клеток, входящих в окрестность (число рассматриваемых соседей), то существует k^{k^n} возможных правил. Так, для двоичного автомата с окрестностью фон Неймана (где *n* = 4) существует более чем 65000 возможных правил; для окрестности Мура (где *n* = 8) имеется 10^{77} правил. Большинство комбинаций правил, увы, «безжизненны».
Правило «Коралл» («*Coral*») приводит к мгновенному вымираю основной массы хаотично разбросанных клеток (рис. 63, левая иллюстрация) и появлению небольшого числа кластеров, причём маленькие кластеры остаются стабильными, а после определённого порога начальной величины начинают расти, приобретая неправильную форму, сливаясь (рис. 63, правая иллюстрация). Пример биоморфного хлопьевидного паттерна, созданного в семействе “*Life*” (правило «Хлопья», «*Flakes*») приведён на рисунке 64. В правиле «Коагуляция» («*Coagulation*») (рис. 65) популяция клеток быстро растёт и в центре образовавшегося конгломерата среди ряби постоянно умирающих и рождающихся клеток начинают «кристаллизоваться» зоны неизменного цвета, создавая имитацию процесса осаждения или кристаллизации. Интересен паттерн, созданный с использованием правила «*InverseLife*» (рис. 66): живые клетки, размножаясь, быстро заполняют всё пространство, и на субстрате из живых клеток начинается развитие паттерна «популяции» клеток мёртвых, фантомная имитация, даже появляются стабильные движущиеся конфигурации мёртвых клеток (на рисунке одна такая конфигурация движется в правый верхний угол).

Ещё более простое семейство правил: “*Vote for Life*” («Голосуем за Жизнь»), содержит только данные о числе соседей, при наличии которых клетка становится (или остаётся) живой. На снимках (рис. 67) показано окно правил этого семейства, выставленное правило (названное «Голосование» («*Vote*»)) ведёт к образованию конгломератов в местах случайных скоплений хаотичной популяции клеток. Размер конечных конгломератов зависит от начального числа клеток (рис. 68). Тип: *totalistic*, 1-битное.

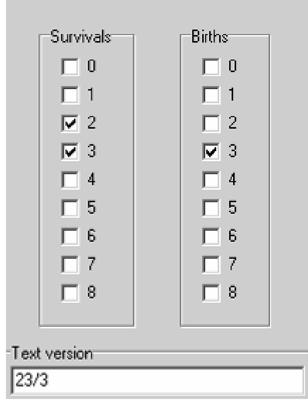


Рис. 62. Окно задания правил семейства “Life”.

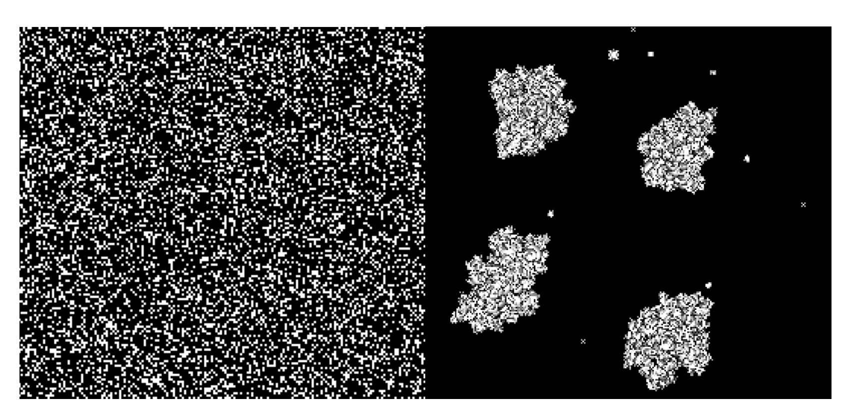


Рис. 63. Правило «Coral» 45678/3

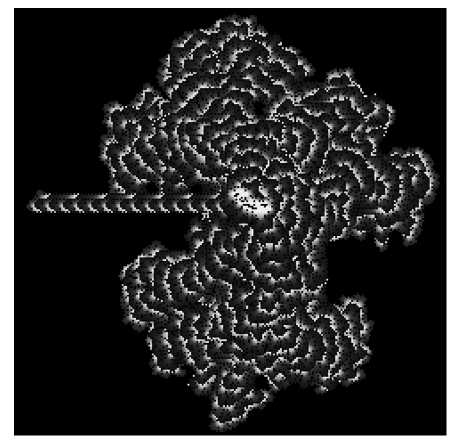


Рис. 64. Правило «Flakes»: 012345678/3

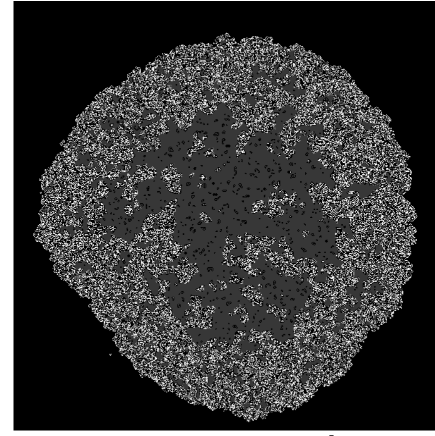


Рис. 65. Правило «Coagulation» 235678/378

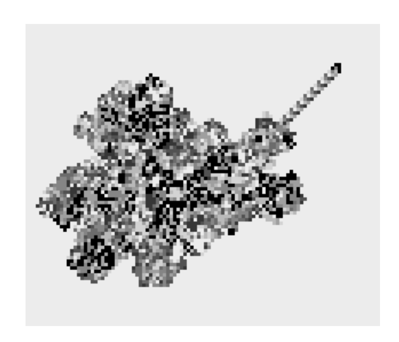
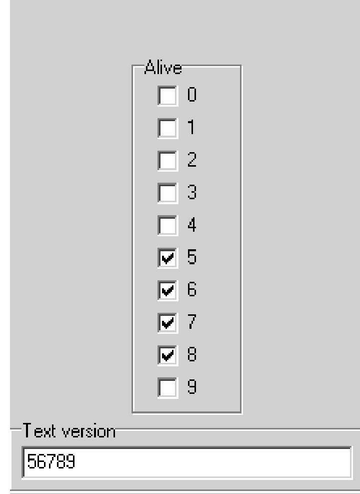


Рис. 66. Правило «InverseLife» 34678/0123478



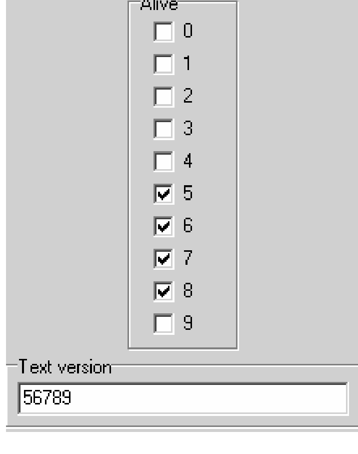
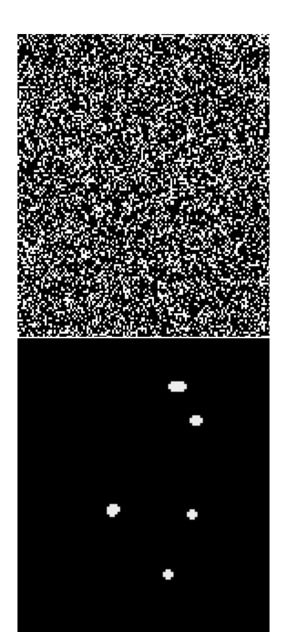
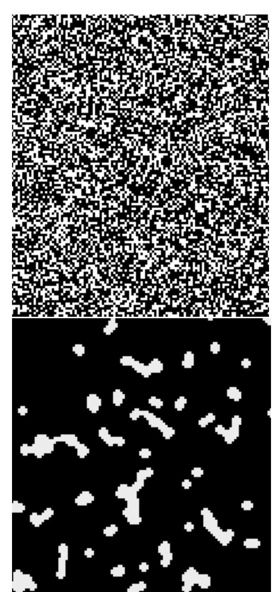


Рис. 67. Окно правил для семейства: “*Vote for Life*”





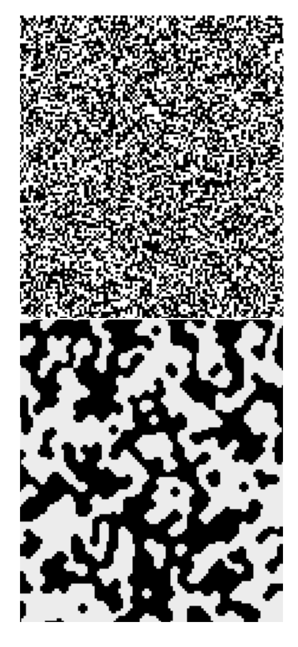


Рис. 68. «*Vote*». Правый столбец: 30%-ное начальное заполнение живыми клетками (верхний рисунок); средний столбец: 40%-ное заполнение; правый столбец: 50%-ное заполнение, порождает уже систему связных конгломератов.

Семейство ***“Larger than Life”*** («Больше чем Жизнь»). Снимок окна правил на рисунке 69. Это правило расширяет возможности семейства “Life”, можно задавать уже до 256 соседей, вместо 10, как в семействе “Life”, (например, на снимке правило, в котором выживают клетки в кластерах содержащих от 41 до 81 соседа). В этом семействе есть история: клетка, прежде чем умереть, проходит ряд стадий, обычно отображаемых разными цветами. Порождать дочерние клетки может только клетка первой стадии, родившая в предыдущей генерации, но, старея, она продолжает занимать пространство, как бы оставляет след прежнего состояния системы (если есть 10 степеней истории, они отображаются 10 разными цветами, и по этим цветовым паттернам мы можем восстановить картину последних 10 генераций). Также можно менять тип соседства, включать или выключать из расчётов центральную клетку, изменять число состояний и включать/выключать историю. Ранг (*Range*) – размер зоны соседства: 1- восемь окружающих клеток, 2 – два круга, то есть 24 окружающие клетки и так далее. [*В текстовой версии: R – ранг (1..10), C – число состояний (0..25), если задано меньше 3-х, значит история не активна, M – учитывание центральной клетки (1 - учитывается, 0 – нет),*
S – ранг учитываемый для выживания, B - ранг учитываемый для рождения дочерней клетки, N – тип соседства: NM для Moore и NN для von Neumann.]
Два интересных примера паттернов порождаемых этим семейством: «Большинство» («*Majority*») (рис. 70) на поле, заполненном хаотично расположенными клетками, быстро происходит самоорганизация большого кластера и после начинается постепенное, более медленное

периодическое осаждение в краевых областях агрегата, подобное периодическому осаждению нерастворимой соли при диффузии одного из реагентов в двумерном пространстве, заполненном другим реагентом (так называемые кольца Лизегенга). На рисунке 71 последовательно расположены этапы трансформации кластеров в правиле «*Bugs*». «Существа» движутся по полю, сталкиваются, сливаются, некоторое время метаморфизируют и снова делятся на 2-3 дочерних «существа» или вымирают.

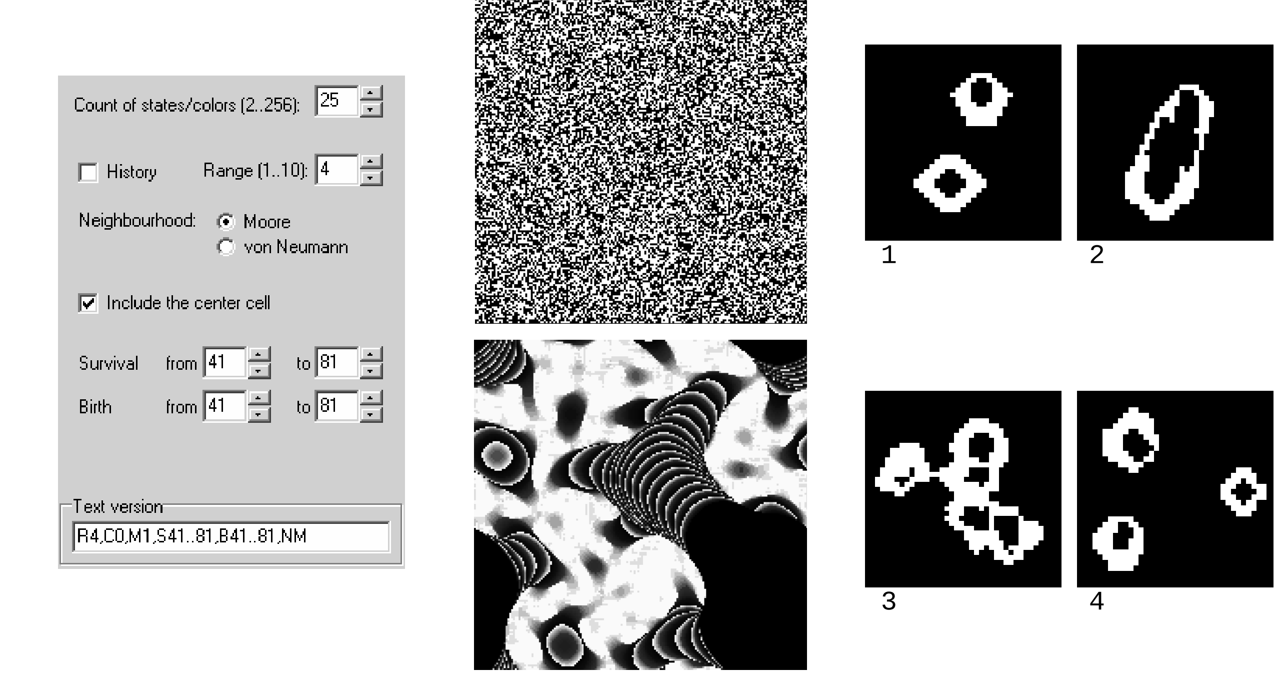


Рис. 69. Снимок окна правил семейства “*Larger than Life*”.

Рис. 70. Правило «*Majority*» (R4,C0,M1,S41-81,B41-81,NM).

Рис. 71. Правило «*Bugs*» (R5,C0,M1,S34-58,B34-45,NM).

Семейство «1D binary». Как видно из названия, это семейство 1-мерных автоматов, относящихся к классу *General binary*. Как видно из снимка (рис. 72) семейство имеет историю (когда история включена, можно задать до 256 состояний клетки, когда отключена – всего 2 состояния), кроме того, можно менять ранг соседства. Главное окно: «таблица правил», колонка 2 “*Neighborhood*” («Соседство») показывает все возможные конфигурации клеток (0 – клетка мертва, 1 – жива; автомат одномерный, значит, рассматривается только 1 ряд клеток, на иллюстрации отражено правило, в котором ранг соседства задан равным 1, то есть рассматривается 3 клетки: клетка справа, слева и сама центральная клетка). Колонка 3 задаёт результат конфигурации: будет мертва или жива центральная клетка при данной конфигурации. В данном случае, если все 3 клетки мертвы (верхняя строка), в следующей генерации центральная клетка останется мертвой (0 в колонке X), если центральная и левая клетка мертвы, а правая жива (колонка 2), в следующей генерации центральная клетка будет жива (1 в колонке X) и так далее.
На рисунках 73 и 74 показаны два паттерна, созданные двумя правилами этого семейства. Окно правил, настроенное на «*Linear A*», приведено на рисунке 72. Текстовая запись правила «*R3 Gliders*» («Планеры») гораздо длиннее, так как ранг соседства в ней равен трём (*R3*), то есть необходимо описать состояние уже 7 клеток.

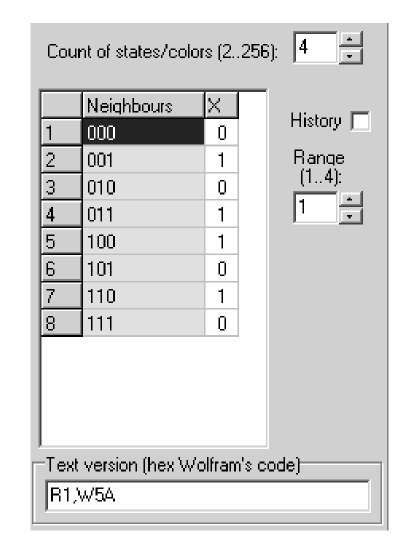


Рис. 72. Окно правил 1D binary.

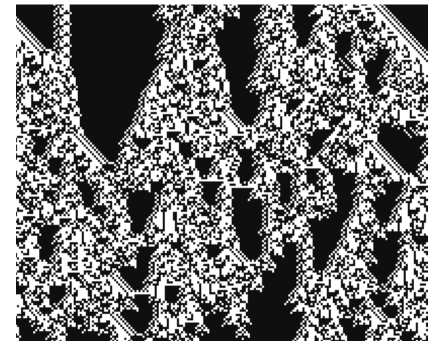


Рис. 73. R3,W3B469C0EE4F7FA 96F93B4D32B09ED0E0 «R3 Gliders».

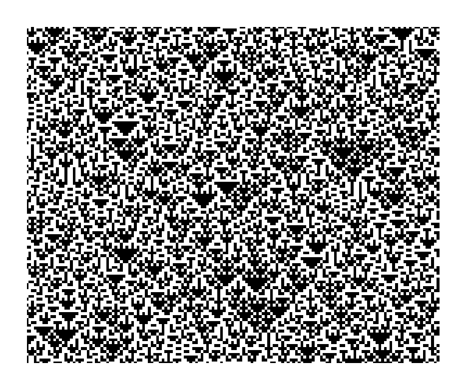
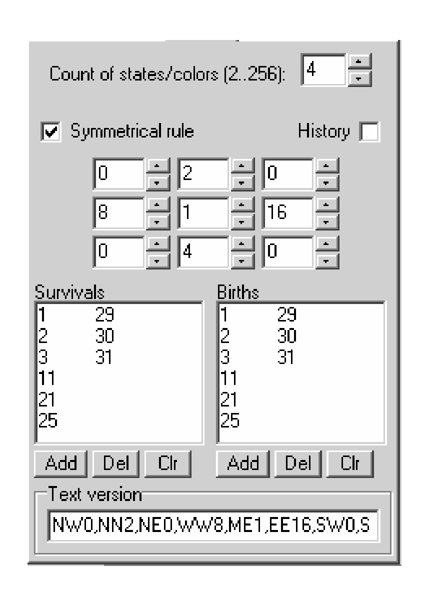
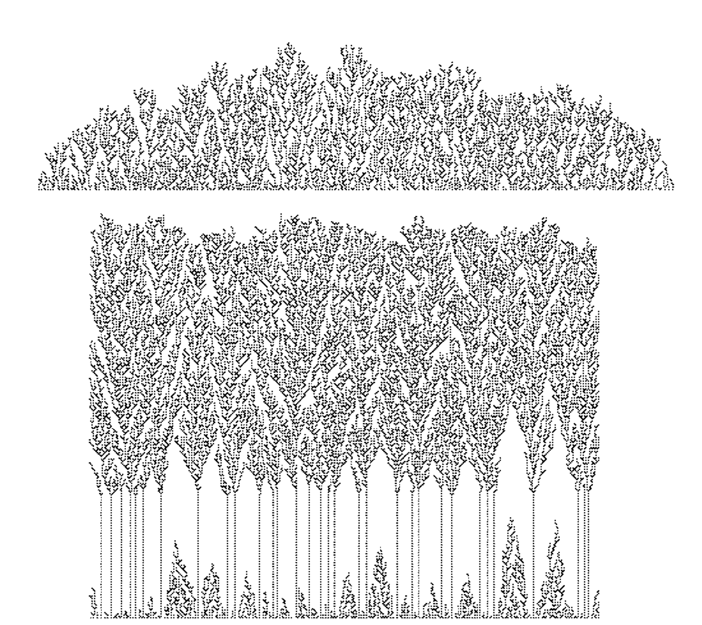


Рис. 74. R1,W5A «Linear A».

Семейство “***Weighted Life”*** («Взвешенная жизнь»). Класс: ***totalistic.*** Это семейство позволяет задавать собственный вес (от -256 до 256) каждому из соседей, включая саму центральную клетку. Выживает клетка, соседи которой наберут суммарно заданный в правилах вес. То есть, правило разрывает границы грубой градации состояния клетки, основанной лишь на подсчёте немногих соседей, теперь состояние клетки может меняться в числовых границах от -2048 до 2048 включительно (8x256). “***Weighted Life***” это одно из семейств с наиболее комплексными правилами. Правила многих других семейств могут быть реализованы в нём. Например, для того, чтобы реализовать правила “*Life*”, достаточно просто задать значение 1 всем соседям и 0 центральной клетке. Можно также включить симметричный режим задания правил, тогда при изменении веса одного из соседей, автоматически будет меняться вес трёх других симметричных ему соседей (рис. 75).

Примеры созданных при помощи правила «*Hour glass*» («Часовое стекло») семейства “*Weighted Life*” структур представлены на рисунке 76. Процесс, направляемый данным правилом, имитирует как бы оседание клеток на дно игрового поля. При этом осевшие клетки «замерзают» и всякая клетка, «упавшая» на них сверху, также застывает в месте соприкосновения с ранее «замерзшей» клеткой. Если правила определяют поведение частиц, первоначально распределенных на поле случайным образом, то прямое «оседание» частиц этого хаотичного поля (без хаотичных боковых движений и вообще без каких-либо взаимодействий частиц в процессе оседания) порождает биоморфные паттерны.





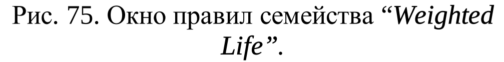
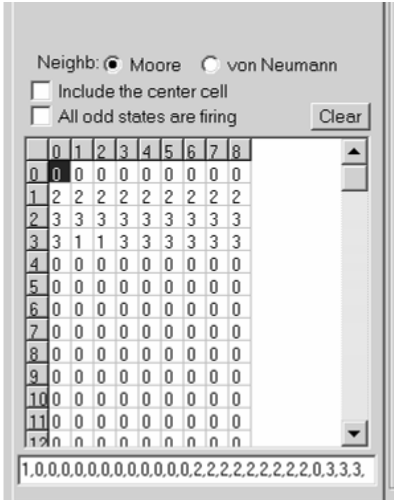


Рис. 75. Окно правил семейства “*Weighted Life”*.

Рис. 76. Ветвящиеся структуры, рождаемые правилом «*Hour glass*» (параметры именно этого правила даны на рис. 75).

Семейство “Rules tables” («Таблицы правил»). Тип: *totalistic*. Семейство “*Rules tables*” позволяет определять правила при помощи специальных таблиц переходов (рис. 77). Эти таблицы устраняют все ограничения тоталистических правил, позволяют задать любое теоретически возможное правило, зависящее от состояния клеток. Ряды таблицы представляют состояния клеток (от 0 до 255) ; колонки – число учитываемых соседей. Смысл таблицы прост: каждая клетка таблицы определяет, какое следующее состояние должна принять клетка, имеющая заданное состояние (определяемое рядом) и заданное число соседей (определяемое колонкой). На рисунке 78 представлено интересное правило этого семейства - «*WireWorld*» («Мир проводов»), имитирующее распространение импульса по проводнику. Тёмные клетки распространяются по ряду светлых клеток, как по проводнику, с нижнего левого угла, где находится их генератор. Сам паттерн нарисован вручную, правила задают такое изменение состояния клеток, которое имитирует однонаправленное перемещение тёмной клетки по ряду светлых. Модификацией этого правила, получены даже паттерны, имитирующие работу логических элементов: «*AND*», «*NOT*», «*OR*». Текстовый формат правил представляет ряд цифр, в котором заданы последовательно: тип соседства (1 для *Moore*, 2 для *von Neumann*), активность центральной клетки (0 или 1), и далее вся таблица, линия за линией. Вот, к примеру, текстовая версия правила «*WireWorld*»: 1,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,2,2,2,2,2,2,2,2,2,0,3,3,3,3,3,3,3,3,3,0,3,1,1,3,3,3,3,3,3 (ряды содержащие только нули опущены). А так можно описать правилами этого семейства правило классической игры «*Life*»: 1,0,0,0,0,0,1,0,0,0,0,0,0,0,0,1,1

	0	1	2	3	4	5	6	7	8
0	0	0	0	1	0	0	0	0	0
1	0	0	1	1	0	0	0	0	0



	0	1	2	3	4	5	6	7	8
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	2	2	2	2	2	2	2	2	2
2	3	3	3	3	3	3	3	3	3
3	3	1	1	3	3	3	3	3	3
4	0	0	0	0	0	0	0	0	0
5	0	0	0	0	0	0	0	0	0
6	0	0	0	0	0	0	0	0	0
7	0	0	0	0	0	0	0	0	0
8	0	0	0	0	0	0	0	0	0
9	0	0	0	0	0	0	0	0	0
10	0	0	0	0	0	0	0	0	0
11	0	0	0	0	0	0	0	0	0

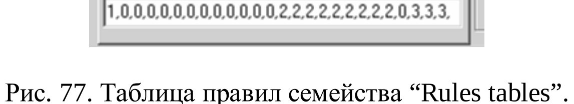


Рис. 77. Таблица правил семейства “Rules tables”.

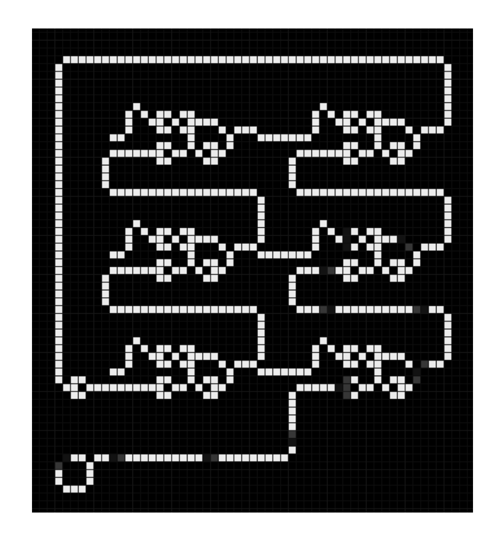


Рис. 78. Паттерн правила «WireWorld».

Семейство “General binary”. Тип: *2D, binary*. Центральная панель окна правил (рис. 79) представляет собой матрицу, где каждая ячейка - одно состояние клетки. Серый треугольник означает, что данная клетка при данной конфигурации соседей сохранится, чёрный треугольник, что клетка станет живой. Правила, как и всякие бинарные, ассиметричные, правила, позволяют реализовывать направленное движение клеток и паттернов. Основная масса паттернов отличается ригидностью, устойчивостью, именно в этом классе можно найти большое количество самых грандиозных космолётов, осцилляторов, движущиеся трансформирующиеся, но остающиеся стабильными мозаики и прочее. На иллюстрации (рис. 80) показано игровое поле, на котором собрано большое количество осцилляторов правила «*Just Friends*» («Просто друзья»), цифры выписанные клетками, остаются неподвижными при смене генераций, осцилляторы, как им и положено, осциллируют. Жаль, многие интересные паттерны невозможно показать на статичном изображении, они интересны своей динамикой, например, на рисуке 81 показан кластер называющийся «*Omniperiodic Oscillator*» («Всепериодичный осцилятор») и реализованный по тому же правилу - «*Just Friends*». В центральной части структуры беспрерывно бежит по кругу точечный, шириной в 1-4 клетки, «мотылёк» локальных обратимых перестроек паттерна, соединений и разъединений, небольших трансформаций его элементов. На большой скорости, когда проследить за деталями процесса невозможно, кажется, что по структуре бежит точечная волна ряби, вроде порхания невидимого мотылька.

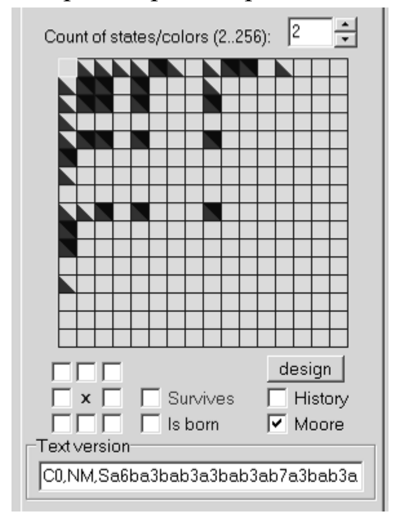


Рис. 79. Таблица правил семейства “*General binary*”.

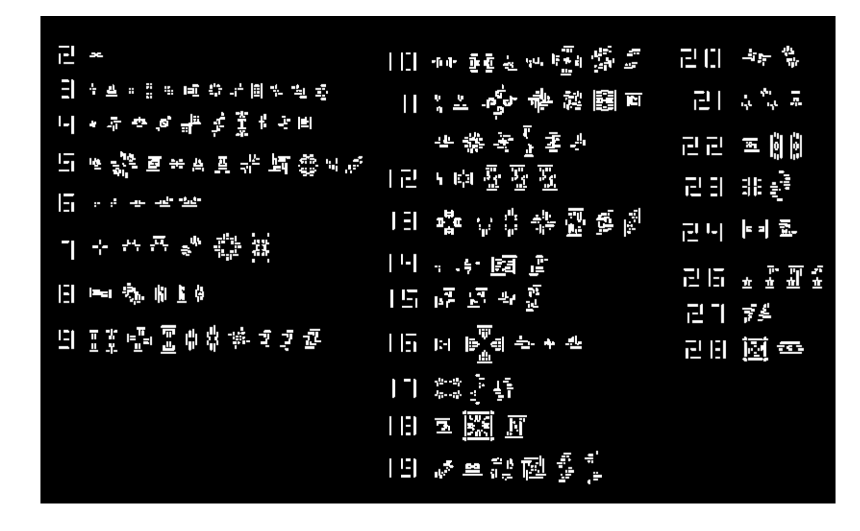


Рис. 80. Осцилляторы правила «*Just Friends*».

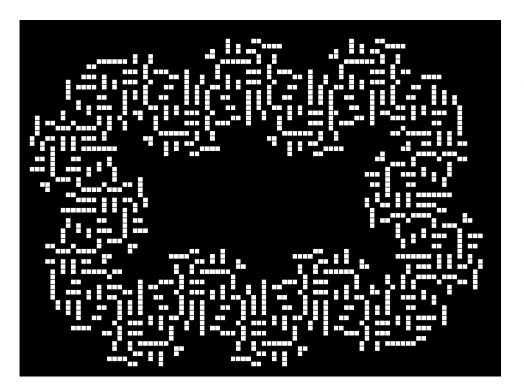


Рис. 81. Паттерн «*Omniperiodic Oscillator*» правила «*Just Friends*».

Семейство “Margolus neighborhood” («Соседство Маргулиса»). Тип: *2D, binary*. Пространство клеточного автомата разделено на изолированные блоки *2x2*. Каждый блок делает шаг влево вниз каждую генерацию, и затем возвращается назад. В таблице (рис. 82) описаны все 16 возможных конфигураций, правые блоки - изображения исходных конфигураций, левые блоки - новые конфигурации, на которые будут изменены исходные в следующей генерации. Новые конфигурации, разумеется, можно задавать самому. Эта система хорошо подходит для моделирования физических систем. Другая её особенность - простое создание обратимых правил. Необходимым условием обратимости является детерминированность правила перехода в обоих направлениях, вперед и назад, т.е. каждое возможное состояние окрестности должно иметь единственное предыдущее состояние и единственное последующее состояние. Игра «*Жизнь*» необратима, потому что предыдущий этап какого-нибудь состояния нельзя определить однозначно; например, если текущее состояние клетки - «мертва», в предыдущем поколении она могла иметь любое число «живых» соседей, отличное от трех. Правило «*Sand*» («Песок») на рисунке 83 имитирует пересыпающийся песок (более светлые клетки), правило «*BBM*» (рис. 84) отскакивание пар связанных движущихся клеток от стенок неподвижной прямоугольной конструкции.

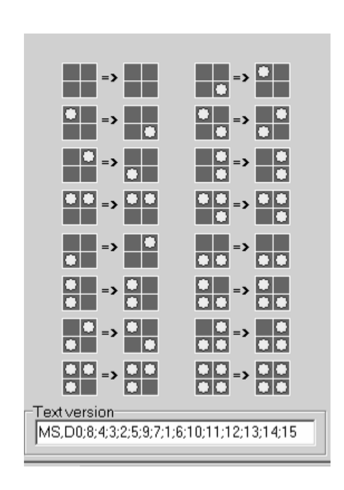


Рис. 82. Окно правил семейства *“Margolus neighborhood”*.

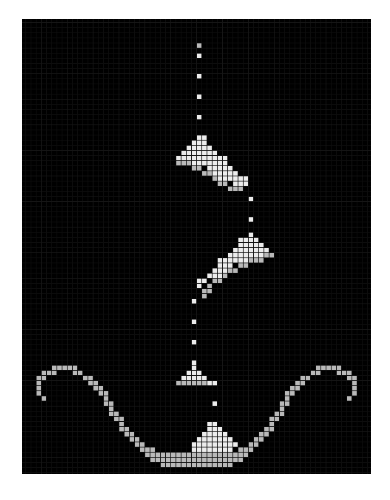


Рис. 83. Правило «Sand».

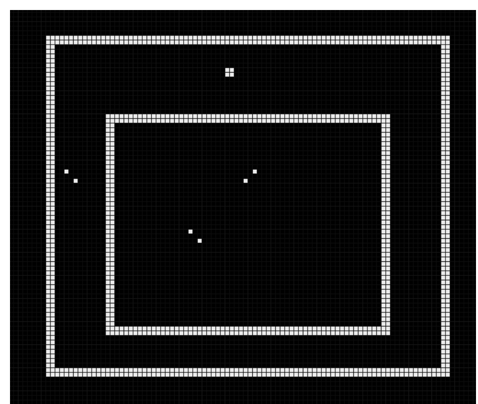


Рис. 84. Правило «BBM».

Семейство «Cyclic Cellular Automata, CCA» («Циклический клеточный автомат»). Одно из интересных для синергетического моделирования семейств. Оно способно породить комплексную самоорганизацию на основе итерации очень простых правил: центральная клетка меняет цвет, только, когда в кластере появляется пороговое число клеток этого цвета, (определяется значением «*Threshold*» («Порог») (рис. 85)), цвета могут меняться только в определённом порядке. Здесь правила появления и исчезновения клеток модели имитируют логику вовлечения молекул реагента в химическую реакцию в автокаталитических химических реакциях типа реакции Белоусова-Жаботинского или распространение возбуждения в биологической ткани (появление клеток клеточного автомата имитирует возникновение возбуждённых клеток биосистемы и, соответственно, распространение волны клеточных изменений). Пример самозарождения волн в такой системе дан на рисунке 86: слева – поле хаотично делящихся клеток с несколькими уже возникшими точками инициации волн, в центре – большинство хаотично делящихся клеток вымерло, начали распространяться клеточные волны (причем не все точки инициации выжили), справа – всё поле охвачено волновым процессом и поделено между крупнейшими точками инициации, новые центры не появляются.



Рис. 85. Окно правил семейства «CCA».

Рис. 86. Динамика возникновения и распространения волн клеток циклического клеточного автомата.

DLA. Другая модель дискретного типа, воспроизводящая процесс самоорганизации, которую мы рассмотрим – *DLA (Diffusion Limited Aggregation, модель агрегации, ограниченной диффузией)*. Построена на агрегации частиц в условиях их случайного движения. В этой модели на поле, заполненное частицами, совершающими хаотическое броуновское движение, вносится центр агрегации, к которому «прилипает» всякая случайно прикоснувшаяся к нему частица; начинается рост конгломерата частиц, всегда уникальный в деталях, но всегда статистически подобный типичному конгломерату, характерному для заданных условий.

Классический конгломерат Уиттена-Сандера – многократно разветвленная структура. Сходный паттерн наблюдается при некоторых процессах кристаллизации. В сущности, модель DLA имитирует процесс кристаллизации как перехода жидкой фазы в твёрдую на зерне-затравке. Конечная форма кластера зависит от особенностей поведения слипающихся частиц. Чем статистически более вероятно, что частица, соприкоснувшись с конгломератом, прилипнет к нему, тем более рыхлым получается конгломерат. Варьируя вероятность слипания соприкасающихся частиц, можно получить кластеры различной морфологии. Для компьютерного моделирования мы использовали программу *DLA Java Applet* (*Anna Umansky, umansky@miranda.bu.edu; Sergey Buldyrev, sergey@miranda.bu.edu; http://polymer.bu.edu/java/java/dla2/dlaapplet.html*). Компьютерные кластеры, построенные с использованием разных параметров этой модели, весьма разнообразны морфологически (рис. 87).

Модель DLA оказалась применимой для имитационного моделирования многих форм неживой и живой природы, столь разных явлений, как осаждение металла при электролизе, электрический разряд при пробое диэлектрика, формирование “вязких пальцев” при вытеснении воздухом вязкой жидкости. Эта модель имитирует также рост минеральных дендритов, бактериальных колоний и морфологические проявления многих других процессов самоорганизации в природе и эксперименте (рис. 88).

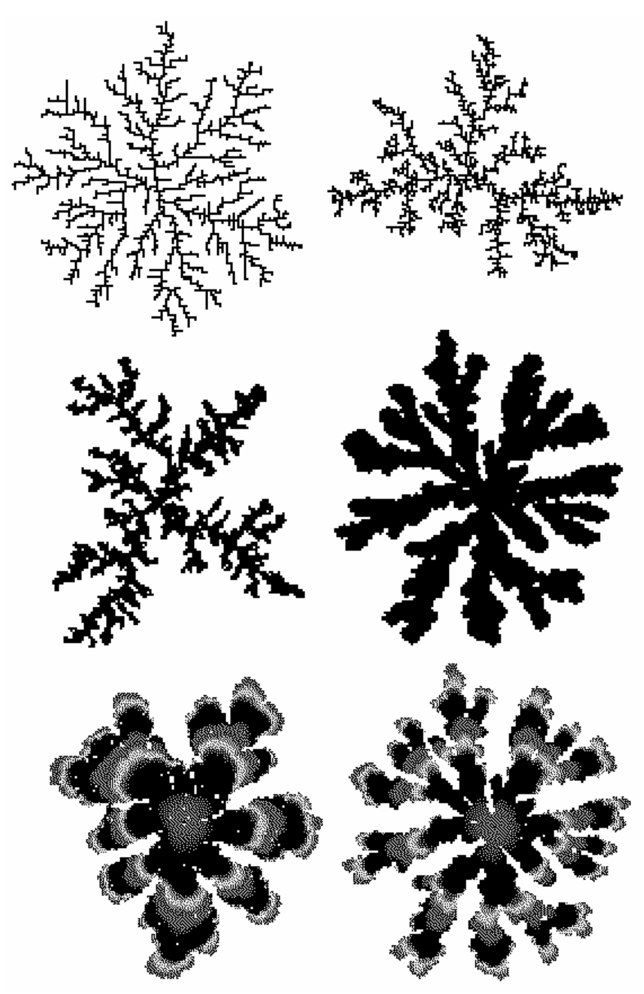
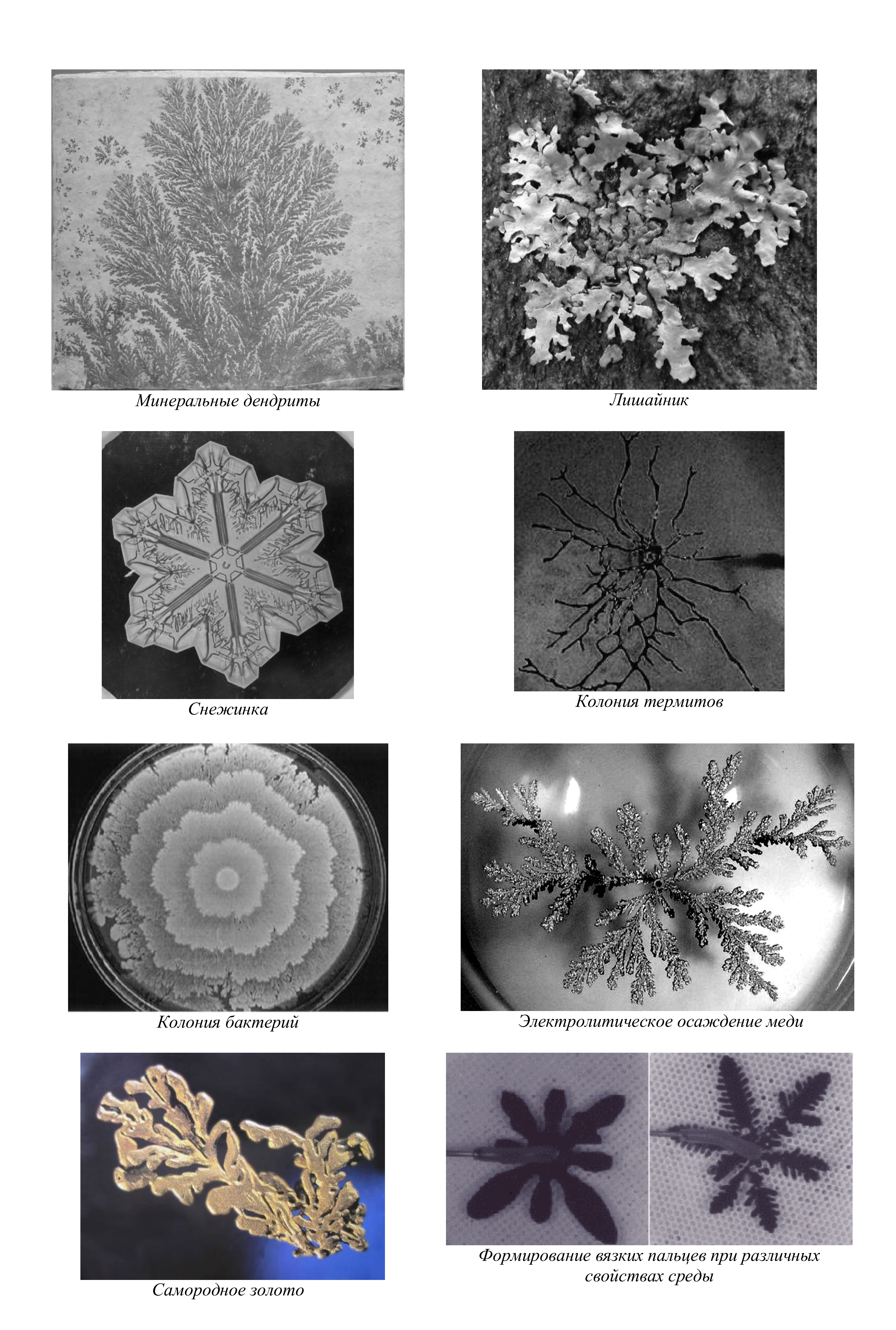


Рис. 87. DLA кластеры: компьютерное моделирование.

Модифицированные модели агрегации, ограниченной диффузией, могут быть полезны в качестве имитационных моделей морфогенеза биологических объектов. В качестве наиболее абстрактной имитации, не претендующей на научную точность, но скорее являющейся некоей визуализацией многих процессов морфогенеза, можно рассматривать имитацию направленного роста биологической структуры, например, отростков нейрона, определяемого градиентом фактора роста или морфогена, с использованием той же модели DLA (рис. 89, б). Подобные паттерны этой модели имитируют уже некое морфогенетическое поле с различным распределением «морфогена» (рис. 89, а, б), рост, начинающийся с линейного центра агрегации (рис. 89, в) или взаимодействие хаотических кластеров (рис. 89, г).

Кроме того, морфогенез многих природных самоорганизующихся объектов, в том числе нейронов, может детерминироваться не одним единственным алгоритмом построения, а несколькими последовательно сменяющими друг друга алгоритмами. Простая последовательная смена параметрических значений при использовании одной и той же модели агрегации, ограниченной диффузией (*DLA Java Applet*) приводит к появлению паттернов, более близко имитирующих морфологию нейронов по сравнению с классической моделью DLA (рис. 90).



Минеральные дендриты | *Лишайник* | *Снежинка* | *Колония термитов* | *Колония бактерий* | *Электролитическое осаждение меди* | *Самородное золото* | *Формирование вязких пальцев при различных свойствах среды*

Рис. 88. Биологические и физические кластеры, имитируемые моделью DLA.

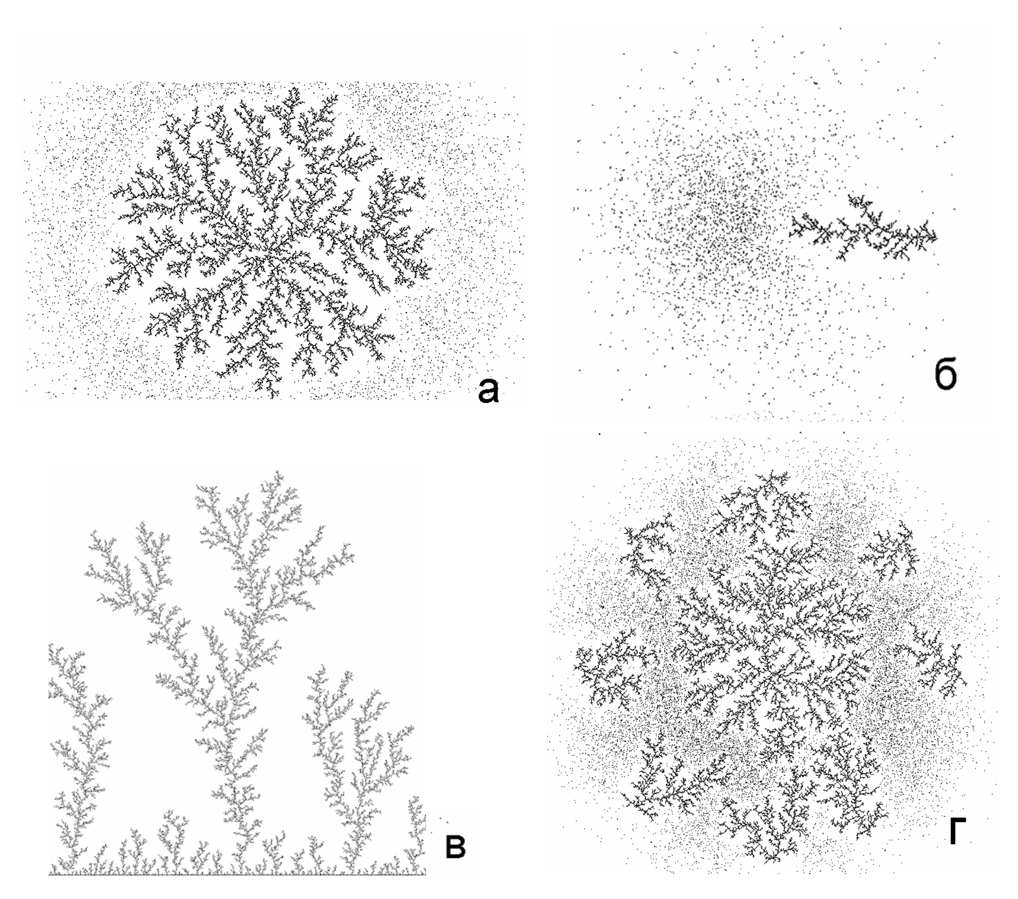


Рис. 89. Моделирование направленного роста кластеров DLA:
а – кластер в изотропной среде; б – векторизованный рост;
в – рост с линейного центра агрегации; г – взаимодействие нескольких кластеров.

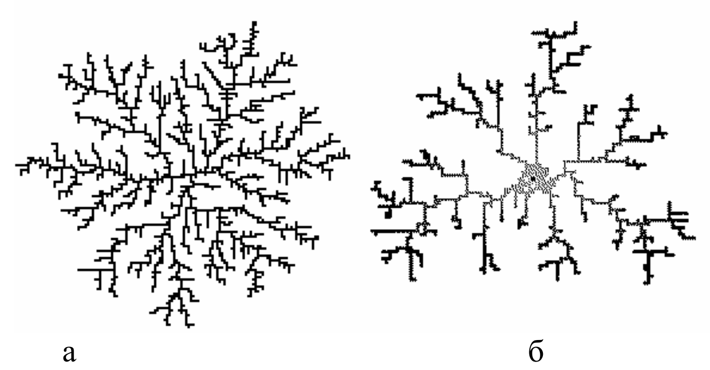


Рис. 90. Паттерны модели DLA, построенные при неизменных (а) и последовательно изменяемых (б) значениях параметров.

Экспериментальным путем получены и трехмерные анизотропные натурные кластеры – металлические деревья Даккора (*G. Daccord*). Для получения таких трехмерных фрактальных деревьев в гипсе высверливаются отверстия, через которые поступает дистиллированная вода, понемногу растворяющая гипс; затем образовавшиеся пустоты заполняются металлическим сплавом, а оставшийся гипс удаляется кислотой.

Морфогенез подобных структур сочетает в себе упорядоченность и хаос, ограниченную детерминированность и непредсказуемость, связь локальной структуризации и глобального паттерна. Детерминированный хаос как основа формообразования делает модель DLA достаточно корректной для моделирования природных систем, обладающих тем же свойством. Детерминированность роста кластера DLA определяется направлением притока новых частиц и правилами их связывания между собой. Меняя эти параметры и вводя новые, можно создавать достаточно объективные модели очень широкого спектра природных процессов.

Предшественником DLA модели была модель Эдена (***Eden's Model***), опубликованная Эденом в 1960 году. Центральная частица помещается в центр поля, остальные частицы хаотично добавляются к границам. Так как новые частицы присоединяются к разным частям конгломерата со статистически равной вероятностью, кластер получается округлый (рис. 91), подобный DLA модели с заданной низкой вероятностью прилипания частицы к конгломерату, что позволяет частице проникнуть в экранированные отростками части агрегата, и, таким образом, статистически уравнивает всю внешнюю границу конгломерата для доступности новым частицам.

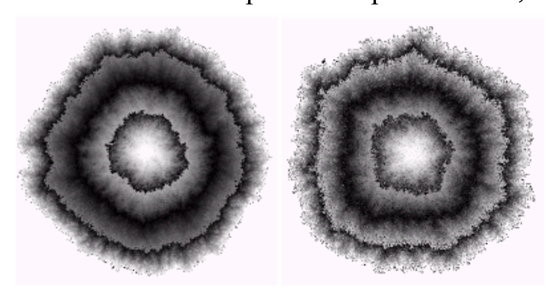


Рис. 91. Модель Эдена.

Любая модель самоорганизации касается, по сути, механизмов возникновения новых признаков сложных систем, их эволюции, отбора, закрепления тех признаков, что способствуют наиболее долгому и устойчивому существованию системы. В биологии давно существует направление исследований, пытающихся смоделировать процесс эволюции: возникновение, закрепление, трансформацию признаков, взаимоотношения элементов сложной системы, подобное взаимоотношению между различными видами, или особями внутри популяции и другие явления, которые, как мы предполагаем, присущи реальным живым системам и формируются в процессе биологической эволюции, то есть самоорганизации биосистем. Это направление исследований - *эволюционное моделирование*, в котором можно выделить: 1) модели возникновения молекулярно-генетических информационных систем, 2) моделирование общих закономерностей эволюции, 3) эволюционные модели искусственной жизни, 4) прикладное эволюционное моделирование.

Синтетические модели, воссоздающие в динамике сам процесс эволюции – это ***модели искусственной жизни***. Рассмотрим несколько характерных примеров таких моделей:

Модель ПолиМир (PolyWorld) Л.Ягера. Модель Ягера одна из типичных моделей искусственной жизни, в которой проведено моделирование достаточно естественного поведения искусственных организмов. Представим себе некое ограниченное виртуальное пространство (стол), на котором могут жить виртуальные организмы. По краям пространство ограничено барьерами. На столе могут вырастать лужайки зеленой пищи. Организмы могут двигаться прямолинейно, поворачиваться, поглощать пищу. Они обладают цветовым зрением. Одни организмы могут вступать в борьбу с другими, при этом побежденные организмы умирают, и их каркас превращается в пищу. Организмы могут скрещиваться, давая потомков. Если организм вступает в борьбу, то он краснеет, если испытывает желание скреститься, – то синеет. Организмы имеют нервную систему, состоящую из искусственных нейронов. Нейронная сеть организма управляет его поведением: дает команды, определяющие действия организма: есть, двигаться, скрещиваться, бороться, поворачиваться, фокусировать зрение на окружающих организм объектах.

Поедая пищу (зеленые лужайки или каркасы мертвых особей), организмы пополняют свой ресурс энергии. Проявляя активность (движение, повороты, борьба, скрещивание), организмы расходуют энергию. Если ресурс организма становится ниже определенного предела, то организм умирает (и, естественно, превращается в пищу).

Популяция организмов эволюционирует. Размножение организмов происходит в результате скрещивания, гибель – в результате борьбы или от голода. Параметры организма (размер, скорость движения, бойцовская сила, основной цвет и т.п.), а также структура нейронной сети определяются геномом организма. Потомки организмов наследуют гены родителей (часть генов от одного родителя, часть – от другого), при переходе от родителей к потомкам гены испытывают малые мутации.

В процессе моделирования эволюции наблюдалось формирование определенных стратегий поведения животных. Одну из стратегий можно условно назвать "тупая корова": организм движется прямолинейно с максимальной скоростью, поедает все встречающиеся лужайки пищи и скрещивается со всеми, кого встретит. Вторая стратегия – "ленивый каннибал": организм крутится на месте, скрещиваясь или вступая в борьбу с каждым, кто приблизится (поедая каркас соперника в случае победы или погибая в случае поражения). В некоторых компьютерных экспериментах эволюция приводила к появлению стратегии жизни "на краю

мира”: организмы циркулировали по или против часовой стрелки вдоль барьеров, ограничивающих мир, и это приводило к определенным преимуществам, так как здесь, из-за уменьшения числа степеней свободы для движущихся объектов, организмы чаще находили особей, с которыми можно скреститься или побороться. Эволюция организмов в ПолиМире моделировалась компьютерной программой, содержащей 15000 строк на *С++*.

«Земля» (Tierra) Т.Рэя: модель эволюции самовоспроизводящися компьютерных программ. «Организмы» Тьерры содержат геномы, которые определяют работу программ. Взаимодействия между «организмам» проводят к эволюционному возникновению сложного «биоразнообразия» самовоспроизводящися программ. Если запустить работу простой программы, которая выполняет лишь два действия: самокопируется, заполняя своими копиями весь доступный объём памяти и стирает другие программы, то через определённое время из-за неизбежных ошибок копирования будут возникать «мутанты», часть которых будет иметь преимущества перед родительской программой, например, будет иметь более короткий код и поэтому быстрее самореплицироваться или защищена от стирания другими программами и так далее. Конечно, если ошибки в дочерних программах генерируются искусственно, это кардинально ускоряет процесс эволюции.

Эволюция, приспособление к среде, предполагают изменение не только собственных свойств моделируемых объектов, но и их поведения, программы взаимодействия с внешним миром. Поэтому многие существа, населяющие виртуальные модельные миры обладают хотя бы элементарной нейронной сетью. Практически любую задачу можно свести к задаче, решаемой нейронной сетью. Нейронная сеть должна содержать некую проекцию внешнего мира (по крайней мере, тех элементов внешнего мира, которые затрагивают выживание объекта), его отражение, реализованное в механизме обработки поступающей информации и формировании адекватного поведения.

Самоорганизация поведения, научение моделируются с помощью ***искусственных нейронных сетей*** (НС). Сегодня создано множество типов нейронных сетей, но все типы НС обладают несколькими общими чертами.

Основу каждой НС составляют относительно простые, в большинстве случаев – однотипные, элементы (ячейки), имитирующие работу нейронов мозга. Далее под нейроном будет подразумеваться искусственный нейрон, то есть ячейка НС. Каждый нейрон характеризуется своим текущим состоянием по аналогии с нервными клетками головного мозга, которые могут быть возбуждены или заторможены. Он обладает группой синапсов – однонаправленных входных связей, соединенных с выходами других нейронов, а также имеет аксон – выходную связь данного нейрона, с которой сигнал (возбуждения или торможения) поступает на синапсы следующих нейронов. Общий вид нейрона приведен на рисунке 92. Каждый синапс характеризуется величиной синаптической связи, или ее весом w_i, который по физическому смыслу эквивалентен электрической проводимости. Эволюционный отбор поведения имеет в своей основе закрепление нейронных паттернов, по которым преимущественно устремляется нервный импульс в ответ на соответствующее воздействие. Определённый путь обработки внешнего сигнала ведёт к определённой ответной реакции на этот сигнал. У живых организмов нейронные паттерны образуются благодаря появлению новых и усилению старых синаптических контактов между нейронами, что ведёт к увеличению электрической проводимости по ходу какого-либо нейронного пути и статистически более вероятному прохождению импульсов именно по этому пути. В искусственной нейронной сети физически число или площадь синапсов не меняется, но эти изменение имитируются изменением веса каждого синапса.

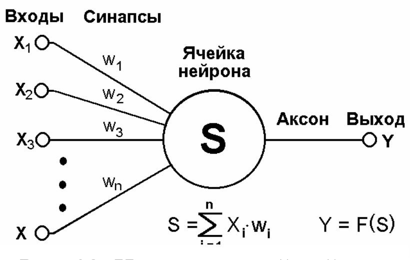


Рис. 92. Искусственный нейрон.

Всем НС присущ принцип параллельной обработки сигналов, который достигается путем объединения большого числа нейронов в так называемые слои и соединения определенным образом нейронов различных слоев, а также, в некоторых конфигурациях, и нейронов одного слоя между собой, причем обработка взаимодействия всех нейронов ведется послойно.

Процесс функционирования НС, то есть действия, которые она способна выполнять, зависят от величин синаптических связей, поэтому, задавшись определенной структурой НС, отвечающей какой-либо задаче, разработчик сети должен найти оптимальные

значения всех переменных весовых коэффициентов (некоторые синаптические связи могут быть постоянными). Этот этап называется обучением НС, и от того, насколько качественно он будет выполнен, зависит способность сети решать поставленные перед ней проблемы во время эксплуатации. На этапе обучения, кроме параметра качества подбора весов, важную роль играет время обучения. Как правило, эти два параметра связаны обратной зависимостью и их приходится выбирать на основе компромисса. Обучение НС может вестись с учителем или без него. В первом случае сети предъявляются значения как входных, так и желательных выходных сигналов, и она по некоторому внутреннему алгоритму подстраивает веса своих синаптических связей. Во втором случае выходы НС формируются самостоятельно, а веса изменяются по алгоритму, учитывающему только входные и производные от них сигналы.

Рассмотрим один из классических типов нейронных сетей: *карту самоорганизации Кохонена*. Данная сеть обучается без учителя на основе самоорганизации. По мере обучения векторы весов нейронов стремятся к центрам кластеров - групп векторов обучающей выборки. На этапе решения информационных задач сеть относит новый предъявленный образ к одному из сформированных кластеров, указывая тем самым категорию, к которой он принадлежит.

Обучение обычно строится так: существует задачник – набор примеров с заданными ответами. Эти примеры предъявляются системе. Нейроны получают по входным связям сигналы – «условия примера», преобразуют их, несколько раз обмениваются преобразованными сигналами и, наконец, выдают ответ – также набор сигналов. Отклонение от правильного ответа штрафуется. Обучение состоит в минимизации штрафа. Неявное, самоорганизованное, спонтанное обучение приводит к тому, что структура связей становится «непонятной» – не существует иного способа ее прочитать, кроме как запустить функционирование сети. Становится сложно ответить на вопрос: «Как нейронная сеть получает результат?» – то есть построить понятную человеку логическую конструкцию, воспроизводящую действия сети.

Это явление можно назвать «логической непрозрачностью» нейронных сетей, обученных по неявным правилам. В работе с логически непрозрачными нейронными сетями иногда оказываются полезными представления, разработанные в психологии и педагогике, и обращение с обучаемой сетью как с дрессируемой зверушкой или с обучаемым младенцем. Возможно, со временем возникнет такая область деятельности – «нейропедагогика» – обучение искусственных нейронных сетей.

Отбор поведения, обеспечивающего наиболее качественное решение проблемы, осуществляется методом генетических алгоритмов. ***Генетический алгоритм*** *– метод, включающий в себя случайный перебор моделей поведения (алгоритмов, переменных) и закрепление тех из них, которые ближе всего приводят к искомому результату* (то есть генетический алгоритм включает в себя способность к изменчивости и отбору, это основа самоорганизации, эволюции любых сложных систем, в том числе и биологической эволюции, и в частности, эволюции генетической информации, откуда и идёт название этого алгоритма). Генетический алгоритм позволяет создать сложное эффективное поведение за значительно более короткое время, чем без использования процессов самоорганизации. Поэтому такие алгоритмы крайне перспективны для создания сложного, способного приспосабливаться в изменяющейся среде поведения. В качестве пары примеров использования этих алгоритмов в робототехнике приведу робота, созданного группой исследователей Корнельского университета (*Josh Bongard,Victor Zykovand, Hod Lipson; Cornell University*) и летающего робота, создание шведских учёных Кристера Вольфа (*Krister Wolff*) и Петера Нордина (*Peter Nordin*) из Готенбургского технологического института. Летающий робот имеет подвижные крылья с большой степенью свободы, оно способно перемещаться по вертикальному штативу вверх и вниз (рис. 93).

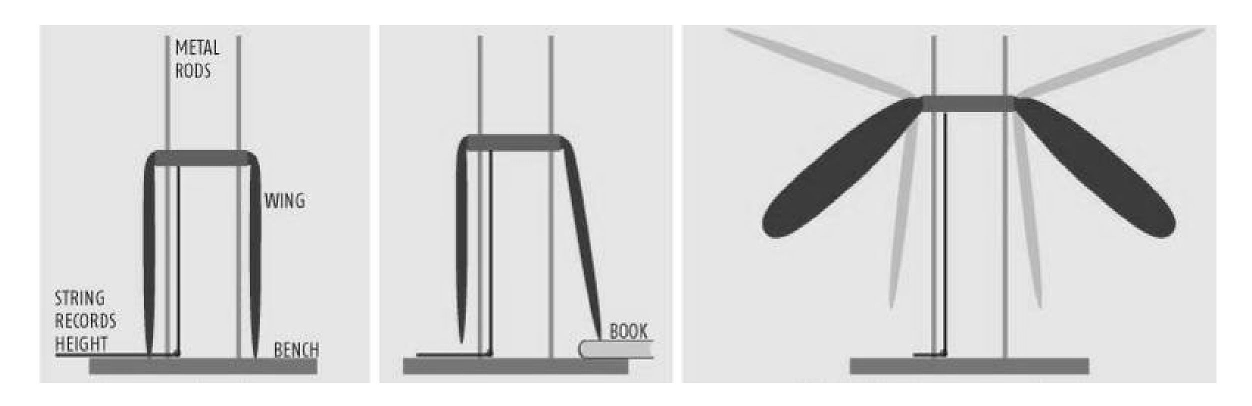


Рис. 93. Схема поведения летающего робота.

Цель робота: как можно выше подняться над поверхностью стола. Робот имеет рецепторы для определения высоты подъёма своего тела. Приступив к выполнению задачи, робот совершает беспорядочные движения крыльями, находит промежуточные решения, например, опирается крыльями о стол, приподнимаясь на них. Если ему подложить книгу, он начнёт опираться на книгу, а не о стол, так как это ведёт к большей высоте подъёма. Те движения, которые приводят к большей высоте подъёма, сохраняются, другие отбрасываются. Далее начинается комбинация групп наиболее успешных движений, с отбором наиболее успешных комплексов движений. Так, наконец, робот за короткий срок сам научился летать, выработал сложный алгоритм движений крыльев, напоминающий движение крыльев шмеля, который и приподнял его над столом максимально высоко. Теоретическая разработка, практическая программная реализация, тестирование такого алгоритма полёта вручную – долгий и кропотливый труд, был реализован генетическим алгоритмом робота за несколько часов без участия человека.

На рисунке 94 представлен робот, созданный сотрудниками Корнельского университета. Множество рецепторов на теле робота поставляют ему информацию о положении в пространстве (и вообще наличии) каждой части его тела, на основе этой информации он строит собственную трёхмерную модель и методом генетических алгоритмов, экспериментируя с виртуальной моделью и проверяя результаты расчётов на практике, находит наиболее эффективный способ движения. Робот меняет алгоритм движения при изменении условий, например, при отнятии одной из конечностей робот эффективно самообучался не терять равновесие и продолжать движение только на трёх конечностях.



Рис. 94. Робот, созданный сотрудниками Корнельского университета.

Рассмотрим достоинства и недостатки стандартных и генетических методов решения задач на примере классической *задачи коммивояжера* (***TSP - travelling salesman problem***). Суть задачи состоит в том, чтобы найти кратчайший замкнутый путь обхода нескольких городов, заданных своими координатами. Оказывается, что уже для 30 городов поиск оптимального пути представляет собой сложную задачу, побудившую развитие различных новых методов (в том числе нейросетей и генетических алгоритмов).

Естественно, первой идеей является полный перебор всех вариантов обхода.
Переборный метод наиболее прост по своей сути и тривиален в программировании. Для поиска оптимального решения (точки максимума целевой функции) требуется последовательно вычислить значения целевой функции во всех возможных точках, запоминая максимальное из них (соответствующее наиболее короткому общему пути). Недостатком этого метода является огромное число необходимых вычислений. В частности, в задаче коммивояжера потребуется просчитать длины более 10^{30} вариантов путей, что совершенно нереально. Однако, если перебор всех вариантов за разумное время возможен, то можно быть абсолютно уверенным в том, что найденное решение действительно оптимально.

Второй популярный способ основан на методе градиентного спуска. При этом вначале выбираются некоторые случайные значения параметров, а затем эти значения постепенно изменяют, добиваясь наибольшей скорости роста целевой функции (то есть находят наиболее оптимальный путь коммивояжера в серии случайно выбранных). Градиентные методы работают очень быстро, но не гарантируют оптимальности найденного решения. Они идеальны для применения в так называемых *унимодальных* задачах, где целевая функция имеет единственный максимум, то есть оптимальное решение представляет какую либо одну последовательность обхода городов, и чем ближе взятая нами последовательность к оптимальной, тем лучше результат, который улучшается линейно по мере приближения перебираемых последовательностей к единственной оптимальной. Но задача коммивояжера унимодальной не является.

Вообще, типичная практическая задача, как правило, *мультимодальна* и многомерна, то есть содержит много параметров. Для таких задач не существует ни одного универсального метода, который позволял бы достаточно быстро найти абсолютно точное решение. Однако, комбинируя переборный и градиентный методы, можно надеяться получить хотя бы приближенное решение, точность которого будет возрастать при увеличении времени расчета. Генетический алгоритм представляет собой именно такой комбинированный метод. Механизмы скрещивания и мутации в каком-то смысле реализуют переборную часть метода, а отбор лучших решений - градиентный спуск. На рисунке 95 показано, что такая комбинация позволяет обеспечить устойчиво хорошую эффективность генетического поиска для любых типов задач.

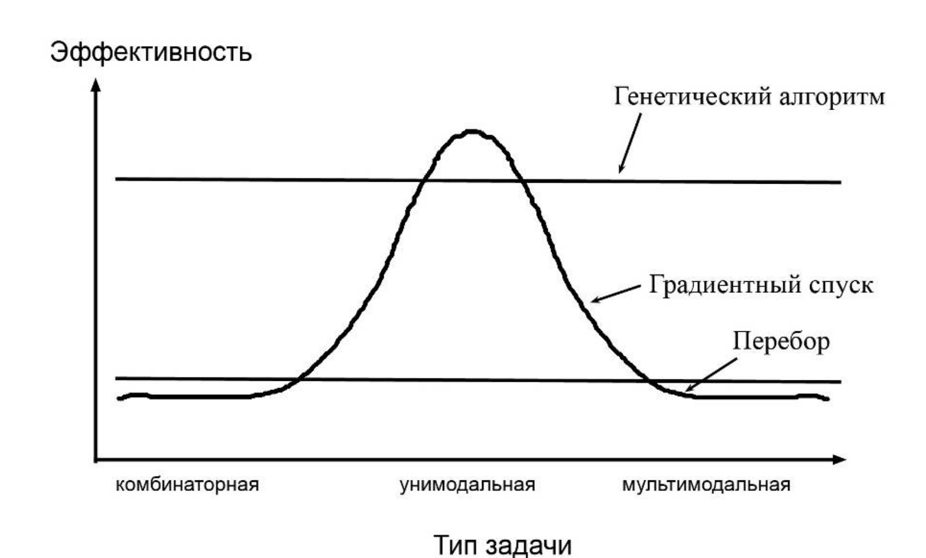


Рис. 95. График эффективности разных методов решения задачи коммивояжера

Итак, если на некотором множестве задана сложная функция от нескольких переменных, то генетический алгоритм - это методика, которая за разумное время находит решение, максимально приближенное к идеальному. Выбирая приемлемое время расчета, мы получим одно из лучших решений, которые вообще возможно получить за это время.

Модель Д.Экли и М. Литтмана демонстрирует взаимодействия эволюционного генетического отбора и научения в выработке адаптивного поведения. В пространстве модели агенты живут в двумерном мире, разбитом на клетки. В клетках могут располагаться сами агенты, трава, хищники, деревья, камни. Трава служит пищей агентов. Хищники и другие агенты могут драться с данным агентом, уменьшая его здоровье. Хищники бьют агентов сильнее, чем агенты хищников. Залезая на деревья, агенты становятся недоступными для хищников. Деревья вырастают и погибают. Если дерево погибает, и при этом на дереве сидел агент, то дерево убивает данного агента. Камни являются препятствиями для агентов: если агент сталкивается с камнем, то он теряет при этом часть своего здоровья. Агенты могут скрещиваться, давая потомков. Агенты погибают от голода или теряя здоровье. Погибшие агенты служат пищей для других агентов и хищников.

Популяция агентов эволюционирует: при скрещивании рождаются потомки агентов, которые, отличаются от своих родителей. Агенты способны обучаться: их действия определяются

нейронной сетью, которая может совершенствоваться в течение жизни агента. Популяция хищников не эволюционирует: все хищники одинаковы, хищники не обучаются, их действия в любой ситуации однозначно определены.

Поведение агентов управляется их нейронной сетью. Входами нейронной сети являются видимая картина мира и внутреннее состояние агентов (количество энергии и здоровья). Агенты видят мир вокруг себя на расстоянии до 4 клеток в 4-х направлениях (север, юг, восток, запад). Мир развивается в дискретном времени. Каждый такт времени нейронная сеть определяет выбор действий агента. Выбор действий очень простой: выбрать одно из 4-х направлений движения. После выбора действия «судьба» агента в следующий такт времени будет однозначно определена, она зависит только от того, что есть в клетке по направлению движения агента. Например, агент может просто переместиться в целевую клетку (если эта клетка пустая), съесть в клетке траву (если она там есть), залезть на дерево (если в целевой клетке есть дерево, и на нем нет агента), удариться о камень, быть ударенным другим агентом или хищником и т.д.

Нейронная сеть состоит из двух блоков:

1) блок поведения, т.е. блок, определяющий действия агента,

2) блок оценки действий (сокращенно блок оценки), т.е. блок, формирующий цели поведения.

Блок поведения состоит из двух нейронов, выходы которых определяют направление движения агента (два бита информации определяют четыре возможных направления). Блок оценки действий состоит из одного нейрона, выход этого нейрона определяет обучающий сигнал. Сигнал имеет простой смысл: он показывает, улучшилось или ухудшилось («с точки зрения» блока оценки) состояние агента в данный такт времени по сравнению с предыдущим тактом в результате выполненного действия. Геном агента содержит весовые значения синапсов блока оценки действий и начальные весовые значения синапсов блока поведения. Эти значения изменяются в ходе эволюции. Вес синапсов блока поведения также меняется в ходе индивидуального развития агентов - это изменение и есть обучение. Весовые значения синапсов блока оценки не меняются в течение жизни агента – это его «врождённый генетический код». Блок оценки играет роль учителя для блока поведения. Сам «учитель» при этом оптимизируется в процессе эволюции.

Модель показала, что одна эволюция без обучения плохо обеспечивает адаптацию популяции агентов. Обучение приводит к лучшей адаптации, но наилучший результат наблюдается в случае совместной работы эволюции и обучения. В этом последнем случае находились агенты, которые не вымирали на протяжении миллиона тактов жизни агентов.

При анализе мутационных замен в генах, ответственных за начальный вес синапсов нейронов блока поведения, и в генах, ответственных за вес синапсов нейронов блока оценки действий, оказалось, что для агентов, живущих на начальных и конечных этапах эволюции (до и после $6 \cdot 10^5$ генераций), распределение скоростей мутационных существенно различно (рис. 96).

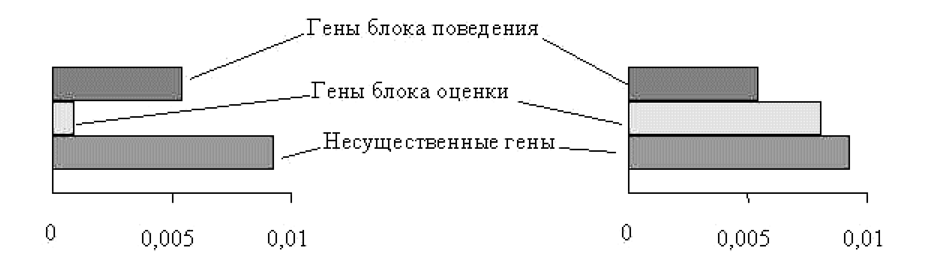


Рис. 96. Скорость мутационных замен (частота замен на один сайт за поколение) для синапсов ответственных за обнаружение травы (две верхних полосы) до (слева) и после (справа) $6 \cdot 10^5$ генераций. Нижняя полоса на обеих диаграммах соответствует несущественным для адаптации генам агентов.

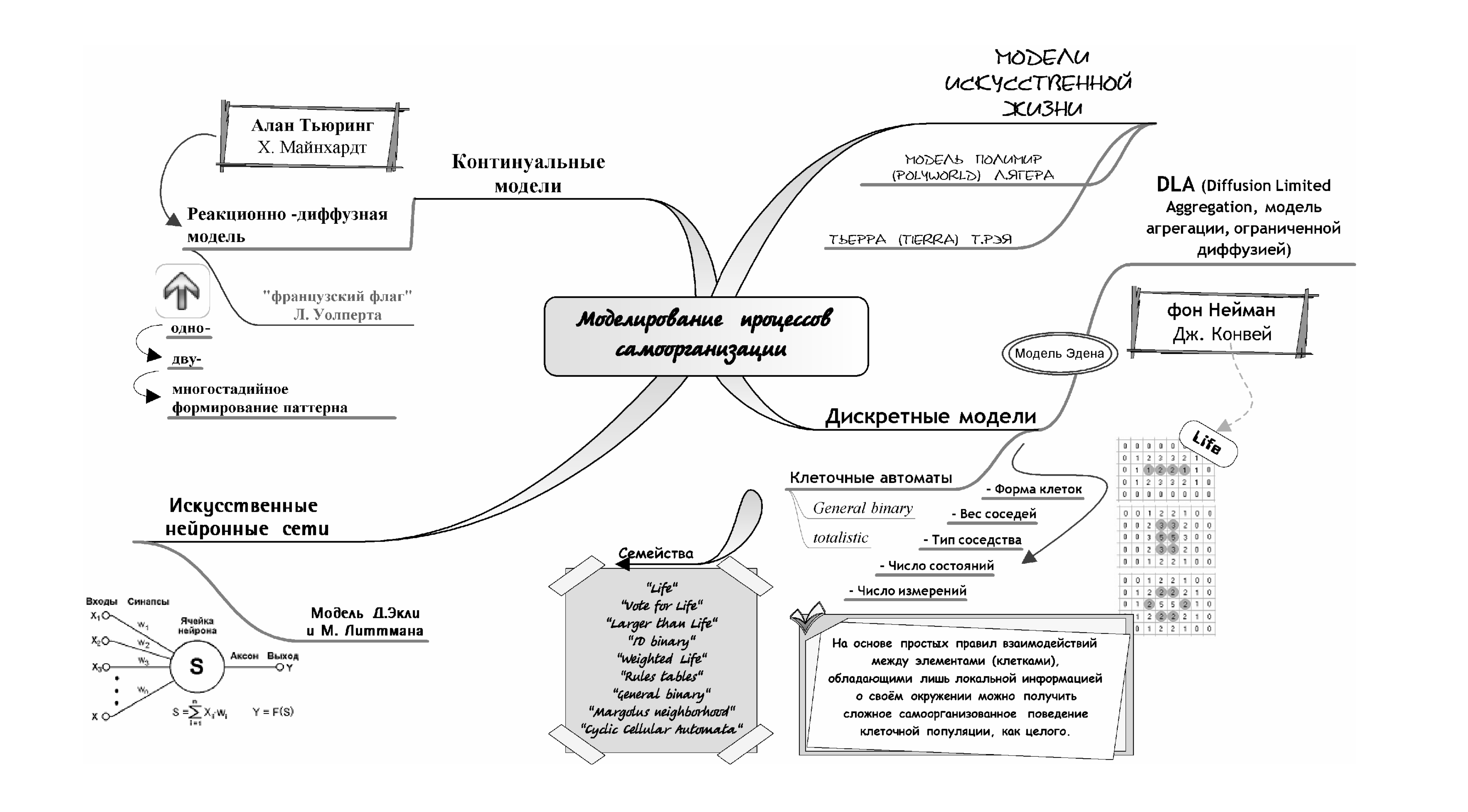
Низкая скорость мутационных замен соответствует важным для агентов генам, высокая скорость несущественным генам. Этот факт справедлив и биологических организмов. Повышенная скорость мутаций для несущественных участков белков - одно из основных положений теории нейтральности М. Кимуры. Следовательно, на начальной стадии эволюции для агентов более важны гены, кодирующие синапсы блока оценки. То есть, важна процедура обучения поиску пищи: блок оценки говорит: «пища это хорошо, учись двигаться к пище». Однако после некоторого момента времени для агентов становятся более важными гены

врожденного поведения, направленного на движение к пище. Агентам тогда уже не требуется обучаться идти в направлении пищи, так как они и так это делают с самого рождения. Указанное изменение поведения в ходе эволюции можно интерпретировать как *эффект Болдуина*. В 1986 году Дж. Болдуин предложил механизм, согласно которому первоначально приобретенные навыки организмов могут в дальнейшем стать наследуемыми. Эффект Болдуина работает в два этапа. На первом этапе эволюционирующие организмы (благодаря соответствующим мутациям) приобретают свойство обучиться некоторому полезному навыку. Приспособленность таких организмов увеличивается, следовательно, их численность в популяции увеличивается. Но обучение имеет свои недостатки: оно требует энергии и времени. Поэтому возможен второй этап (который называют генетической ассимиляцией): приобретенный полезный навык может быть «повторно изобретен» генетической эволюцией, в результате чего он записывается непосредственно в геном и становится наследуемым. Второй этап длится множество поколений; устойчивая окружающая среда и высокая корреляция между генотипом и фенотипом облегчают этот этап. Таким образом, полезный навык, который первоначально был приобретенным, может стать наследуемым, хотя эволюция имеет Дарвиновский характер.

Д. Экли и М. Литтман проанализировали на своей модели и другие особенности взаимодействия между обучением и эволюцией, например, они обнаружили эффект «экранирования»: если уже есть врожденный благоприятный навык, то обучения этому навыку уже не нужно, и оно действительно не происходит.

Вопросы для самопроверки

1. *Почему при изучении процессов самоорганизации моделирование играет незаменимую роль?*
2. *Что такое континуальные модели? Где в биологии они используются?*
3. *Опишите процесс появления первичного паттерна в реакционно-диффузной модели.*
4. *В чём суть модели «Французского флага» Уолперта?*
5. *В чём преимущество дискретных моделей перед континуальными?*
6. *Опишите принцип работы модели «Клеточный автомат».*
7. *Кто разработал теорию клеточных автоматов и кто создал первый программный, и самый известный, клеточный автомат? Опишите алгоритм работы первого программного клеточного автомата.*
8. *Какие вам известны типы клеточных автоматов, чем могут различаться различные типы клеточных автоматов?*
9. *Опишите как минимум 3 семейства правил клеточных автоматов.*
10. *Какие процессы или природные паттерны могут моделироваться при помощи клеточных автоматов?*
11. *Опишите модель Эдена.*
12. *Циклический клеточный автомат: каков алгоритм его работы и для моделирования каких процессов он может быть использован?*
13. *DLA модель. Опишите принцип действия модели. Какие разновидности этой модели вы знаете?*
14. *Какие процессы могут изучаться с помощью этой модели?*
15. *Изменяя какие параметры классической DLA модели можно воздействовать на форму получающегося кластера?*
16. *Опишите хотя бы одну модель искусственной жизни.*
17. *Каковы общие черты искусственных нейронных сетей?*
18. *Что из себя представляет и как работает генетический алгоритм?*
19. *Приведите примеры практического использования самообучения на основе генетических алгоритмов.*
20. *Задача коммивояжера: каковы плюсы и минусы генетических алгоритмов на примере решения этой задачи.*
21. *Подробно опишите модель Д.Экли и М. Литтмана.*


Моделирование процессов самоорганизации
Континуальные модели
Алан Тьюринг
Х. Майнхардт
Реакционно -диффузная модель
"французский флаг"
Л. Уолперта
одно-
дву-
многостадийное формирование паттерна
Модели искусственной жизни
Модель Полимир (Polyworld) Л.Ягера
Тьерра (Tierra) Т.Рэя
DLA (Diffusion Limited Aggregation, модель агрегации, ограниченной диффузией)
фон Нейман
Дж. Конвей
Модель Эдена
Дискретные модели
Life
Клеточные автоматы
General binary
totalistic
- Форма клеток
- Вес соседей
- Тип соседства
- Число состояний
- Число измерений
Семейства
"Life"
"Vote for Life"
"Larger than Life"
"1D binary"
"Weighted Life"
"Rules tables"
"General binary"
"Margolus neighborhood"
"Cyclic Cellular Automata"
На основе простых правил взаимодействий между элементами (клетками), обладающими лишь локальной информацией о своём окружении можно получить сложное самоорганизованное поведение клеточной популяции, как целого.
Искусственные нейронные сети
Модель Д.Экли и М. Литтмана
Входы
Синапсы
Ячейка нейрона
Аксон
Выход
S
Y = F(S)

Лекция 8. Фрактальная геометрия

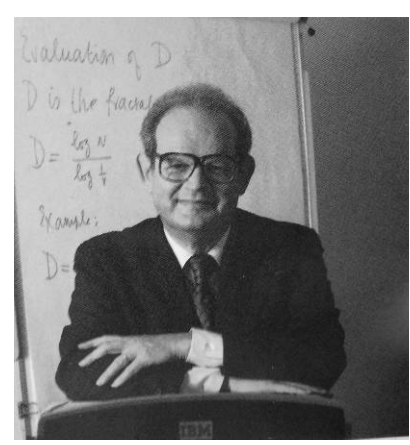


Рис. 97. Бенуа Мандельброт (*Benoit Mandelbrot*).

Расцвет фрактальной геометрии связан с именем Бенуа Мандельброта (*Benoit Mandelbrot*), американского математика французского происхождения, родившегося в Варшаве в 1924 году, работавшего во Франции и США, ныне сотрудника корпорации IBM, профессора математики Йельского университета (рис. 97).

Мандельброт долго создавал свою картину мира. В математике он всегда был мастером на все руки, и это естественно для учёного, владеющего универсальным языком мирозданья. Перед математиком ставят задачу, описывают проблему, и он решает её, в какой бы области она не лежала, всё тем же языком цифр, логических связей. Математик в этом отношении – прикладник, он часто не столько открывает новое, сколько разъясняет и формализует старое. В числе прочего Мандельброт занимался экономикой – изучением распределения малых и больших доходов в финансовой сфере. Однажды Хаутхаккер, профессор экономики Гарвардского университета, пригласил его на беседу. Приехав в Литтауэровский центр, величественное здание факультета экономики, Мандельброт обнаружил на грифельной доске коллеги свою диаграмму. Но удивлён оказался не только гость, но и хозяин, профессор никак не мог взять в толк, о чём говорит Мандельброт, ведь диаграмма не имела ничего общего с распределением доходов, она отражала изменение цен на хлопок за последние 8 лет. Впрочем, и сам Хаутхаккер усматривал нечто странное в своём графике. Экономисты всегда считали, что цены на хлопок варьируют как предсказуемым, так и совершенно случайным образом: краткосрочные колебания в принципе не предсказуемы и хаотичны, долгосрочные же отражают собой экономические кризисы и подъёмы, войны и времена расцвета, поэтому гораздо более распознаваемы. Но построенный Хаутхаккером график не желал принимать форму функции нормального распределения. Мандельброт ввёл в компьютер данные цен на хлопок и запросил дополнительные сведения до 1900 года. Он не отдавал предпочтения ни мелкому, ни крупному масштабу, ни дням, ни десятилетиям – его интересовала целостная картина, он пытался найти некую целостную симметрию, не столько правого и левого или верхнего и нижнего, сколько симметрию крупных и мелких масштабов. И действительно, когда Мандельброт проанализировал данные на компьютере, он обнаружил в скачках цен интересную закономерность: каждый отдельно взятый скачок цены был случайным и непредсказуемым, однако, последовательность таких изменений не зависела от масштаба. Кривые, изображавшие дневные скачки, и те, что воспроизводили месячную динамику, прекрасно соответствовали друг другу, то есть, если убрать подписи к шкале времени, посмотрев на график, вы не сможете определить, изменения за какой временной интервал отражает график: за день, месяц, год или десятилетие. Невероятно, но степень вариативности за неспокойные 60 лет, на которые выпало две мировые войны и Великая депрессия, осталась неизменной. Если мы возьмём месячный участок годового графика, и растянем его на всю шкалу, отразив при этом благодаря лучшему разрешению скрытые ранее детали более кратковременных флуктуаций цен, мы получим картину, статистически схожую с той, что была на годовом графике (рис. 98).

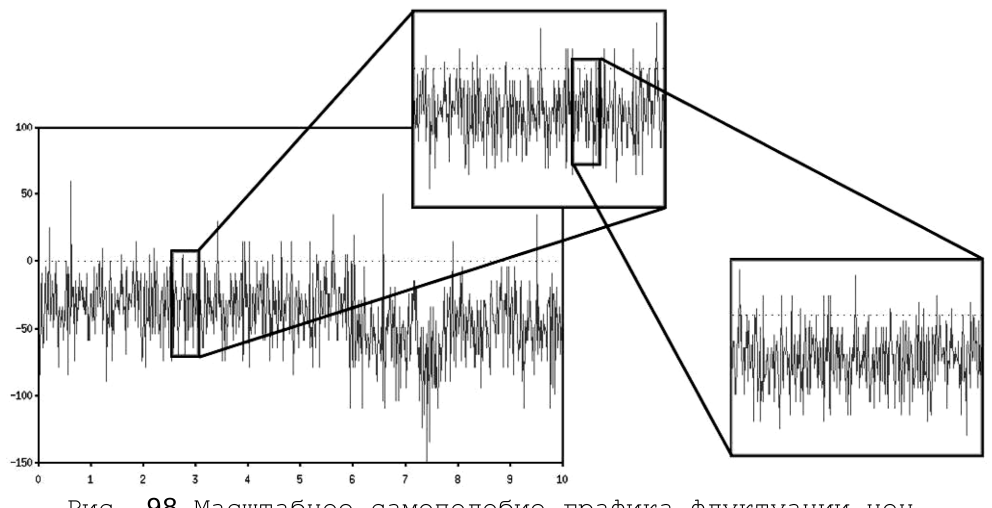


Рис. 98 Масштабное самоподобие графика флуктуации цен.

Мандельброт искал и находил малоизвестные факты, которые становились основой его жизненного труда, в разных областях науки, исследовал теорию игр, писал об упорядоченности масштабов в распространении больших и малых городов, занимался математической лингвистикой, пытаясь истолковать закон распределения языковых единиц (последний вопрос привлёк его внимание, как он позже утверждал, когда наткнулся на статью в книжном обозрении, которое он выудил из мусорной корзины знакомого математика, чтобы было, что почитать в метро). Но то общее, что связывало все его труды в одно целое, оставалось ещё в тени, не получив завершения.

Мандельброта попросили заняться шумами, периодически возникающими в телефонных линиях. Проанализировав распределение шумов, Мандельброт обнаружил, что хотя шумы появлялись случайно, в этом хаосе был и порядок: шумы группировались в виде кластеров. Кластеризация приводила к тому, что подсчитать средний уровень шумов в день, час, минуту или секунду оказалось невозможно. Не было временного промежутка, в течение которого распределение погрешностей стало бы непрерывным. Внутри каждого «пучка» шума всегда будут наблюдаться моменты абсолютно чистой передачи. С другой стороны, мелкие кластеры группируются в кластеры следующего порядка, и мы не знаем, находимся ли мы в периоде очередного суперкластера, который увеличивает общий уровень шумов, или между кластерами. Такая кластерная структура может простираться до бесконечности по шкале кластеризации, поэтому, на каком бы большом промежутке времени мы не определяли средний уровень шумов, всегда окажется, что в следующем таком же временном промежутке среднее будет отличаться, так как мы выйдем из суперкластера, по времени сопоставимого со временем нашего эксперимента, или, наоборот, войдём в него. Мандельброт обнаружил устойчивое отношение между периодами ошибок и чистой передачи и нашёл абстрактную конструкцию, описывающую паттерн кластеризации – последовательность Кантора, названная по имени великого математика второй половины *XIX* - начала *XX* вв. Для его построения надо взять отрезок, удалить треть из его середины, останутся два крайних отрезка, которые подвергаем той же процедуре. Повторяя эту операцию до бесконечности, мы получим странную «пыль» точек, собранных в кластеры (множество Кантора, названное ещё Канторовой пылью) (рис. 99). Углубляясь в очередную «точку», мы всегда будем находить в ней пустоту. Мандельброт рассматривал погрешности в передаче информации, как последовательность Кантора во времени.

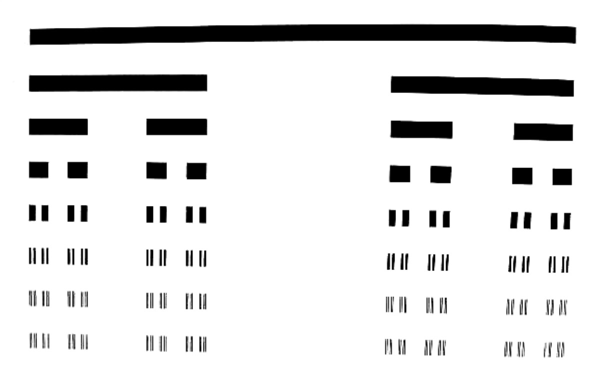


Рис. 99. Несколько первых шагов построения последовательности Кантора (сама последовательность не видна, так как состоит из кластеров бесконечно маленьких точек).

Сделанные Мандельбротом выводы подсказали, что увеличивать силу сигнала в целях устранения большего количества шумов бесполезно, всё равно найдётся шум ещё большей силы. Разумнее остановить выбор на сравнительно слаботочной связи, смириться с неизбежностью погрешностей и использовать стратегию дублирования сигналов для исправления ошибки. Благодаря Мандельброту инженеры корпорации изменили свои взгляды на причину шумов: раньше внезапное появление помех списывали на то, что где-то техник орудует отвёрткой, но построенная учёным модель доказала, что нельзя объяснять природу помех специфичными локальными явлениями, это природа белого шума, неизбежного в любой электроцепи.

Для установления соответствия между вариабельностью параметров, взятых в разных масштабах, необходим ряд измерений, проделываемых в течение довольно длительного времени. Египтяне тысячелетиями ежегодно фиксировали уровень Нила для оценки будущих урожаев. Мандельброт выделил из динамики ежегодного изменения уровня воды в реке два типа эффектов. Первый эффект он назвал эффектом Ноя. Это скачок, отсутствие последовательности, разрыв, количественная величина, изменяющаяся сразу. Экономисты полагали, что цены меняются непрерывно в том смысле, что проходят – быстро или медленно – через все уровни, лежащие на пути от одной точки к другой. Этот образ движения, заимствованный из физики, был ложным: цены могут совершать мгновенные скачки, так что стратегия фондовой биржи обречена на провал, если определённые акции надо продавать за 50 долларов, пока цена бумаг снижается с 60 до 40 долларов: момента, когда акции стоят 50 долларов, может просто не быть. Второй эффект – эффект Иосифа – символизирует периодичность. «Наступят семь плодородных лет на земле египетской, и придут после них семь лет голода». Периоды наводнений и засухи действительно наступают вновь и вновь, чередуясь друг с другом. Хотя подобное кажется случайностью, но чем дольше та или иная определённая местность страдает от засухи, тем больше вероятность, что засушливые периоды повторятся. Более того, математический анализ колебаний уровня Нила выявил, что подобное постоянство наблюдалось как десятилетиями, так и веками, то есть последовательности, как и в случае с шумами в электроцепи, стремятся объединиться в кластеры.

Отсутствие непрерывных последовательностей, внезапные вспышки помех, множество Кантора – им не было места в геометрии двух прошлых тысячелетий. Формы классической геометрии и формы природы не имеют сходства. Облака далеки по форме от сфер, горы совсем не конусы, молния не прямая линия. Часто впадины и сплетения содержат в себе больше полезной информации о природе явления, чем классические формы.

Исследования образцов неупорядоченности в естественных процессах и анализ бесконечно сложных форм привели, наконец, Мандельброта к центральной концепции его мировоззрения – внутреннему подобию. Внутреннее подобие представляет собой симметрию, проходящую сквозь масштабы, повторение большого в малом. Изменения во времени цен и уровня рек, распределения городов и больших и малых землетрясений обнаруживали подобие, поскольку воспроизводили одну и ту же деталь во всё более малых масштабах.

Неприменимость традиционных геометрических методов для описания реальных природных объектов чётко выявилась для Мандельброта, когда он познакомился с феноменом береговой линии, описанным *Льюисом Ричардсоном* в статье «*Какова длина береговой линии Великобритании?*». Ричардсон проштудировал энциклопедии Испании и Португалии, Бельгии и Нидерландов и обнаружил 20% расхождение длины береговой линии, взятое из различных источников. Это разногласие появилось из-за различной методологии измерения береговой

линии. Чем ближе приближаешься к контуру береговой линии, чем с более крупного масштаба её рассматриваешь, тем более мелкие изгибы становятся заметны. Чем точнее описывать изгибы береговой линии, тем больше получится её общая длина. То есть, общая длина такого изрезанного при всех масштабах объекта зависит от длины мерки, которой производят измерение. Бесконечное уменьшение мерки приводит к бесконечному росту общей длины. Длина этого природного объекта зависела от методологии измерения, у береговой линии не было постоянной длины, геометрия Эвклида не позволяла постичь сущность такой неправильной формы, описать её с помощью какого-либо константного, неизменного значения, напрамер, длины, площади, объёма. Мандельброту пришло в голову отталкиваться от идеи размерности. Точка имеет нулевую размерность, линия одномерна, плоскость двумерна, пространство, имеющее длину, высоту и ширину - трёхмерно. А сколько измерений у клубка бечёвки? Ответ зависит от уровня восприятия:

- с большого расстояния это точка с нулевой размерностью,
- ближе клубок превращается в сферу с тремя измерениями,
- ещё ближе мы можем различить саму бечёвку – одномерный объект, скрученный так, что задействует трёхмерное пространство,
- при следующих приближениях мы видим саму бечёвку как трёхмерный объект, затем одномерные волокна, из которых сплетена бечёвка, частицы с нулевой размерностью – отдельные атомы, и т.д.

Представление о том, что численный результат измерений зависит от отношения объекта к исследователю, после открытий квантовой физики и теории относительности вписывается в понятия современной физики. Но ахиллесова пята этих рассуждений - понятия «ближе», «дальше», а как же в промежутках? Для характеристики промежуточных состояний Мандельброт ввёл *дробную размерность*. Дробная размерность позволила численно описать характеристики, которые не могут быть чётко определены другим путём: степень неровности, прерывистости или неустойчивости объекта. Создавая свою геометрию, Мандельброт выдвинул закон о неупорядоченных формах, которые встречаются в природе. Закон гласил: *степень нестабильности постоянна при различных масштабах*.

Для описания подобных неровных, прерывистых, не вписывающихся в эвклидову систему объектов Мандельброт ввёл термин ***фрактал*** (лат. «*fractare*» – ломать, дробить; «*fractus*» – расчлененный, разбитый, англ. «*fractal*» – дробный).

Фрактал образуется путем бесконечного повторения (итерации) какой-либо исходной формы во все уменьшающемся (или увеличивающемся) масштабе по определенному алгоритму, т.е. в соответствии с определенной математической процедурой. Довольно наглядны такие фракталы, как кривая Коха (рис. 100) и треугольник Серпинского (рис. 101). На первом из рисунков показано три шага построения кривой Коха: на первом шаге средняя треть прямого отрезка изгибается в форме треугольника, на втором шаге каждый из четырёх получившихся прямых отрезков также изгибается в средней трети в форме треугольника, эта процедура повторяется до бесконечности, в результате получаем бесконечно изломанную прямую, буквально заполняющую собой определённую зону двумерного пространства. У этого отрезка бесконечная длина, для фрактальных кривых не существует понятия касательной, т.к. эти кривые в общем случае недифференцируемые. Такая бесконечно сложная форма, что важно, получается благодаря очень простому правилу, зацикленному при помощи итерационного процесса. Вообще, фрактал, это не столько структура, сколько процесс, алгоритм бесконечной самоподобной трансформации изображения, полностью построенный фрактал отобразить невозможно, реально отображаются несколько шагов итерации фрактальной структуры, насколько позволяет размер и разрешение изображения. На рисунке 101 отображены шесть шагов построения треугольника Серпинского, здесь трансформируется не одномерная прямая, а двумерная плоскость, принцип тот же. В результате получаем бесконечно перфорированный треугольник, каждая сплошная плоскость которого на следующем шаге перфорируется в форме треугольника.

Способность одномерной фрактальной линии, подобной кривой Коха, заполнять бесконечными изгибами определённую долю двумерной плоскости или способность фрактальной плоскости, подобной треугольнику Серпинского, бесконечно уходить из двумерной плоскости (ведь у этого фрактала не остаётся не перфорированных плоскостей), или способность Канторовой пыли, рассмотренной выше, уходить даже из одного измерения, так как одномерная прямая, из которой она состоит, бесконечно исчезает, превращаясь в точки, этот фрактал не имеет не перфорированного участка прямой какой бы то ни было протяжённости, всё это даёт

фракталам ещё одно свойство – *дробную размерность*. Размерность кривой Коха больше единицы, канторовой пыли – меньше единицы, треугольника Серпинского – меньше двух. *Дробная (или фрактальная, что одно и тоже) размерность – наравне с масштабной инвариантностью (самоподобием, неизменностью формы при различных масштабах) – основные свойства фрактала*. Размерность фрактальной линии – меньше или больше единицы, фрактальной плоскости – меньше или больше двух, фрактального объёма – больше или меньше трёх. Если размерность фрактальной линии больше единицы – она стремится заполнить собой плоскость (размерность кривой Гилберта, шаги построения которой приведены на рисунке 102 стремится к двум), также и плоскость с размерностью больше двух стремится заполнить трёхмерное пространство. Дробная размерность была введена Ф. Хаусдорфом ещё в начале *XX* века, она противопоставляется целочисленной размерности, называемой топологической.

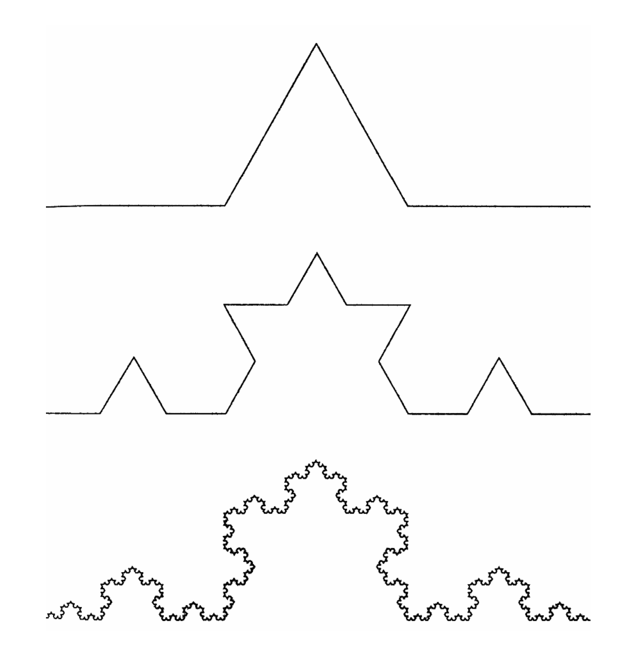


Рис. 100. Построение кривой Коха.

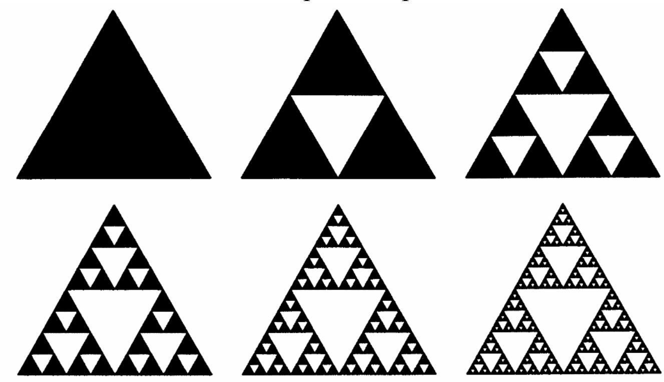


Рис. 101. Построение треугольника Серпинского

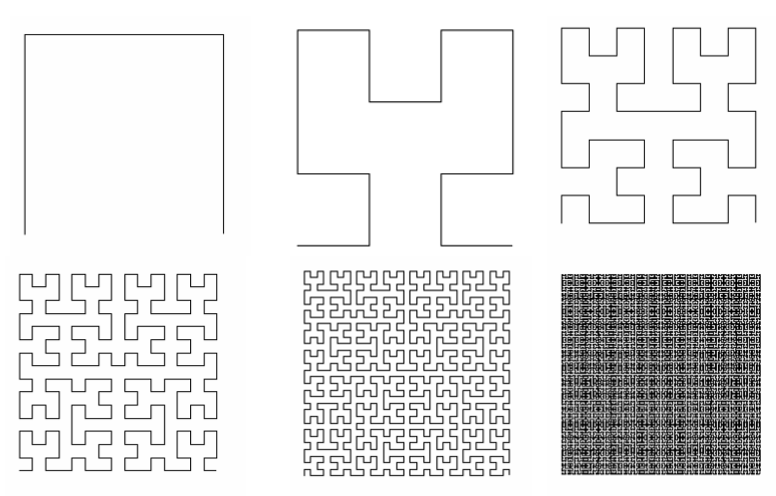


Рис. 102. Кривая Гилберта.

Итак, *фрактал – это структура, характеризующаяся дробной размерностью и масштабной инвариантностью*.

Фрактальная размерность - топологический инвариант каждой фрактальной структуры, особый вид симметрии - как бы симметрия фрактала относительно масштаба. Каждый фрактал характеризуется определённой, свойственной ему размерностью, размерность фрактала – его константа, так же, как константой отрезка, плоскости, объёмной фигуры, созданной по заданной формуле, может быть длина, площадь, объём. Размерность математических, идеальных фракталов можно рассчитать. Если фигуру уменьшить в N раз (отмасштабировать), то она будет укладываться в исходной N^D раз (D от *dimension*, англ. – измерение, размерность, *1D* - одномерный, *2D* - двумерный, *3D* - трёхмерный). Действительно, если уменьшить отрезок ($D=1$) в 5 раз, то он поместится в исходном ровно пять раз ($5^1=5$); если треугольник ($D=2$) уменьшить в 3 раза, то он уложится в исходном 9 раз ($3^2=9$). Если куб ($D=3$) уменьшить в 2 раза, то он уложится в исходном 8 раз ($2^3=8$) (рис. 103).

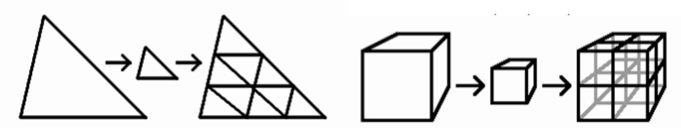


Рис. 103. В исходном треугольнике помещается 9 треугольников уменьшенных в 3 раза ($3^2=9$), в исходном кубе помещается 8 кубов уменьшенных в 2 раза ($2^3=8$).

Верно и обратное: если при уменьшении размера фигуры в N раз, оказалось, что она укладывается в исходной n раз (то есть мера её уменьшилась в n раз), то размерность можно вычислить по формуле: $D = ln(n)/ln(N)$. Давайте теперь воспользуемся этим приёмом, чтобы определить её размерность фрактала, например кривой Коха. Из построения видно (рис. 100), что звезду можно разбить на четыре равные части, при этом размер (скажем, длина исходного отрезка) каждой части будет равен трети размера исходной фигуры. То есть, будучи уменьшена в три раза, она уложится в себе четыре раза. По аналогии с нашими предыдущими рассуждениями получаем, что размерность равна: $D = \ln(4)/\ln(3) \approx 1.2618595071429148741 9$. Размерность множества Кантора $D = \ln 2 / \ln 3 \approx 0,63$; треугольник Серпинского имеет фрактальную размерность $D = \ln 3 / \ln 2 \approx 1,58$.



Рис. 104. «Чёртова лестница».

Впрочем, есть фракталы, имеющие целочисленную размерность, к примеру «Чёртова лестница» (рис. 104), граница между чёрным и белым пространством фрактальна, но имеет размерность равную единице, как и всякая линия. Это не

должно удивлять, данное нами определение фрактала включает в себя наиболее типичные фрактальные структуры, но в этом мире странных геометрических созданий столько исключений, что исчерпывающее определение фрактала дать достаточно сложно.

Если фрактальную размерность абстрактного, математического фрактала можно точно рассчитать, исходя из самого алгоритма его построения, то как же определить фрактальную размерность природной формы, в которой мы предполагаем фрактальные свойства? Например, той же изрезанной береговой линии?

Фрактальная структура (в данном случае - линия берега) заключается в сеть квадратов определённого размера (рис. 105). Подсчитывается число квадратов, в которые попала структура, и определяется отношение десятичного логарифма числа квадратов, покрывших структуру, к десятичному логарифму длины стороны квадрата. На следующем шаге структура покрывается сетью более мелких квадратов. Разумеется, число квадратов, покрывающих структуру, увеличилось, а размер стороны уменьшился. Снова подсчитываем отношение логарифмов числа квадратов и длины их стороны. Эту процедуру проделываем несколько раз. Получившиеся значения, если структура действительно фрактальна, лягут в виде наклонной прямой на графике отношений логарифмов, где по вертикальной оси – логарифм длины мерки, а по горизонтальной – логарифм числа мерок.

$N(L)$ - число квадратов со стороной L, необходимых для покрытия фрактальной структуры. График двойного логарифма от $N(L)$ как функции от L имеет угловой коэффициент, равный D

$$D = \lim_{L \to 0} \frac{\ln N(L)}{\ln L}$$

Описанный метод называется методом подсчёта квадратов, или *box-counting*.

Другой метод измерения размерности фракталов, представляющих собой изломанную линию (это подходит для измерения береговой линии) – метод размерности линейки, или *ruler dimension* метод. Этот метод основан на вычислении отношений логарифмов общего числа линеек, которыми можно измерить объект (или общей длины объекта), от длины линейки, разумеется, чем линейка меньше, тем точнее она огибает извивы фрактальной линии, и тем больше получается общая длина объекта, тем больше линеек нужно для измерения объекта.

Третий метод, который можно привести в пример: *mass radius* метод. Здесь изображение объекта покрывается серией кругов всё большего диаметра и подсчитывается отношение логарифмов диаметра круга к площади структуры, которую он покрывает. На приведённых трёх примерах видно, что принцип подсчёта всегда один и тот же: вычисление отношения логарифма размера мерки (иначе – пробирующей функции) к общему числу мерок.

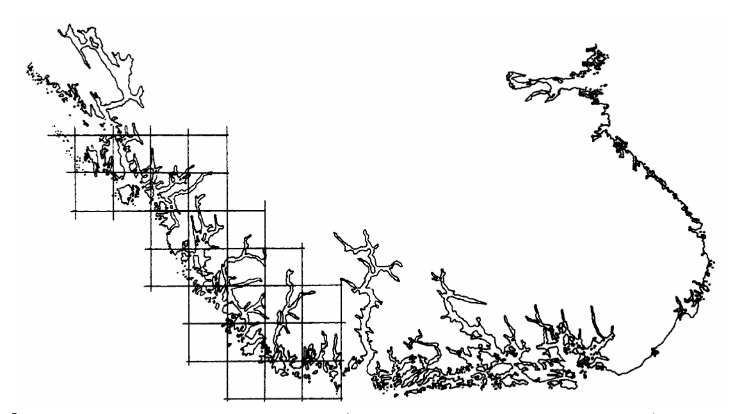


Рис. 105. *box-counting* метод подсчёта фрактальной размерности береговой линии.

Разумеется, если мы будем измерять не фрактальный объект таким способом, мы тоже можем получить какую-то дробную размерность, но отношение логарифмов не даст наклонную прямую, на рисунке 106 приведён пример вычисления фрактальных размерностей береговых линий нескольких стран и размерность окружности, вычисленная тем же методом. Тот факт, что фрактальная размерность – топологический инвариант фрактала (неизменное числовое выражение его формы), говорит о том, что размерность фрактального объекта, измеренная при различных масштабах, должна быть одинаковой, об этом и свидетельствует прямая, получаемая на графике логарифмов, у не фрактальных объектов этот инвариант отсутствует.

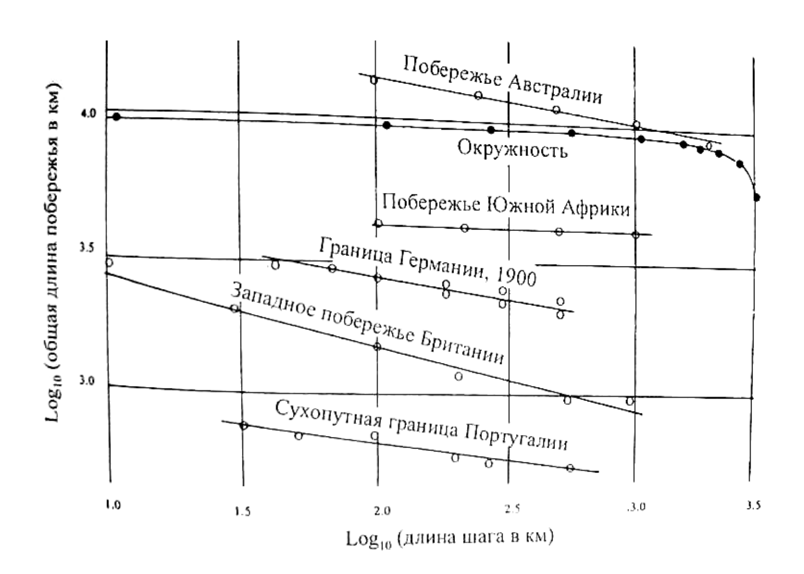


Рис. 106. Фрактальные размерности береговых линий нескольких стран.

Размерности, подсчитанные разными методами, могут несколько различаться, поэтому говорят не просто о фрактальной размерности исследуемого объекта, а о размерности того или иного типа: D_{box} – *box counting dimension*, D_{mr} – *mass radius dimension*, D_{line} – *ruler dimension*, D_{inf} – *informational* dimension (информационная размерность, сходна с D_{box}, но при её подсчёте имеет значение не только число занятых структурой квадратов, но и число пикселей в каждом квадрате), D_c - *capacity dimension*, (также сходна с D_{box}, но объект покрывается не квадратами, а окружностями, следовательно находится отношение логарифма числа окружностей, необходимое для покрытия объекта, к логарифму радиуса этих окружностей). Размерности, подсчитанные разным способом, как правило, высоко коррелированны. В сущности, всё это способы численной оценки нелинейности объекта, которые могут использоваться вместе с такими показателями, как лакунарность (показатель неравномерности заполнения объектом пространства) или мультифрактальный спектр (мультифрактал – фрактал, построенный по нескольким функциям, эти функции могут чередоваться на каждом шаге построения фрактала, или, если речь идёт о природном объекте, функциями служат различные формообразующие силы, которые могут участвовать в формировании участков объекта различного масштаба. Для мультифрактальной структуры математически некорректно рассчитывать общую размерность, ведь структура состоит из нескольких фракталов, каждый из которых строится по своей функции и имеет свою размерность. Отношение логарифмов размера пробирующей функции к общему размеру структуры для мультифрактала не даст единой прямой. Для таких структур определяют *мультифрактальный спектр* – ряд входящих в него размерностей).

Фракталы известны математикам давно. Предшественники современной фрактальной геометрии: К. Вейерштрасс (*K. Weierstrass*), Ф. Хаусдорф (*F. Hausdorf*), Г. Кантор (*G. Cantor*), Дж. Пеано (*G. Peano*), Г. Жюлиа (*G. Julia*), Х. Кох (*Helge von Koch*), В. Серпинский (*W. Sierpinski*) в конце *XIX* - начале *XX* веков создали первые представления и графические образы структур, названных впоследствии фрактальными. Но до 70-х годов *XX* века они были известны немногим, как математический курьёз, не имеющий никакой практической ценности. Заслуга Мандельброта не в открытии чего-то нового, не известного математикам ранее, а в том, что он нашёл место фрактальной геометрии в реальном, материальном мире. Именно потому, что Мандельброт не делал математических открытий, но лишь собирал и переосмысливал практическое значение уже существующих математических форм, он долгое время не был интересен математикам, которые, впрочем, удивлялись, что их умственным абстракциям нашлось место в природе. Мандельброт работал в корпорации IBM на лучших компьютерах того времени, и смог с помощью компьютеров создавать фракталы гораздо более сложные и замысловатые, чем те, что рисовали от руки Кох, Кантор или Серпинский. Его привлекла натуроподобность этих форм, некоторые были похожи на растения: листья, деревья, водоросли; некоторые напоминали облака, водопады, русла рек, очертания берегов, турбулентность, поверхности, линии, объёмы, кажущиеся неровными, хаотичными, разорванными. Основной идеей Бенуа Мандельброта стала идея применимости фрактальной геометрии к описанию форм внешнего мира. В 1977 г. Мандельброт

опубликовал книгу «Форма, случай и размерность», а затем – книгу, ставшую манифестом исследователей фрактальной геометрии: «*Фрактальная геометрия природы*» (1983). Название говорит само за себя. «Ученые (я уверен) будут удивлены и восхищены, обнаружив, что немало форм, которые они были вынуждены называть зернистыми, подобными гидре, бородавчатыми, изъязвленными, ветвистыми, похожими на морские водоросли, странными, запутанными, извилистыми, волнистыми, клочковатыми, морщинистыми и тому подобными, отныне могут описываться строгим и точным количественным образом», писал он в своей книге.

И действительно, фрактальными оказались, помимо береговой линии, многие другие природные структуры и процессы: реки с их притоками, молнии, раскаты грома, поверхность гор, облаков, распределение галактик, солнечная активность и так далее (рис. 107).

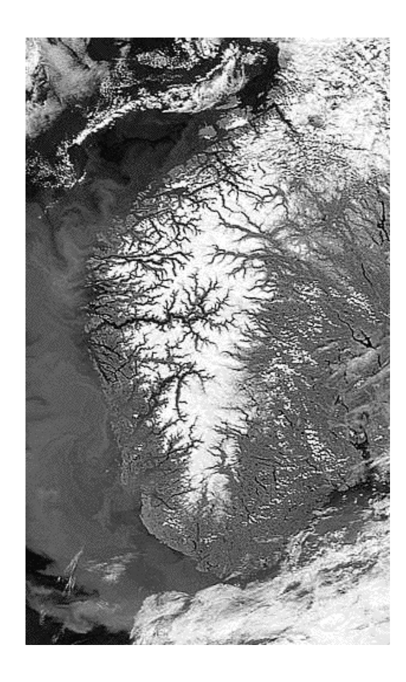
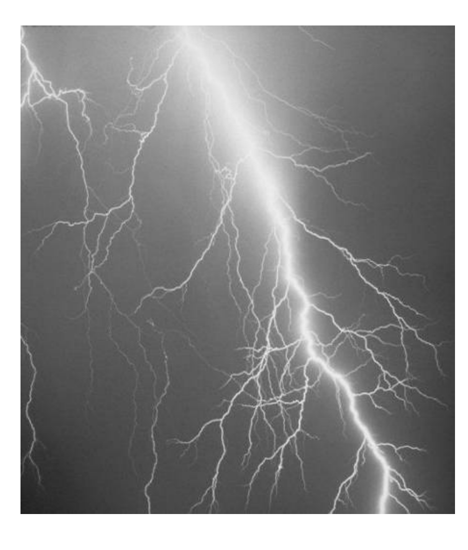



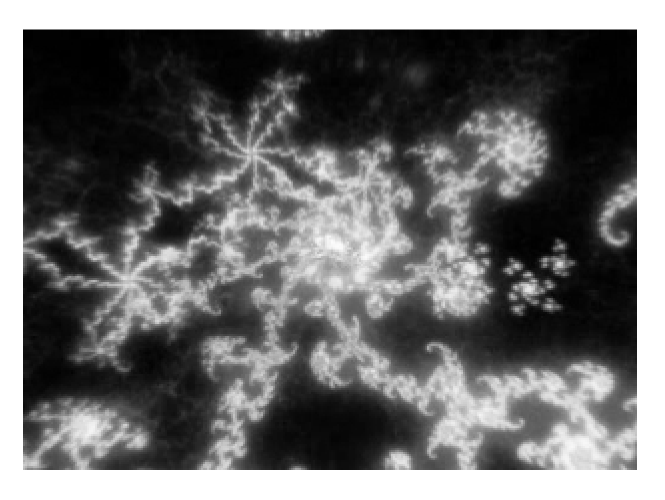

Рис. 107. Примеры природных фракталов (слева направо): речной бассейн, вид из космоса; молния; фрактальное, самоподобное расщепление капли молока, упавшей в воду.

Но надо отметить, что с математической точки зрения природные объекты являются не фрактальными, а фракталоподобными. У них нет бесконечного самоподобия, они так же отличаются от идеальных математических фрактальных форм, как и не содержат идеальных форм эвклидовой геометрии. Поэтому природные фрактальные формы корректнее называть *квазифракталами*. Фрактальность природных объектов доказывается возможностью построения правдоподобных компьютерных ландшафтов виртуального мира по простым фрактальным программам, в которых подобие реальности достигается рандомизацией, случайным изменением, в определённых пределах, переменных в функции, по которой строится фрактальная структура (рис. 108). Фрактальные объекты активно используются, к примеру, в компьютерных играх: растения и водная рябь, горы и каменистая поверхность безжизненных планет, облака и многие другие природные формы можно генерировать в реальном времени по достаточно простым формулам и без значительных вычислительных затрат, используя фрактальные алгоритмы. Такие ландшафты и объекты требуют гораздо меньше памяти, чем растровые изображения, программа размером меньше мегабайта может генерировать практически бесконечное разнообразие фрактальных форм, для записи которых требуется одна строка информации – формула, по которой строится фрактал и значения начальных переменных. Кроме того, растровое изображение невозможно увеличить больше его реального разрешения, при большем приближении мы увидим пикселизацию, фракталы же – векторные изображения, их можно приближать настолько, насколько хватит вычислительных способностей компьютера, потенциально бесконечно (но реально движение вглубь фрактала, приближение и прорисовка какой-либо его части, есть просчёт формулы с определёнными переменными, соответствующими этой части фрактального множества, взятыми с всё большей точностью, разные программы имеют различную глубину просчёта, как правило, до 15-го знака после запятой).

Фрактальные алгоритмы позволяют создавать сложные, фантастически красивые, бесконечно трансформирующиеся структуры, благодаря чему фракталы активно используются во всех сферах дизайна, создания виртуальной реальности, индустрии развлечений (рис. 109), в современных изобразительных искусствах. Познакомившись с фрактальными паттернами поближе, вы научитесь распознавать их вокруг себя как в реальном мире, так и в виртуальном.



Рис. 108. Фрактальный горный ландшафт.



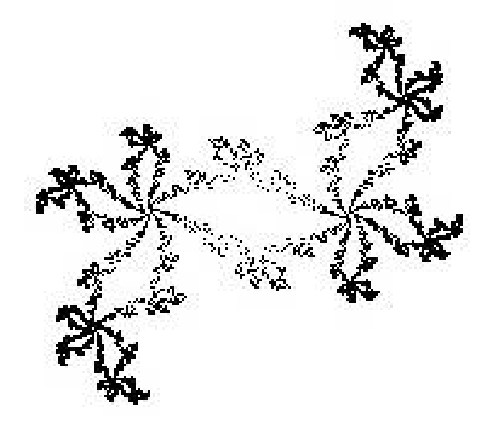


Рис. 109. Фрактальная Матрица в 3-й части фильма братьев Вашовских (*Andy Wachowski, Larry Wachowski*) «Матрица» («The Matrix») (слева) и соответствующий ей фрактал множества Жюлиа.

Однако фракталы могут быть хаотичными на взгляд: хлопьевидные, зернистые, волокнистые и так далее. На рисунке 110 вы видите примеры таких визуально хаотичных фрактальных форм, созданных Мандельбротом. Слева ряд фракталов, построенных на основе одной и той же формулы, но с использованием различных значений переменной. Центральная фигура выглядит как симметричный идеальный геометрический объект, очертания следующего фрактала (внутренняя граница белого и чёрного пространства) гораздо более сглажены, хотя в них ещё видна математически точная периодичность, при ещё более сглаженных очертаниях (внутренний и внешний край наружного светлого кольца) фрактал начинает восприниматься как паттерн с рваным или нарисованным от руки краем. Справа визуально хаотичный фрактальный паттерн, напоминающий некий природный кластер. Это всё фрактальные паттерны, построенные по абсолютно строгим и несложным математическим алгоритмам, они лишь выглядят неправильными, рваными, хаотичными. Но если полностью детерминированные математическими правилами формы могут казаться такими неправильными, быть может,

некоторые из природных форм тоже лишь кажутся хаотичными? Если простые математические правила порождают столь сложное формообразование – не означает ли это, что и в основе сложных природных структур и процессов могут лежать простые правила?

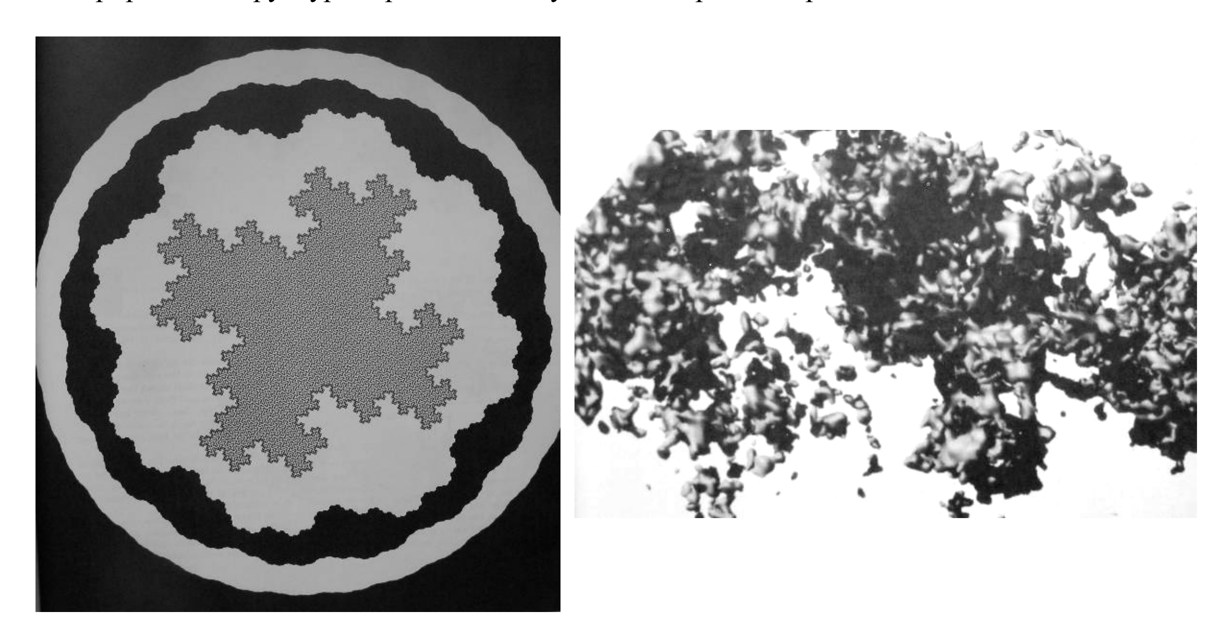


Рис. 110. Визуально хаотичные фракталы.

Фракталы могут быть отнесены к трём типам.

Линейные геометрические фракталы. Самые простые представители мира фрактальных форм, абсолютно детерминированные фракталы, в общем уже описанные на примере фракталов Коха, Кантора, Серпинского, Гилберта. Представляют собой геометрическую форму, каждый элемент которой последовательно и потенциально бесконечно трансформируется на основе одного и того же алгоритма. Реально компьютер при прорисовке производит лишь несколько итераций, соответствующих прорисовке нескольких уровней самоподобия. Такие фракталы моделируются с помощью программ «черепашьей» графики, или L – систем (*Lindenmayer Systems*). Математический формализм L – систем был предложен биологом Аристидом Линденмайером (*Aristid Lindenmayer*) в 1968 году. Эти системы рассматривались, как математическая модель развития, поныне используются для создания фракталов и реалистических моделей растений (рисунок 111 - примеры ветвящихся растениеподобных фракталов, созданных программой моделирования систем Линденмайера).

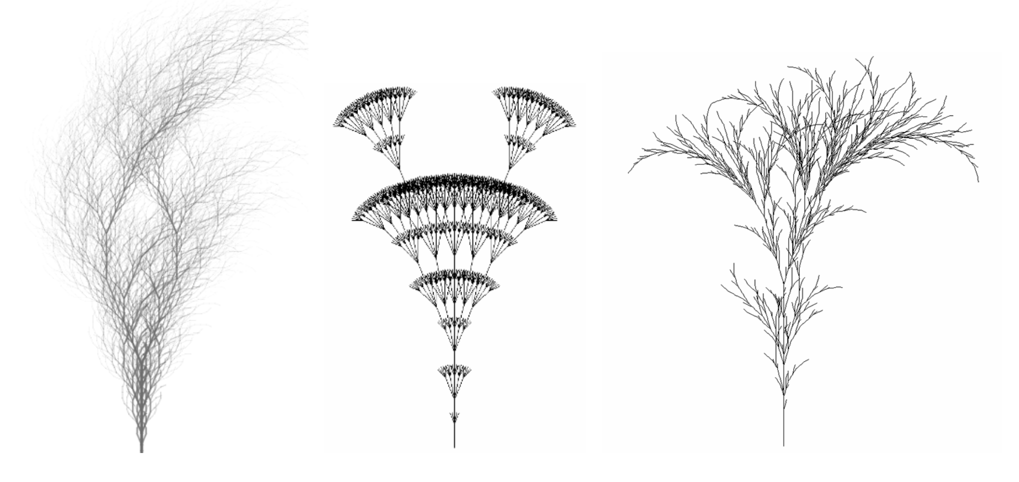


Рис. 111. Растениеподобные ветвящиеся фракталы, созданные с помощью L-графики.

Алгоритм генерации L – систем очень прост. Задаётся начальная аксиома – правило прорисовки начального паттерна. Аксиома включает следующие символы: «F» – прямой отрезок, «f» – отсутствующий отрезок, пустой промежуток между отрезками, «+» поворот следующего отрезка по часовой стрелке на заданный градус (задаётся в настройках программы), «-» поворот

следующего отрезка против часовой стрелки на заданный градус. Кроме этого, задаётся новое значение «F» - на каждом следующем шаге построения фрактала каждый его прямой отрезок («F») преобразуется в фигуру, описанную «новым F». Дополнительные возможности могут включать изменение толщины ветвей различного порядка, эффект трёхмерности, или иные элементы оформления, например, развешивание по паттерну листочков, чтоб сымитировать настоящее растение. На рисунке 112 показан пример моделирования люпина с помощью специальной программы моделирования растений с использованием L-графики. Такие свойства, как цвет, текстура, ребристость поверхностей задаются с помощью специальных модулей. Пример окна такой программы моделирования растений показан на рисунке 113.



Рис. 112. Модель люпина созданная с помощью специальной программы моделирования растений с использованием L-графики.

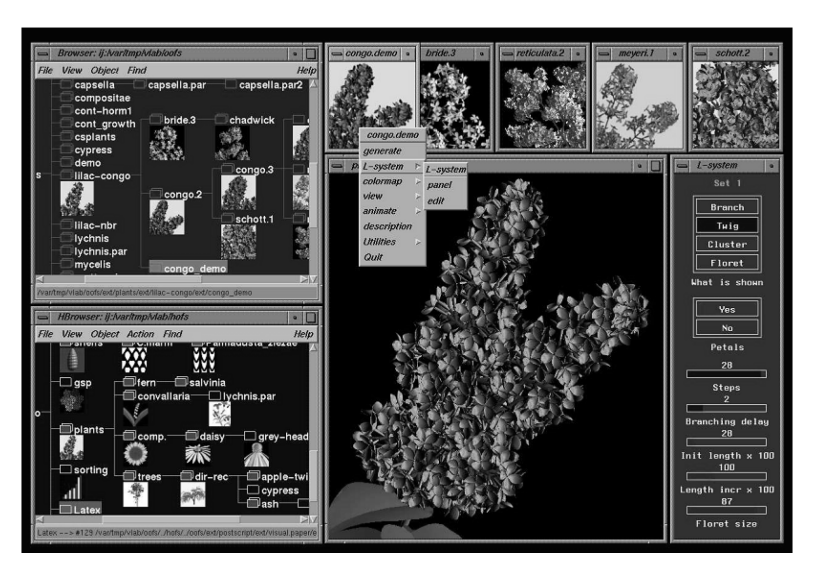


Рис. 113 Пример окна программы моделирования растений с использованием L-графики.

Разберём, в качестве примера, алгоритм построения кривой Коха. Аксиома здесь: F (прямой отрезок). Новое F: [F-F++F-F]. Прежнее F (прямой горизонтальный отрезок) преобразуется согласно новому F в [«F» (крайний прямой отрезок слева), «-» поворот на 60^0 против часовой стрелки (угол задан изначально, его можно изменить в настройках), следующий отрезок «F», «++» 2 раза поворот на 60^0 по часовой стрелке (120^0), прорисовка следующего отрезка «F», «-» снова поворот на 60^0 против часовой стрелки и прорисовка последнего отрезка «F» (крайний справа)], (рис. 114). На следующем шаге построения каждое «F» в получившейся структуре описанной формулой [F-F++F-F], заменится снова на выражение [F-F++F-F], то есть результирующая структура будет описываться формулой: [[F-F++F-F]- [F-F++F-F]++ [F-F++F-F]- [F-F++F-F]] (см. получившееся изображение на рис. 100, второй шаг построения кривой Коха).

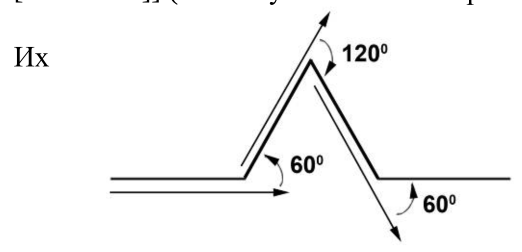


Рис. 114. Первый шаг построения кривой Коха с помощью черепашьей графики.

Другой тип фракталов: *нелинейные фракталы*. Их визуализация более сложна, поэтому они получили распространение после появления компьютеров, когда появилась возможность прорисовывать сложные системы, для построения которых требуются тысячи и тысячи арифметических операций. Самые известные из нелинейных фракталов: *множества Жюлиа*, названное по имени создателя – Гастона Жюлиа, и *множество Мандельброта*, созданное и популяризованное Бенуа Мандельбротом. При генерации этих множеств используется простой алгоритм на основе полинома второй степени: $(z^2 + c)^2 + c$, где переменная z и константа c – комплексные числа, состоящие из действительной и мнимой частей (мнимая часть содержит множитель i: квадратный корень из -1). Затем полученное значение последовательно подставляется в эту же формулу как z: $[(z^2 + c)^2 + c]^2 + c$, и т. д. Плоскость построения фрактала это координатная плоскость, с переменными

уравнения в качестве координат. Подставляя в формулу какое-либо начальное значение переменных (аргументов) и решая её, мы получаем конечный результат, который подставляется снова в ту же формулу в качестве аргументов. Если взять слишком маленькие начальные аргументы (меньше единицы) результат за небольшое число итераций уйдёт в область сверхмалых значений, стремящихся к нулю. Напротив, если взять слишком большие начальные аргументы, много больше единицы, результат за несколько итераций станет астрономически большим. Примем начальные аргументы, при которых результат просчёта функции уходит за определённое заданное нами число итераций за пределы какого-либо минимального значения, как аргументы, при которых функция стремится к нулю. Примем также начальные аргументы, при которых результат просчёта функции уходит за определённое заданное нами число итераций за пределы какого-либо максимального значения, как аргументы, при которых функция стремится к бесконечности. Начальные аргументы отображаются координатами двумерного пространства. Те точки, которые соответствуют значениям аргументов, при которых функция уходит в бесконечность, отобразим белым цветом. Те точки, которые соответствуют значениям аргументов, при которых функция стремится к нулю, отобразим чёрным цветом. В результате получим график с бесконечно изрезанной границей между чёрной и белой областями; оказывается, граница между множеством значений аргументов, уводящих функцию в бесконечность, и множеством значений, уводящих её к нулю, бесконечно самоподобно «гуляет», флуктуирует, преломляется (рис. 115). И при увеличении какой-либо части этой границы мы будем открывать всё новые и новые самоподобные изгибы, паттерны, напоминающие форму целого (рис. 116).

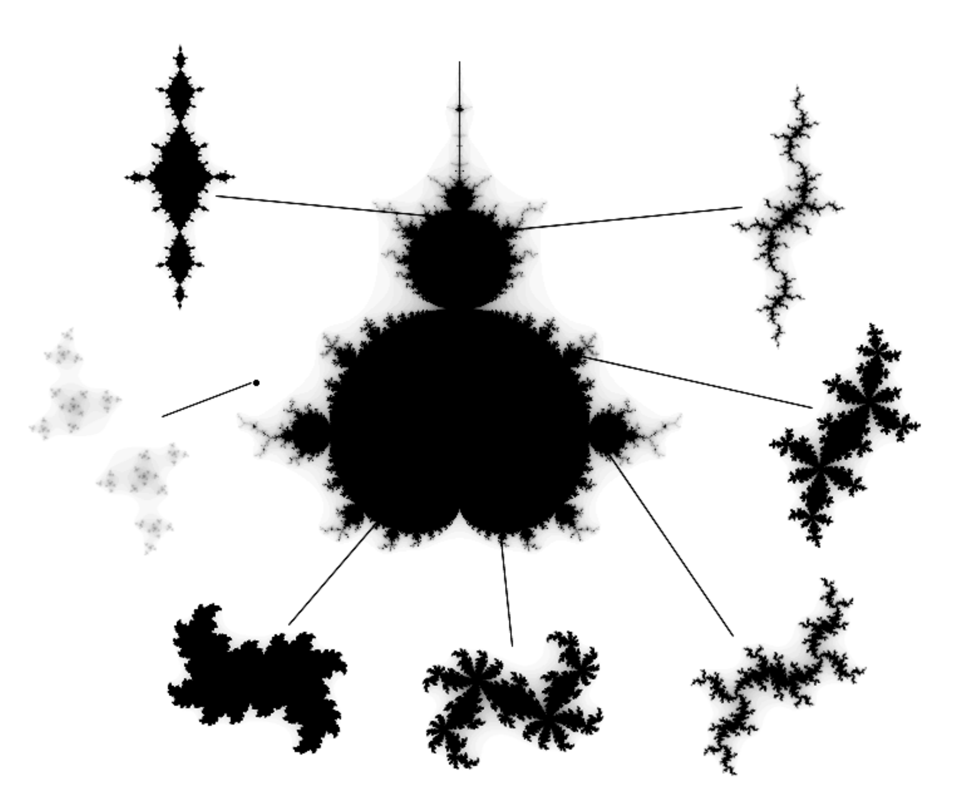


Рис. 115. Множество Мандельброта (его называют также «чёрным карликом») в центре, вокруг примеры множеств Жюлиа, соответствующие различным точкам множества Мандельброта.

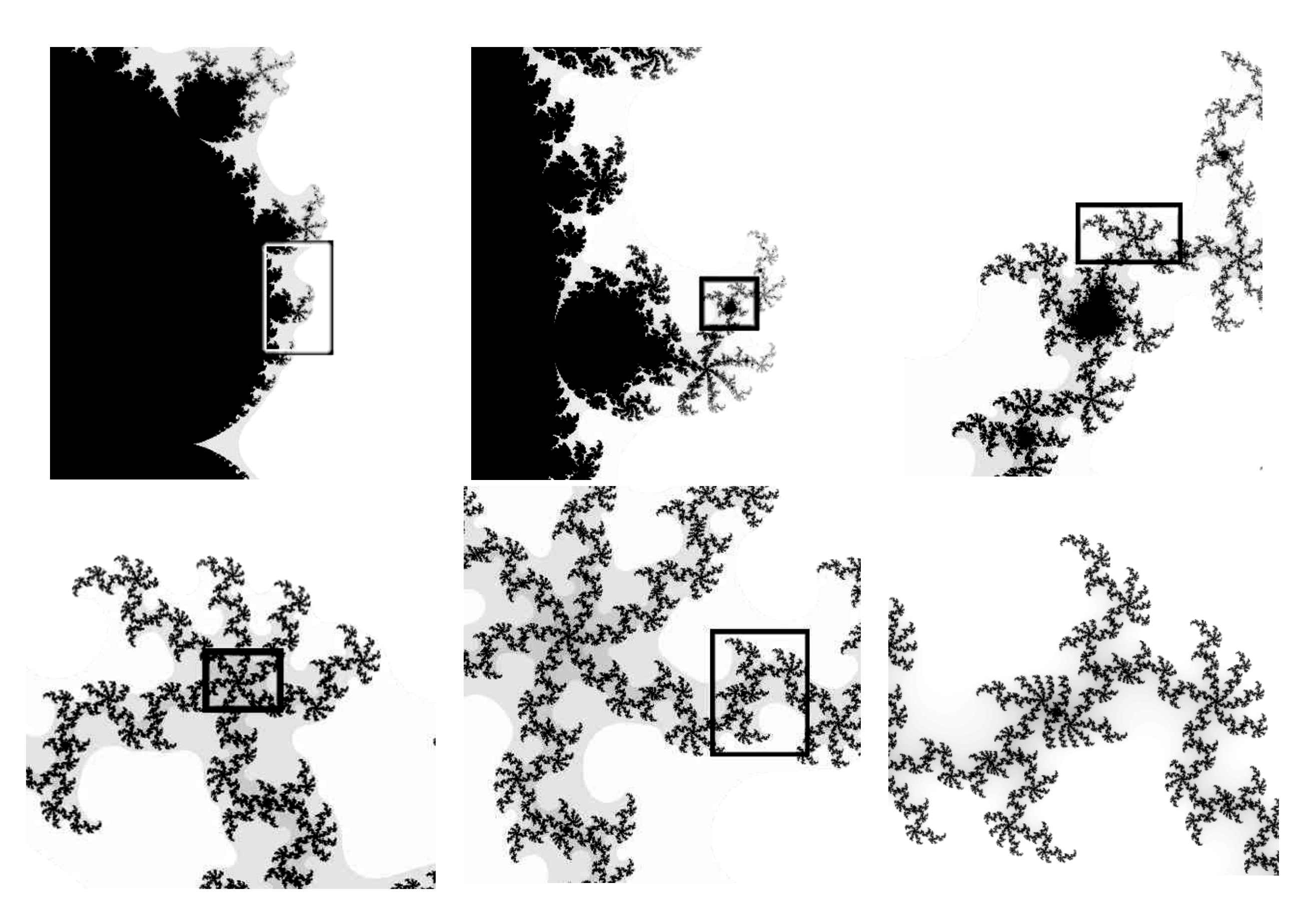


Рис. 116. Серия увеличений элементов на границе множества Мандельброта.

Нелинейные фракталы могут не иметь строгого самоподобия, они повторяют себя с развертыванием бесконечных вариаций. Таким образом, простой алгоритм построения раскрывается при бесконечном повторении как генератор разнообразных причудливых форм, причем некоторые из них напоминают биологические, эффектнее такие множества выглядят не в чёрно-белом варианте, а развертывающимися на экране компьютера при использовании программ, которые окрашивают различные области в разные цвета, в зависимости от скорости изменения значений чисел.

Если раскачивать металлический маятник между тремя магнитами и отмечать разными цветами области притяжения к каждому из них, то непосредственно вокруг самих магнитов будет область, полностью залитая цветом, соответствующим его области притяжения, то есть отпущенный там маятник сразу притянется к соответствующему магниту. Но если мы таким образом попробуем точно определить границы областей притяжения, нас постигнет разочарование: сделать это будет невозможно. Области притяжения на границах будут смешаны так, что в зоне притяжения одного магнита окажется участок области притяжения другого, в нём небольшой участок притяжения снова к первому. Мы обнаружим и такие участки, где все три цвета бесконечно перемешаны, так что там невозможно найти область притяжения одного магнита, которая не соприкасалась бы с зонами притяжения обоих других магнитов одновременно. Границы притяжения между магнитами будут фрактальны (рис. 117). Другой пример естественных фракталов, бесконечность самоповторения которых ограничена лишь физическими свойствами света и отражающей способностью материалов: бесконечные взаимоотражения четырёх зеркальных шаров (рис. 118).

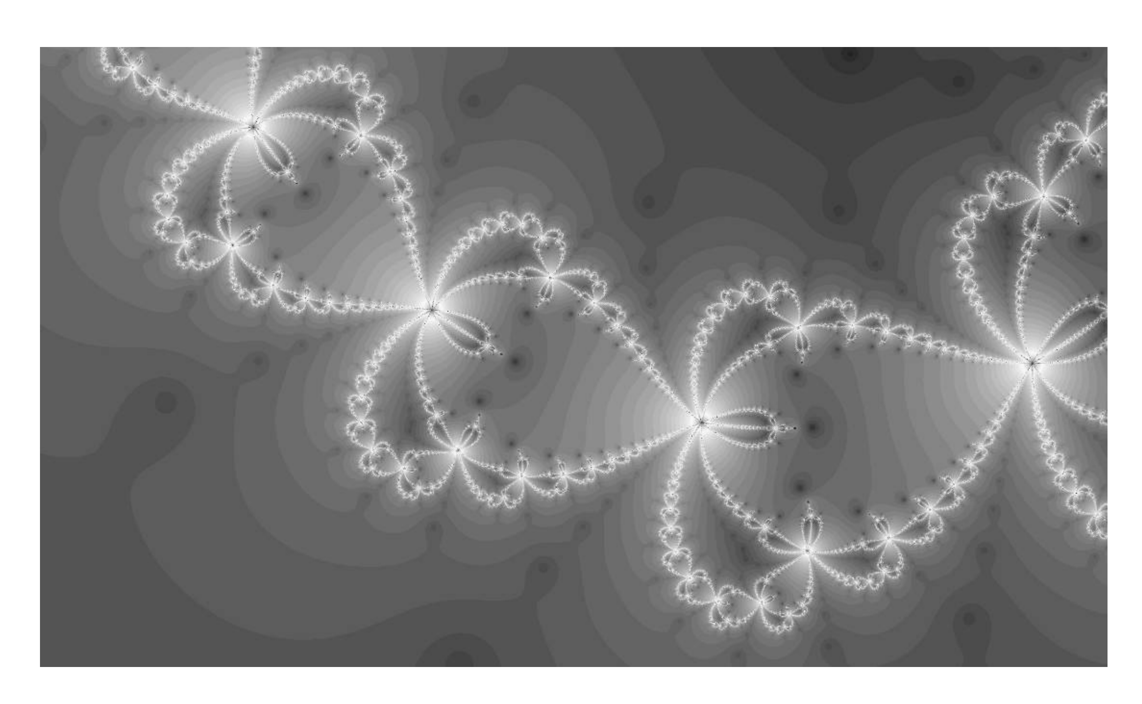


Рис. 117. Визуализация фрактальной границы между областями притяжения маятника к трём магнитам.

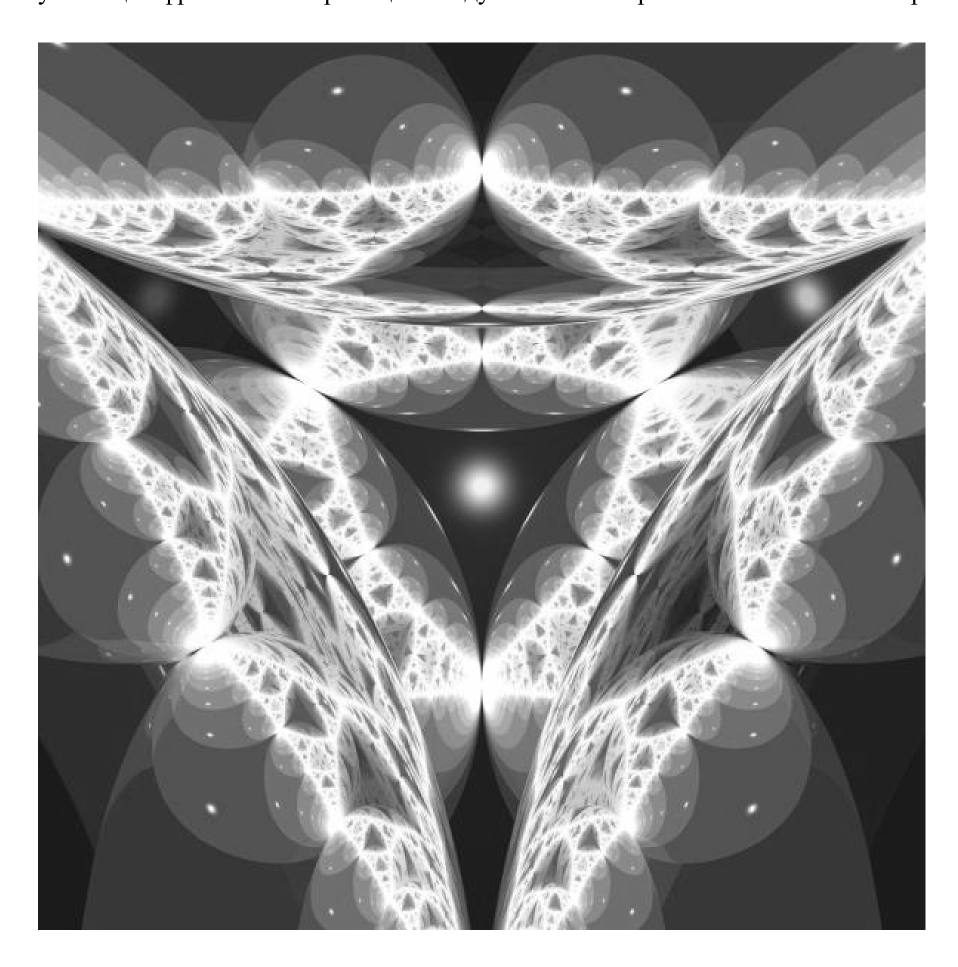


Рис. 118. Фрактальный каскад отражений зеркальных шаров на зеркальной поверхности.

Третий тип фракталов: *хаотические фракталы*. Хаотические фракталы не обладают абсолютным самоподобием, они лишь статистически самоподобны, или самоаффинны. Самоподобная кривая цен, которую исследовал Мандельброт – пример хаотического фрактала. Бесконечное множество форм и процессов в природе имеют хаотически фрактальную природу. Возьмём природный образец хаотичной динамики – броуновское движение частицы. Оказывается, само движение броуновской частицы самоподобно. Ломаная линия, отображающая

тепловое движение частицы, получается при периодической фиксации положения частицы в дискретные моменты времени и соединении их прямой линией. Скажем, местоположение частицы регистрируется каждую секунду, и новое местоположение соединяется с предыдущим прямой линией, которая, по идее, отражает путь частицы, пройденный ей за секунду. Но если мы повысим частоту фиксации местоположения частицы в 10 раз и будем отмечать её местоположение каждую миллисекунду, мы обнаружим, что путь, проходимый частицей за секунду, который мы отображали прямой линией, сам состоит из ломаной, так же, как состоял из ломаной путь частицы, проходимый ей за 10 секунд, когда мы отмечали её положение ежесекундно (рис. 119). Каждый скачок частицы по отдельности хаотичен и непредсказуем, но общая картина движения частицы, регистрируемая при разных временных интервалах, оказывается самоподобна. Если временной интервал, с которым регистрировалось положение частицы, не указан, мы не сможем определить его, ломаная, отражающая перемещение частицы за миллисекунду, принципиально ничем не отличается от ломаной, отражающей путь частицы за минуту.

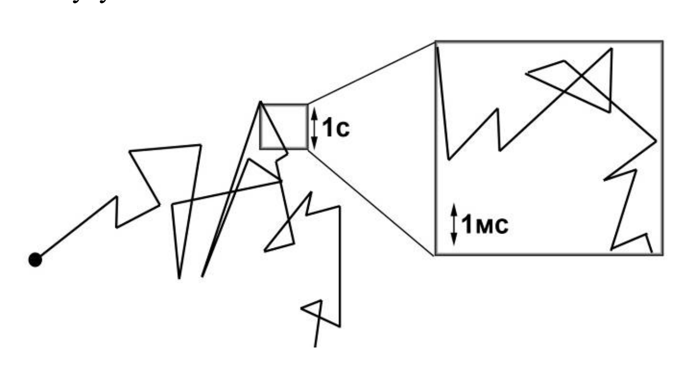


Рис. 119. Самоафинная кривая броуновского движения частицы.

Мандельброт описал ещё одно удивительное свойство броуновски движущейся частицы. Если отмечать путь частицы в течение очень долгого времени, мы заметим, что иногда частица колеблется некоторое время в какой-либо ограниченной области, потом может быстро перескочить на новую область пространства, задержаться на некоторое время там, вернуться назад или снова перескочить в новое место. Мандельброт отмечал точками те области пространства, где частица задерживалась сравнительно долго или появлялась сравнительно часто. Оказалось, зоны, предпочитаемые броуновской частицей, группируются в кластеры. Между кластерами находится пространство, которое частица проскакивала, почти не задерживаясь. Эти кластеры, в свою очередь, группируются в кластеры большего масштаба, те - в кластеры ещё большего масштаба и так далее. Таким образом, распределение положений частицы в пространстве фрактально. Для такого распределения мы не можем найти среднестатистическую величину, какой бы размер выборки мы не взяли, мы рискуем оказаться внутри большого кластера или между кластерами (и на самом деле оказываемся, потому что над нашей выборкой возвышается бесконечная иерархия кластеризации). Такая кластерная структура, воспроизведённая броуновской частицей, отражает и кластеризацию скоплений галактик во вселенной (рис. 120).

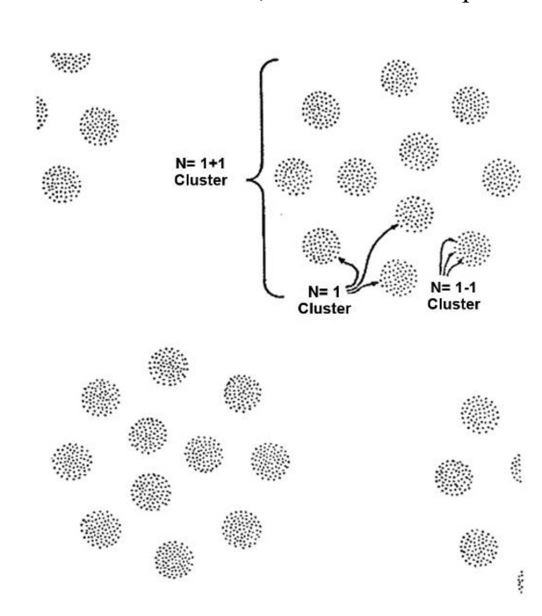


Рис. 120. Образная идеальная схема фрактальной кластеризации скоплений галактик, показано без элементов хаоса.

Движение броуновской частицы, этот самоорганизованный хаос, представленный в виде одномерной прямой, и даст нам самоаффинный фрактальный график, подобный графику, отражающему изменения цен на рынке, изменения уровня рождаемости, скачки температуры и солнечной активности, колебания уровня Нила, численности популяций канадской рыси и прочие флуктуирующие природные явления. Конечно, эти графики не будут идентичны ввиду различной природы лежащих в их основе процессов, но все они будут детерменированно хаотичны, фрактальны, самоафинны, что говорит о наличии в них самоорганизованного хаоса. Одномерную хаотичную кривую можно получить, подбрасывая монету и отмечая на графике линией вверх

выпадение орла и вниз – решки. При достаточно большом (несколько миллионов) числе подбрасываний мы получим кривую, в которой кратковременные подъёмы и спуски будут переходить в долговременные, глобальные, второго, третьего порядков и так далее (сколько порядков самоподобия мы выявим, зависит от длины нашего графика, то есть от объёма данных). В частности, из-за фрактальности распределения случайных событий стратегия Мартингейл игры в рулетку обречена на провал, хотя, на первый взгляд, только она выглядит хоть сколько-нибудь перспективной. Стратегия заключается в том, чтоб делать ставку на ту же позицию, удваивая ставку после каждого проигрыша. Скажем, мы ставим на чёрное или красное, в случае выигрыша нам возвращается двойная сумма ставки. В случае проигрыша мы ставим на тот же цвет дважды большую сумму, чем проиграли, если опять проигрыш, ставим снова на тот же цвет и снова удваиваем ставку. В первый ход вероятность того, что не выпадет наш цвет – 50%, во второй уже 25%, в третий 12,5%, вероятность 4-х проигрышей подряд уже всего 6,25%, удвоение же ставки позволяет покрыть выигрышем, который, наконец, наступит, все предыдущие проигрыши. Слабость метода в том, что помимо кратковременных флуктуаций проигрышей и выигрышей, то есть небольших кластеров выпадения одновременно нескольких чёрных или нескольких красных, которые происходят на протяжении часа или суток, на недельном, месячном, годовом графиках мы увидим спуски и подъёмы большего масштаба, кластеризацию выпадений одного цвета больших порядков. И когда ваша кривая выигрышей месячного или годового масштаба идёт вверх, у казино хватит денег, чтоб вам заплатить, но когда ваша кривая пойдёт вниз, у вас закончатся деньги, то есть, при прочих равных условиях, играя с казино во фрактальный хаос, вы проиграете игру, потому что у вас меньше банк.

Проекция броуновского движения частицы на плоскость, например, путём очерчивания внешних границ области движения частицы, даёт изрезанный паттерн, подобный паттерну береговых линий или очертаний материков, проекция в трёхмерное пространство позволяет получить ландшафты, подобные представленному на рисунке 121.

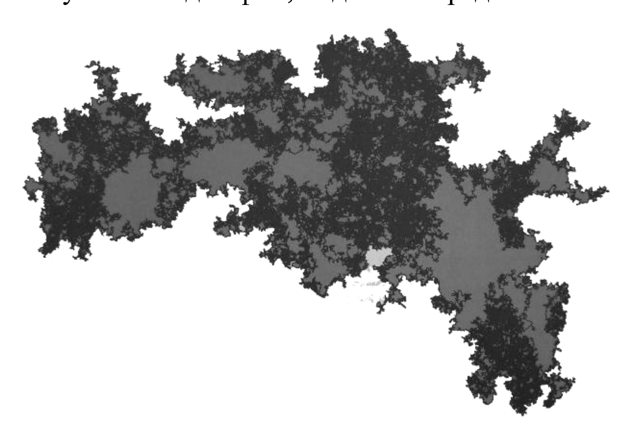
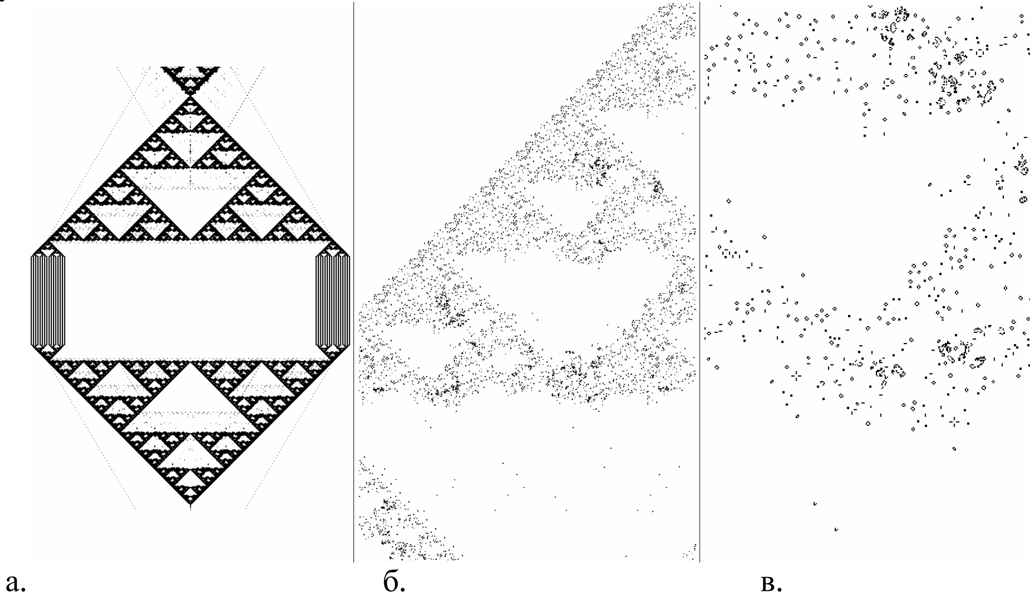


Рис. 121. Траектория и внешний контур области броуновского движения частицы.

Особый тип хаотических фракталов составляют *фрактальные кластеры*. Направление исследований этих объектов началось с появления модели агрегации, ограниченной диффузией (***diffusion limited aggregation, DLA***), описанной выше. Оказалось, кластеры, получаемые с помощью DLA модели, обладают свойствами хаотических фракталов: они имеют дробную размерность и их структура статистически самоподобна, от больших ветвей первого порядка отходят ветви второго порядка, от них третьего, и так далее. Мы не сможем отличить кластер, состоящий из 100 тысяч частиц, от кластера, состоящего из 100 миллионов частиц – самоподобие подразумевает масштабную инвариантность. Фрактальный кластер – ещё один способ фрактальной самоорганизации броуновски движущейся частицы, слепок самоорганизованного хаоса. Кроме того, моделируемость фрактальным кластером DLA объектов реального мира говорит об их фрактальной природе. Снежинки, колонии бактерий, формы лишайников, вязкие пальцы, пробои диэлектриков, кластеры электролитически осаждённого металла и прочие формы, имитируемые моделью DLA также фрактальны (рис. 88).

Связь между самоорганизацией, хаосом и фракталами глубже, чем кажется.
Вспомните свойства странных аттракторов, траектории которых никогда не повторяют себя с абсолютной точностью, при увеличении какого-либо участка фазового пространства траектории странного аттрактора бесконечно расщепляются на ряд дочерних линий. Странный аттрактор, в отличии от обычного аттрактора, фрактален. Каждый странный аттрактор характеризуется собственной, присущей ему фрактальной размерностью. Фрактальность странного аттрактора - своеобразное отражение фрактальности самоаффинной хаотичной кривой, получаемой на временн*ы*х графиках параметров, по которым строится странный аттрактор (рис. 19). Далее, вспомните самоподобие каскада бифуркаций, турбулентных завихрений жидкости, всё это примеры фрактальных структур и процессов.

Как и следовало ожидать, из моделей самоорганизации не только модель DLA порождает фрактальные паттерны. Очень часто их создают клеточные автоматы. Один из наиболее часто встречающихся – треугольник Серпинского. Он возникает иногда как конечная фигура, иногда как быстро исчезающий паттерн в динамике развития структуры в семействах правил “*General binary*” (правило “*Sierpinski*”), “*1-D totalistic*” (правило *Pascal's triangle*), «*Weighted Generation*» и многих других, в том числе в классическом семействе «*Life*», по стандартным правилам Джона Конвея. В последнем случае паттерн интересен тем, что создаётся отчасти стохастически. На очень малом увеличении была проведена от руки горизонтальная линия клеток, давшая на девятитысячной генерации паттерн Серпинского, содержащий около трех миллионов клеток (рис. 122, а). При последовательном увеличении небольшого прямоугольного участка этого поля становятся видны отдельные группы клеток (рис. 122, б) и затем сами клетки, формирующие характерные для игры «*Жизнь*» статичные, пульсирующие и перемещающиеся конфигурации (рис. 122, в). Таким образом, при изменении масштаба можно визуализировать как переход от симметричного упорядоченного паттерна к клеточной «пыли», лишенной видимой упорядоченности, так и обратный переход от мнимого хаоса отдельных клеток к строгому порядку.



а. б. в.

Рис. 122. Треугольник Серпинского (игра «*Жизнь*») при последовательном увеличении (слева направо).

Некоторые правила просто порождают фрактальное множество начального паттерна. На рисунке 123 дан пример правила *Fredkin* семейства «*Vote for Life*». Начальный паттерн – короткий прямой ряд клеток в центре поля (рисунок слева). Через небольшой ряд генераций, проходя несколько промежуточных стадий саморепликации, когда виден и сам начальный элемент, и его различные трансформации (рисунок в центре), начальный паттерн заполняет всё игровое поле, выходит за его пределы, и всё игровое поле становится лишь частью самоподобного фрактального паттерна (рисунок справа). При этом заполнение не сплошное, идёт генерация реального фрактального паттерна, образуется сначала 1 кластер начальных объектов, потом 9, затем через ряд генераций – 9 более удалённых от друга кластеров, каждый из которых содержит 9 кластеров, идентичных начальным, и так далее.

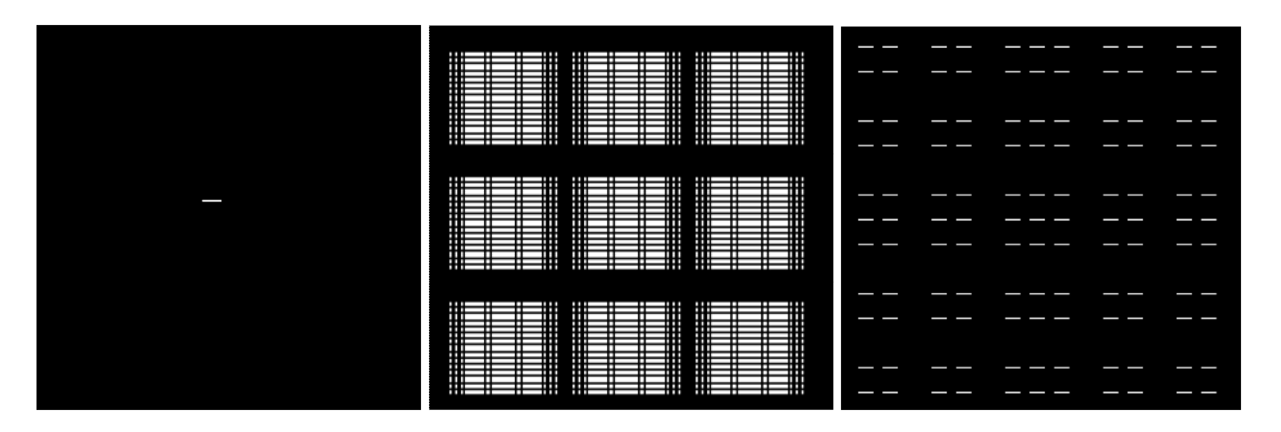


Рис. 123. Генерация фрактального паттерна правилом *Fredkin* семейства «*Vote for Life*».

Хаотичные фрактальные кластеры можно также легко сгенерировать с помощью КА. Примеры: правило «*Flakes*», семейства «*Life*» (рис. 64), правило «*Hour glass*» семейства “*Weighted Life*” (рис. 76). Правда, часто оказывается, что симметричность генерируемого паттерна зависит от симметричности начальной конфигурации клеток, симметричные конфигурации рождают правильные мозаикоподобные структуры, в которых отсутствует хаос, если же запустить развитие асимметричной конфигурации, мы на основе этих же правил получим визуально хаотизированные, натуроподобные паттерны. Это может свидетельствовать, в том числе, об отсутствии программированного хаоса в правилах по которым развивается и реальная система, и о том, что её собственный хаос есть лишь отражение хаоса внешних условий – помести её в «симметричные» условия, и её рисунок станет столь же симметричен и предсказуем. Но это лишь частный случай. Есть правила, рождающие схожие хаотичные паттерны вне зависимости от формы начальной конфигурации клеток.

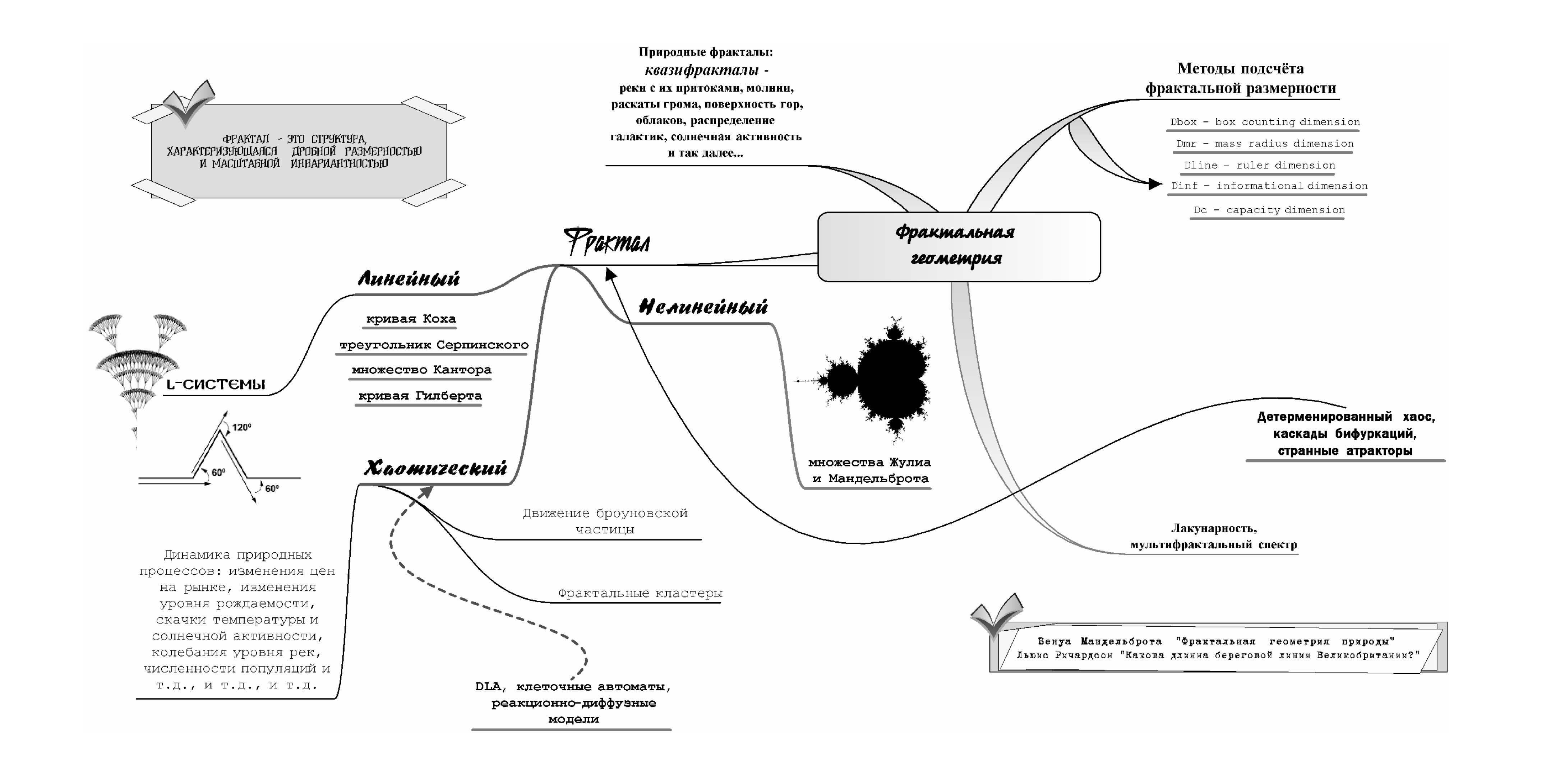
Фрактальные паттерны, генерируемые реакционно-диффузными системами, можно увидеть в имитационных моделях Х. Майнхардта (рис. 58).

Итак, фрактальная геометрия – геометрия природы, она более адекватно описывает реальный внешний мир, чем геометрия Эвклида, окружающий нас мир наполнен фракталами, красивыми или невзрачными, симметричными или внешне хаотичными, но все они поддаются сжатому математическому описанию и моделированию с использованием простого рекурсивного, с обратной связью, алгоритма, выполняющего роль генетических правил при построении компьютерных фракталов. Такое распространение фрактальных форм можно объяснить тем, что все природные квазифрактальные структуры или процессы это визуализация, след, результат порождающих их детерминированных хаотических процессов, результат самоорганизации открытых сложных систем. Фрактальная геометрия природы – геометрия хаоса. Структурные квазифракталы можно считать пространственными аналогами хаотических нелинейных процессов, в результате которых и возникают природные квазифрактальные структуры.

Вопросы для самопроверки.

1. *Научная деятельность Бенуа Мандельброта и её значение для развития фрактальной геометрии.*
2. *Что такое фрактал, каковы его свойства?*
3. *Приведите примеры алгоритмов построения линейных фракталов.*
4. *Что такое мультифрактал, мультифрактальный спектр?*
5. *Опишите не менее трёх алгоритмов вычисления фрактальной размерности природных объёктов.*
6. *Что такое линейные фракталы? Назовите несколько известных вам линейных фракталов. Какая модель генерирует линейные фрактальные структуры?*
7. *Опишите принцип построения L – систем. Что воспроизводит эта модель?*
8. *Пошагово опишите алгоритм построения кривой Коха с помощью L – системы.*
9. *Что такое квазифрактал?*
10. *Для чего используются компьютерные фракталы, кроме исследования формообразования естественных объектов?*

11. *Что представляют собой нелинейные фракталы, каков общий алгоритм их построения? Назовите не менее двух нелинейных фракталов.*
12. *Есть ли принципиальная связь между аттрактором и нелинейным фракталом?*
13. *Что такое фрактальный кластер, какие вы знаете модели для воспроизведения фрактальных кластеров?*
14. *Что такое хаотический фрактал, какими свойствами он обладает? Приведите примеры хаотических фракталов.*
15. *Опишите фрактальность движения броуновской частицы.*
16. *Какие компьютерные модели позволяют получить хаотические фракталы?*
17. *К какому типу фракталов можно отнести квазифрактальные природные объекты?*
18. *Есть ли связь между детерминированным хаосом и фрактальной структурой?*
19. *Что подразумевается под понятием «фрактальная размерность»?*
20. *Какие ещё нелинейные параметры, кроме фрактальных размерностей, вы знаете?*
21. *Приведите примеры квазифрактальных форм в неживой природе.*


ФРАКТАЛ - ЭТО СТРУКТУРА, ХАРАКТЕРИЗУЮЩАЯСЯ ДРОБНОЙ РАЗМЕРНОСТЬЮ И МАСШТАБНОЙ ИНВАРИАНТНОСТЬЮ
Природные фракталы: квазифракталы - реки с их притоками, молнии, раскаты грома, поверхность гор, облаков, распределение галактик, солнечная активность и так далее...
Методы подсчёта фрактальной размерности
Dbox - box counting dimension
Dmr - mass radius dimension
Dline - ruler dimension
Dinf - informational dimension
Dc - capacity dimension
Фрактал
Фрактальная геометрия
Линейный
кривая Коха
треугольник Серпинского
множество Кантора
кривая Гилберта
Нелинейный
множества Жулиа и Мандельброта
L-системы
120°
60°
60°
Хаотический
Детерменированный хаос, каскады бифуркаций, странные атракторы
Движение броуновской частицы
Лакунарность, мультифрактальный спектр
Динамика природных процессов: изменения цен на рынке, изменения уровня рождаемости, скачки температуры и солнечной активности, колебания уровня рек, численности популяций и т.д., и т.д., и т.д.
Фрактальные кластеры
Бенуа Мандельброта "Фрактальная геометрия природы"
Льюис Ричардсон "Какова длина береговой линии Великобритании?"
DLA, клеточные автоматы, реакционно-диффузные модели

Лекция 9. Фрактальная геометрия биосистем. Часть 1. Субклеточный и клеточный уровни

Живые системы – открытые, сложные, самоорганизующиеся системы, формирующиеся на основе нелинейных взаимодействий элементов, их составляющих, и сами вступающие в нелинейные взаимодействия друг с другом, самоорганизуясь в структуры высшего порядка. Можно предположить, что живой мир наполнен фрактальными формами и процессами.

Рассмотрим примеры фрактальности на различных уровнях организации живых систем.

На молекулярном уровне исследованы фрактальные свойства первичной и вторичной структур ДНК, РНК, белков, других биомолекул и их комплексов, динамики окислительных процессов и так далее. Если мы построим график, на котором кривая будет делать шаг вверх, когда в цепи ДНК встречается тиминовое основание, и шаг вниз, когда тимидиновое, то заметим, что кривая чередования типов оснований хаотически фрактальна. Интересен анализ генетического кода на основе матриц частоты встречаемости всех возможных последовательностей нуклеотидов в цепочке оснований заданной длинны, скажем длиной в 8 нуклеотидных оснований (К=8), примеры квадратов с К=1, 2 и 3 приведены на рисунке 124. Квадраты с чаще встречающимися последовательностями окрашивались в более тёмные цвета. Оказалось, частоты различных последовательностей имеют явную тенденцию к кластеризации, и распределение кластеров в матрице фрактально (рис. 125). Такая визуализация всего генома позволяет на глаз отличить геномы даже эволюционно достаточно близких организмов. Фрактальная кластеризация последовательностей оснований позволяет спекулировать на тему эволюционного процесса самоорганизации генетического кода на основе умножения числа сходных последовательностей, с их последующей дивергенцией, осуществляемой путём точечных мутаций. Такая картина показывает геном как вместилище детерминированного хаоса, содержащего черты не только застывшей жёсткой упорядоченности, но и хаотической самоорганизации.

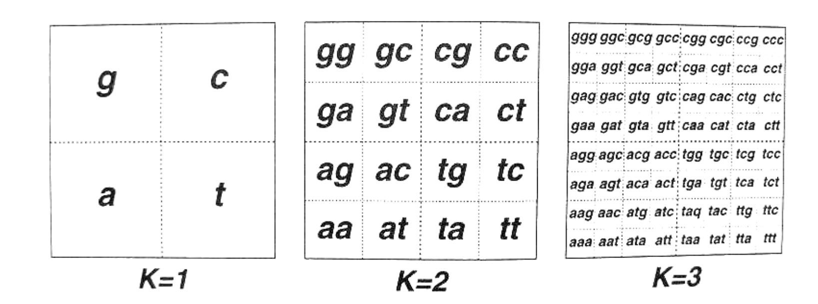
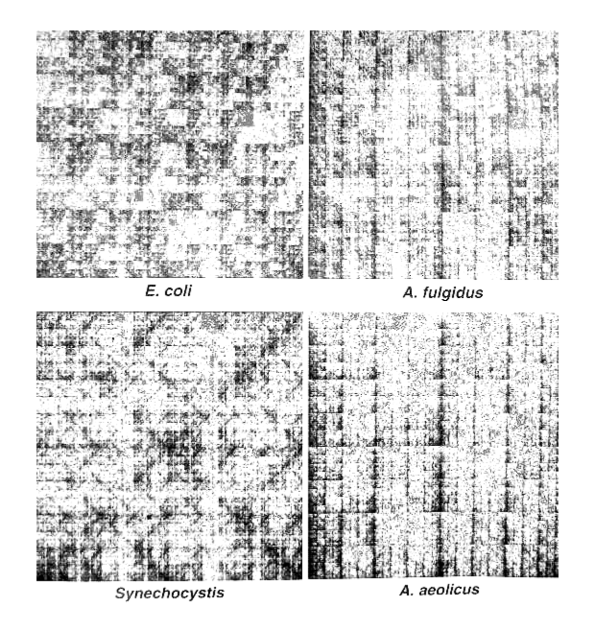


Рис. 124. Расположение последовательностей оснований для размеров образцов длинной К = 1-3 нуклеотида.



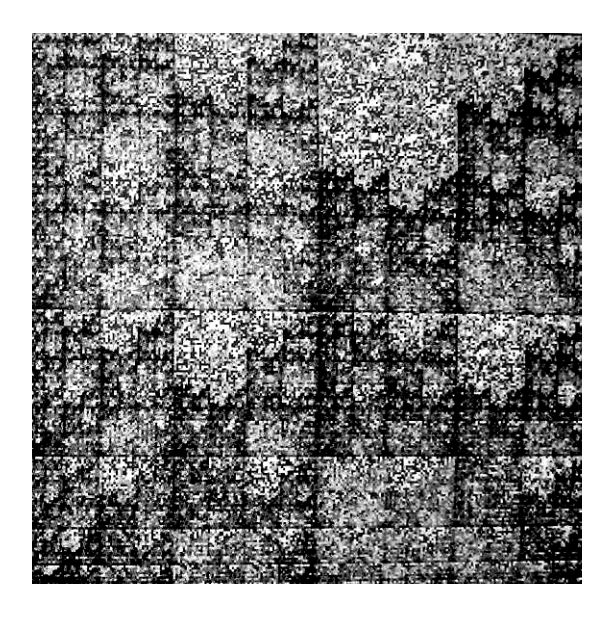


Рис. 125. Визуализация геномов бактерий (слева) и гена иммуноглобулина человека (справа) для К=8.

Интересно сравнить эти картины с аттрактором *IFS (*Iterated Functions System), созданным М. Барнсли (*Michael Barnsley*). Для генерации оригинального аттрактора набор аффинных трансформаций (перенос, масштабирование, вращение и так далее) приложены к орбите аттрактора в случайном порядке. Каждая матрица уравнения соответствует набору трансформаций. Каждой матрице назначается своё значение вероятности её случайного выбора. Результат показан на рис. 126.

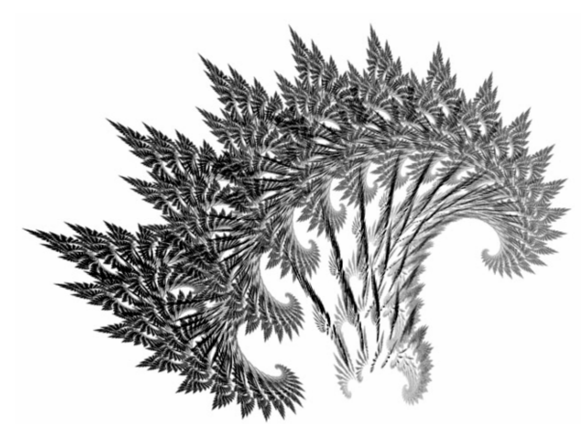


Рис. 126. Аттрактор *IFS*

$$\sum_{i=1}^{n} prob_i = 1$$

$$\dot{v} = \begin{bmatrix} m_0 & m_1 & m_2 \\ m_3 & m_4 & m_5 \\ m_6 & m_7 & m_8 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} m_9 \\ m_{10} \\ m_{11} \end{bmatrix}$$

or

$$\dot{v} = \begin{bmatrix} n_0 & n_1 & n_2 \\ n_3 & n_4 & n_5 \\ n_6 & n_7 & n_8 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} n_9 \\ n_{10} \\ n_{11} \end{bmatrix}$$

or...

Уравнение аттрактора *IFS*

Если же заменить хаотичную вероятность использования различных матриц определенными не хаотичными алгоритмами, мы получим фрактальные картины, сходные с теми, что были получены при визуализации генома на основе матриц частот встречаемости нуклеотидов, описанных выше. На рисунке 127 показаны картина аттрактора, где 4 матрицы задействованы опираясь на нуклеотидную последовательность ДНК по следующей схеме:

Берётся матрица T_1 когда встречается нуклеотид C,
матрица T_2 когда встречается нуклеотид A,
матрица T_3 когда встречается нуклеотид T, и
матрица T_4 когда встречается нуклеотид G.

На субклеточном и клеточном уровнях исследуются фрактальные свойства пространственной организации мембран, цитоплазмы, ядер, распределения рецепторов и молекул адгезии, динамика клеточного движения, морфологии клеток и их ассоциаций.

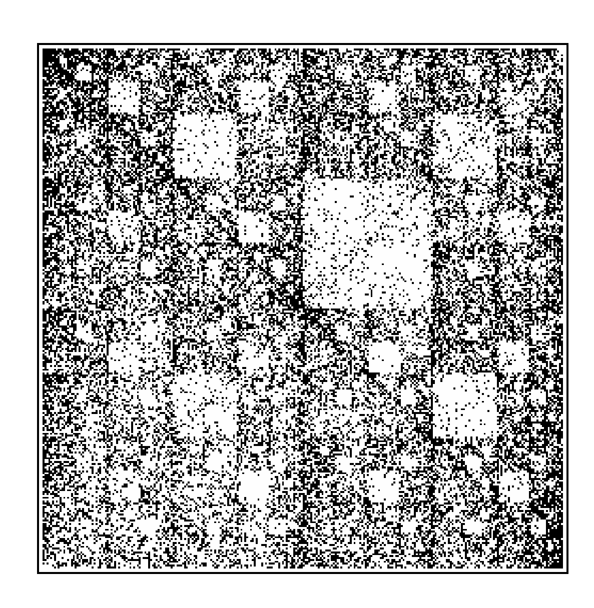


Рис. 127. Аттрактор *IFS,* управляемый последовательностью нуклеотидов ДНК.

Всё внутреннее пространство клетки можно описать как квазифрактальную структуру. Представьте процесс передачи, скажем, информационной молекулы из внеклеточного пространства к определённому молекулярному комплексу внутри клетки. Неструктурированная передача путём диффузии энергозатратна, так как неточна и требует больше копий передаваемого агента, медленна и неконтролируема. Структурированная же передача предполагает наличие в цитоплазме связной системы каналов направленной передачи. Трёхмерное внутриклеточное пространство можно структурировать, снизив его размерность, заполнив правильно организованной системой одно- и двумерных пространств. Такими пространствами служат мембраны (двумерные плоскости) и цитоскелет (сеть одномерных нитей). Для промышленного катализа используются ферменты, осаждённые на поверхность инертных гранул, встреча молекулы реагента и молекулы катализатора вероятнее на двумерной поверхности, где гораздо меньше степеней свободы, гораздо меньше пространства, в котором можно разойтись, чем в трёхмерном объёме. Жизнь, как предполагается, зародилась на границе раздела фаз, где из-за уменьшения степеней свободы повышается структурированность молекулярных потоков. Те же процессы характерны и для внутриклеточного пространства, молекуле легче найти свой рецептор в двумерной плоскости мембраны, чем в трёхмерном объёме, и одномерные нити цитоскелета направят информационное воздействие непосредственно в ту область клетки, для которой оно предназначалось. Каким же способом рациональнее заполнить объём одно- и двумерными структурами? Вспомним одно из свойств фракталов: одномерная фрактальная линия, лежащая на плоскости, стремится заполнить эту двумерную плоскость, выйти во второе измерение, двумерная фрактальная плоскость стремится заполнить трехмерный объём, выйти в третье измерение (но фрактальная сеть одномерных линий, распространяющихся в трёхмерном объёме, может стремиться заполнить этот трёхмерный объём). Можно предположить, что природа хоть отчасти воспользовалась этим свойством фрактальности для структурирования внутриклеточного пространства и представить трёхмерный объём цитоплазмы как систему фрактально организованных одно- и двумерных структур. Фрактально расходящиеся нити цитоскелета опутывают весь внутриклеточный объем, образуя иерархически организованную систему путей движения потоков материи, энергии, информации, сил механического натяжения. Фрактализованные двумерные плоскости липидных мембран со встроенными в них катализаторами повышают площадь катализа биохимических реакций клетки, с сохранением её структурированности, пространственно-временной точности и направленности химических реакций, потоков реагентов и продуктов реакции, фрактализованные мембранные структуры дробят, компартментализуют само трёхмерное пространство цитозоля, жидкой составляющей клетки, обеспечивая несмешиваемость огромного количества биохимических реакций проходящих в трёхмерном объёме цитозоля.

Цитоплазма клетки может быть описана, как *перколяционный кластер*. *Перколяция* – проникновение, проницание, протекание. ***Теория перколяции*** *описывает возникновение бесконечно связных структур (кластеров), состоящих из отдельных элементов*. Представьте

пористый материал, через который просачивается жидкость. Пройдёт ли жидкость с одного края материала до другого, зависит от плотности материала, количества хаотично, но статистически равномерно расположенных стенок и лакун. Выше какого-то уровня плотности жидкость будет просачиваться на большее или меньшее расстояние внутрь материала, хаотически расположенные стенки статистически могут образовывать замкнутые полости разного размера. Но весь кластер ещё не будет связан (рис. 128). Любые полости будут замкнуты. Жидкость не просочится сквозь материал. Ниже определённого критического значения плотности весь кластер оказывается связан, лакуны сливаются в одно целое, и кластер становится проницаем (рис. 129). Это значение плотности, после которой кластер становится проницаем, называется *порогом перколяции*. Говорят, что происходит *перколяционный переход*. Теория перколяции важна именно в окрестности перехода, перколяционный переход аналогичен фазовому переходу второго рода. Представьте цитоплазму как систему перколяционных кластеров, находящихся у порога перколяции. Незначительная перестройка, требующая минимума энергии, сделает клеточный перколяционный кластер проницаемым в определённом направлении для каких-либо потоков материи, энергии или информации, обратная перестройка изолирует систему. Если рассматривать сеть актиновых филаментов, пронизывающих цитоплазму, как перколяционный кластер, то разрушение сети до уровня ниже порога перколяции разрушает сеть как целое, что ведёт к переходу цитоплазмы гелеобразного состояния в золь (тогда как разрушение выше порога перколяции лишь снижает её прочность, не меняя текучести цитоплазмы). *Перколяционный кластер – хаотичный фрактал*. Такие характеристики, как фрактальная размерность, лакунарность могут использоваться для описания свойств кластера.

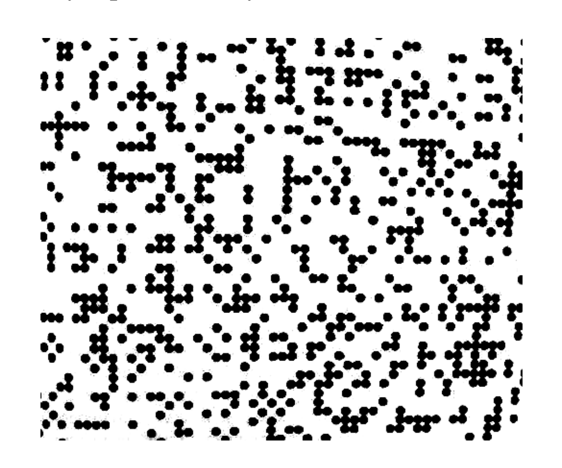


Рис. 128. Квадратная решётка со случайно занятыми узлами ниже порога перколяции.

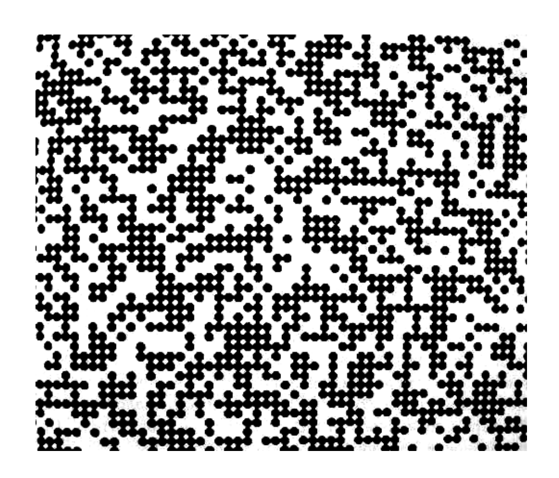


Рис. 129. Квадратная решётка с вероятностью занятия узлов, равной порогу перколяции. Встречаются кластеры различных размеров, образуя статистически самоподобную картину.

Свойства клеток и образуемых ими структур зависят от формы самих клеток и межклеточных ансамблей, а также от механических свойств внеклеточного пространства в такой же степени, как и от градиентов химических морфогенов. Установлено, что форма, трёхмерная организация матрикса, на котором культивируются клетки, влияет на их биохимическую активность. Различия в биохимической активности обусловлены, в данном случае, различной формой клеток, растягивающихся или распластывающихся между порами различного диаметра на разных подложках. Механические свойства субстрата влияют и на дифференцировку клеток: для формирования поперечно-полосатого мышечного волокна миобластам необходим твёрдый субстрат, на котором они смогут развить достаточное механическое натяжение, только в этом случае в дифференцирующихся клетках произойдёт организация поперечно-полосатых мышечных волокон. В суспензионной же культуре конечной дифференцировки мышечных клеток не происходит, либо происходит только на поверхности крупных клеточных агрегатов, которые клетки могут использовать как субстрат для натяжения. Миграция, дифференцировка, деление клеток в процессе эмбрионального развития в большой степени направляется элементами внеклеточного матрикса, такой важный фактор, влияющий на механические свойства матрикса и управляющий поведением клеток, как расположение волокон внеклеточного матрикса, их структурированность, плотность определяются, помимо всего прочего, формой и расположением

фибробластов, эти волокна синтезирующих. Форма клеток, их подвижность, а также все внутриклеточные потоки вещества, распределение органоидов, гель-золь переходы цитоплазмы определяются различиями организации цитоскелета (рис. 130). Различие общей топологии цитоскелетных структур клетки можно описывать в терминах нелинейной геометрии: фрактальной размерности, лакунарности. Ясно, что перестройки цитоскелета, изменения общей геометрии цитоскелетной сети клетки будут сопровождать как внутриклеточные перестройки, так и изменения общей формы, подвижности, активности клетки, реакции клетки на внеклеточное окружение. Таким образом, теоретически, количественно описывая топологию цитоскелета, мы сможем точным количественным образом описать изменения клеточной активности, уровень и направление дифференцировки, отличить норму от патологии.

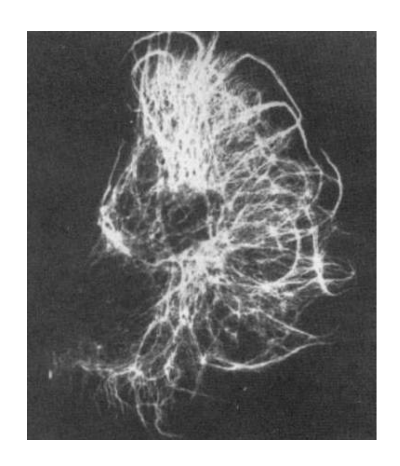
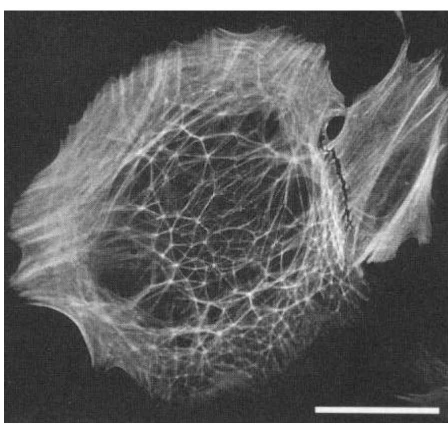
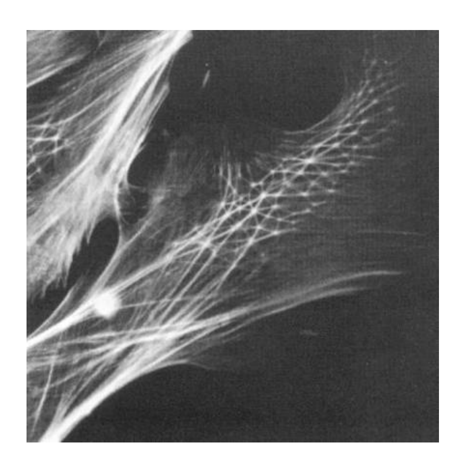




Рис. 130. Примеры цитоскелета в различных клетках (флуоресцентное окрашивание).

Рассмотрим зависимость формы синтезируемых клетками элементов внеклеточного матрикса от организации цитоскелета на примере спикулогенных клеток иглокожих. Синтез спикул спикулогенными клетками мезенхимы начинается на стадии ранней гаструлы. Спикулы являются таксономическим признаком, отличаясь у разных видов иглокожих (рис. 131). Часто спикулы фрактализованы: перфорированы, разветвлены. Фрактализованность уменьшает вес опорной структуры, сохраняя её прочность. То же характерно и для костей млекопитающих. Полости в трубчатых костях и, особенно, ячеистая структура губчатых костей делают их гораздо легче и прочнее, чем была бы монолитная структура подобной формы и размеров. Деструктивные изменения в губчатых костях уже исследовались при помощи анализа изменений фрактальной размерности костной ткани.

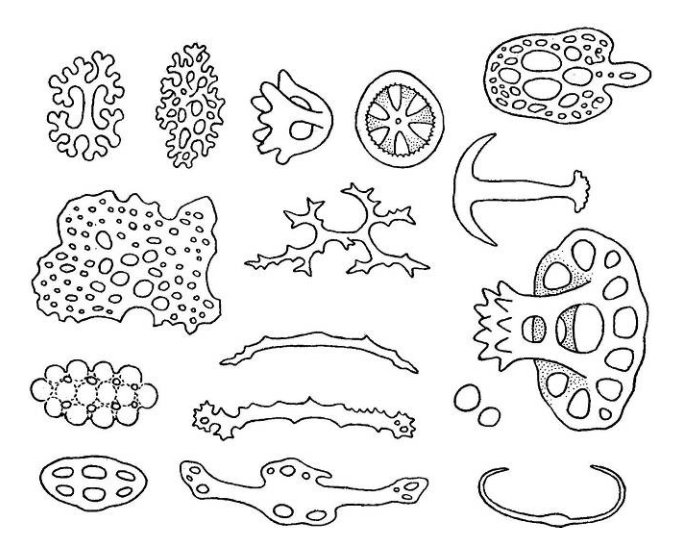
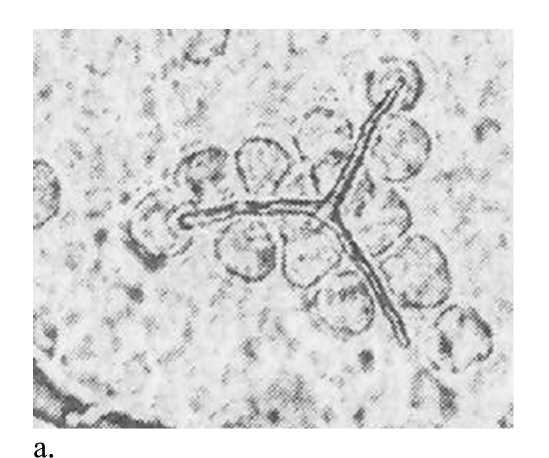
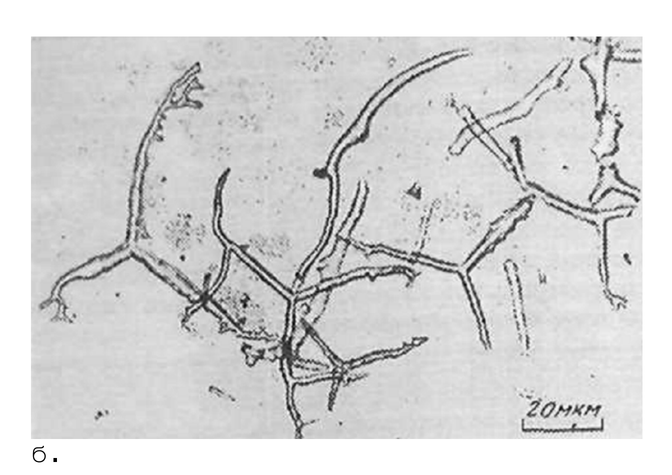


Рис. 131. Спикулы разных видов иглокожих.

Рост спикулы происходит внутри спикулогенного синцития, образуемого тремя и большим числом клеток спикулогенной мезенхимы (рис. 132а). Клетки сливаются своими отростками, образуя общее пространство внутри синцития, в которое поступает и в котором осаждается материал спикулы: кристаллизующийся кальцит. Форма спикулы определяется точным взаимным расположением клеток, формой синцития, направлением потоков вакуолек с поступающим кальцитом. И форма клеток и их отростков, и их позиционирование, и движение внутриклеточных органоидов определяются системой цитоскелета. Нарушение цитоскелетной сети ведёт к нарушению всех этих структур и процессов. На рисунке 132б показано несколько абберантных спикул, синтезированных спикулогенной мезенхимой морского ежа после временной обработки их цитохалазином (с последующей отмывкой), разрушающим актиновую

сеть клетки. При подобных воздействиях, если клетки отмыть от цитохалазина, цитоскелет может восстановиться, клетки снова будут функционировать, синтезировать спикулы, но позиционная информация, передававшаяся и хранившаяся в особенностях структуры цитоскелета, будет потеряна, клетки не смогут точно восстановить направление движения, форму, взаимное расположение, они будут частично дезориентированы, что и отразится на неправильной форме спикул. Теоретически, можно количественно описать общую морфологию клетки в норме и патологии, от которой зависит видоспецифичная форма спикулы. Перестройки цитоскелета сопровождаются вполне регистрируемым изменением таких показателей его общей морфологии, как фрактальная размерность, измеренная тем или иным способом, лакунарность и другие. Изменения структуры цитоскелета, сопровождающиеся изменением его фрактальной размерности, ведут к изменению общей морфологии как отдельных клеток, так и их ансамблей. Общая морфология клеток и их ансамблей также может быть количественно охарактеризована с использованием фрактальной размерности. Изменения же общей морфологии клеток и их ансамблей «кристаллизуются» в изменённой форме продуцируемых ими спикул, также обладающих различной фрактальностью. В общем, каждый шаг патологических изменений приводящих к появлению аберрантных спикул, может быть количественно описан исследованием нелинейной морфологии клетки. В случае спикул различных видов иглокожих, в норме обладающих различающейся морфологией, генезис этого различия можно также проследить в различной организации цитоскелета, в форме клеточных синцитиев, в направлении потоков вещества спикулы внутри клетки и синцития. Все эти паттерны поддаются описанию с помощью таких параметров, как фрактальная размерность, исследуя эти параметры можно количественным образом дифференцировать морфологию и физиологию клеток различных видов, то есть нелинейная геометрия позволяет решать такие вопросы, которые эвклидова геометрия не может даже поставить перед собой. Хаотичная фрактализация в норме правильных трёхлучевых спикул, при обработке их цитохалазином, говорит о том, что повреждённая клетка лишь частично контролирует процесс спикулообразования. Самоорганизация цитоскелета, формы клетки, самой кристаллизующейся спикулы происходит отчасти спонтанно, непредсказуемо, поэтому мы можем наблюдать неограниченный ряд уникальных аберрантных спикул.


а.



б.

Рис. 132. Правильная спикула (а) и абберантная спикулы (б) морского ежа *Strongylocentrotus nudus.*

Другой пример клеточного поведения, который можно попытаться проанализировать с помощью оценки фрактальности образуемых клетками паттернов –это агрегация клеток *in vitro*. Если шприцом взять гемолимфу двустворчатого моллюска (в частности, проводились эксперименты над Приморским гребешком *Mizuhopecten yessoensis*, мидией *Mitilus edulus*), уже в шприце начнётся слипание гемоцитов, их агрегация, инициируемая нарушением целостности полости тела и контактом с внешней средой. При помещении гемолимфы в чашку Петри агрегация продолжится сначала в суспензии, затем всё увеличивающиеся агрегаты осядут на дно чашки, прикрепятся, продолжая расти за счёт клеток, вновь оседающих из суспензии, сползающихся со дна чашки и за счёт слияния более мелких конгломератов в более крупные. Процесс образования конгломератов гемоцитов в выделенной гемальной жидкости можно описать как фазовый переход, в котором при изменении физиологических параметров гемолимфы, запускающих конгломератообразование, начальное состояние – суспензия

одиночных клеток, становится неустойчивым, быстро сменяясь другим состоянием – суспензией конгломератов разных размеров.

Процесс конгломератообразования имитируется моделью DLA. Начавший образовываться конгломерат, появляющийся случайно на основе нескольких слипшихся клеток, служит в дальнейшем центром конгломератообразования. Чем больше конгломерат, тем с большей территории вокруг себя он собирает хаотично движущиеся клетки, и тем быстрее, в свою очередь, растёт, это автокаталитический процесс с положительной обратной связью, напоминающий пример с закладкой термитника, описанный в пятой лекции. Пожалуй, более достоверно описывает процесс конгломератообразования модификация DLA модели - CCA (*cluster-cluster aggregation*) модель, где не только клетки прилипают к общему центру агрегации, но все клетки прилипают друг к другу, образуя множество небольших агрегатов, и эти хаотично двигающиеся агрегаты также слипаются между собой. Конгломерат гемоцитов и по морфологии и по морфогенезу – фрактальный кластер.

Только что образовавшиеся конгломераты имеют неправильную, фрактализованную форму, напоминая кластеры DLA, получающиеся, если задано низкое значение вероятности прилипания клеток к конгломерату (рис. 133). Чем ниже вероятность

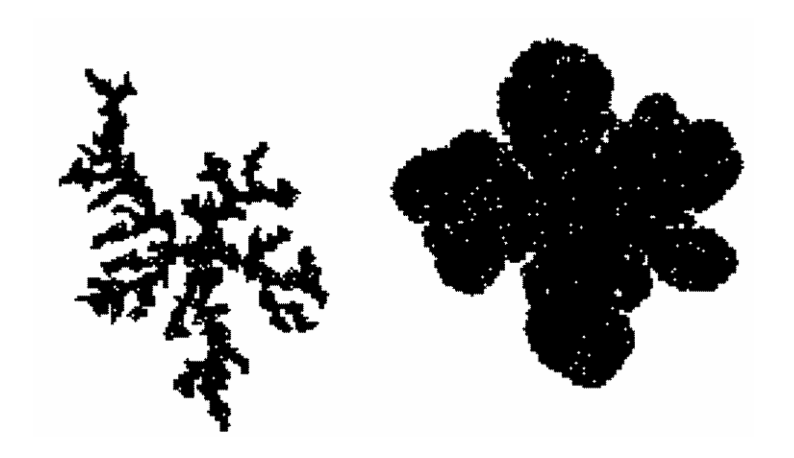


Рис. 133. Примеры конгломератов DLA с низкой вероятностью прилипания клеток, соприкасающихся с конгломератом.

прилипания, тем больше шансов у частицы достичь центральных областей конгломерата, лакун, впадин. Преимущество выступающих частей конгломерата в присоединении новых частиц уменьшается. Конгломерат формируется более округлым, менее разветвлённым. Причина округлости, сглаженности отростков реальных агрегатов гемоцитов другая: одновременно с ростом агрегата начинается его ретракция, осферивание. Рыхлая масса гемоцитов становится более плотной, конгломерат сжимается, как бы втягивая в себя отростки. Если в процессе роста конгломерата присоединение новых элементов превалирует над осфериванием, отростки растут быстрее, чем втягиваются, и конгломерат остаётся фрактализован, то после присоединения всех близлежащих клеток и более мелких конгломератов, рост отростков прекращается и ретракция быстро, в течение получаса делает конгломерат округлым. На конечной стадии сжатия конгломерат имеет уже форму, близкую к шарообразной (рис. 134).

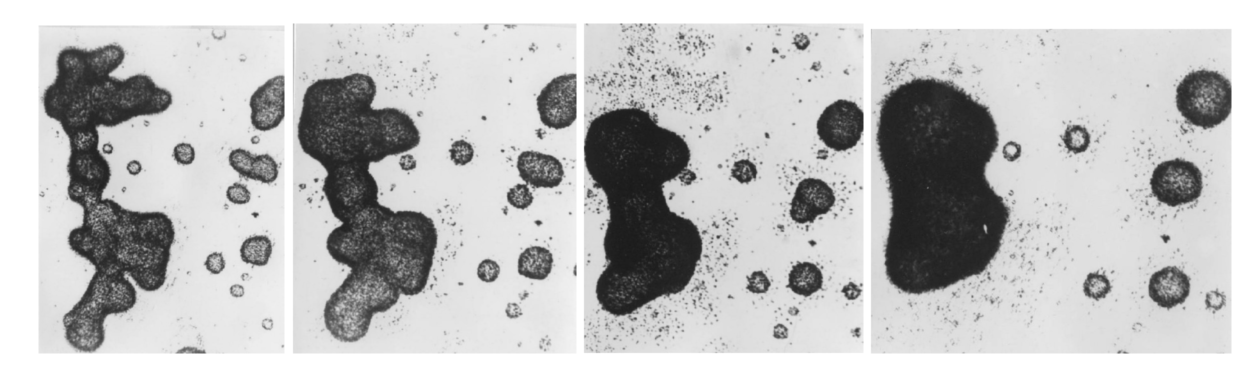


Рис. 134. Последовательные стадии ретракции (сжатия) конгломерата гемоцитов гребешка (слева на право).

Процесс ретракции важен при ранении животного, когда образовавшийся на раневой поверхности конгломерат – тромб изолировал внутреннюю среду организма от внешней среды и дальнейшее стягивание тромба сближает края раны. Кроме DLA модели, агрегация гемоцитов имитируется некоторыми клеточными автоматами, пример приведён на рисунке 135, случайные флуктуации в хаотичном распределении клеток становятся центрами агрегации, одиночные клетки на конечной стадии агрегации редки, неправильные, разветвлённые агрегаты в основном повторяют паттерн случайной повышенной плотности в распределении одиночных клеток в начале конгломератообразования (конечную стадию ретракции приведённый на иллюстрации клеточный автомат не имитирует).



Рис. 135. Имитация конгломератообразования гемоцитов клеточным автоматом.

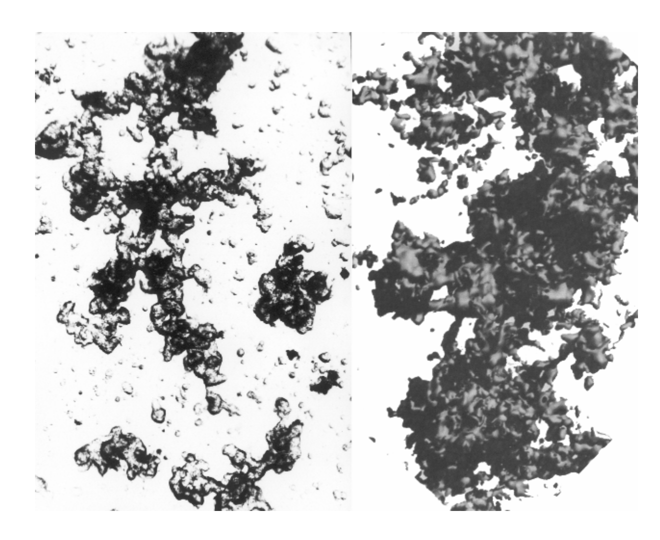


Рис. 136. Слева – конгломерат гемоцитов моллюска сразу после оседания; справа – компьютерные фрактальные кластеры, созданные Мандельбротом.

Почему же агрегат гемоцитов моллюска фрактален? Механизм его образования включает в себя как детерминированные, так и хаотические формообразующие силы. Генетически детерминировано слипание клеток при их контакте, распластывание на субстрате или движение по нему, увеличение площади контакта между клетками при осферивании, хаотично диффузное движение клеток в суспензии, их расположение на дне чашки Петри при оседании. Несложные правила, определяющие взаимодействие клеток в сочетании с хаосом, присутствующим в системе и играющим такую же важную роль в конгломератообразовании, создают хаотично фрактальные структуры (рис. 136).

Интересно, что в этом примере фрактальность проявляется на промежуточной стадии нестабильности, перехода системы из одного устойчивого состояния (суспензия одиночных клеток) в другое (осферившиеся агрегаты, с зачаточными признаками тканеобразования). После осферивания фрактальность в системе агрегатов остаётся только в вариабельности размеров и расположения осферившихся агрегатов на дне чашки Петри, эти агрегаты представляют собой, по сути, клеточные аттракторы, и их хаотично фрактальное расположение на стекле визуализирует детерминированный хаос формирования центров конгломератообразования в суспензии, где эти конгломераты и начали образовываться ещё до оседания (рис. 137).

Практически фрактальная размерность и другие нелинейные показатели морфологии клеток используются в медицине для автоматического распознавания патологических изменений в клетках. Посмотрите на эти изображения клеток под сканирующим и трансмиссионным электронным микроскопом (рис. 138): выпуклости, шероховатости, сгущения, которые невозможно описать даже неточными терминами обычного языка. Формального же описания подобных объектов, которое мог бы понять компьютер, отличив случайную вариабельность

структур от закономерных изменений, говорящих об отклонениях, как то делает опытный глаз специалиста, ещё не существует, и возможно, не будет существовать до появления искусственного интеллекта. Но использование нелинейных показателей морфологии позволяет увеличить на 20 % вероятность правильного распознавания этих образов, что не мало.

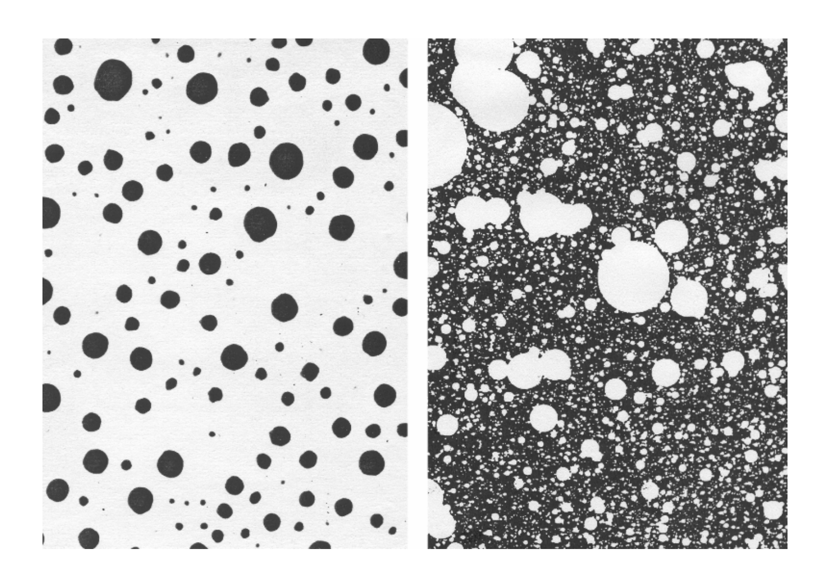


Рис. 137. Слева – осевшие на стекло осферившиеся агрегаты гемоцитов моллюска; справа – фрактал «Шведский сыр».

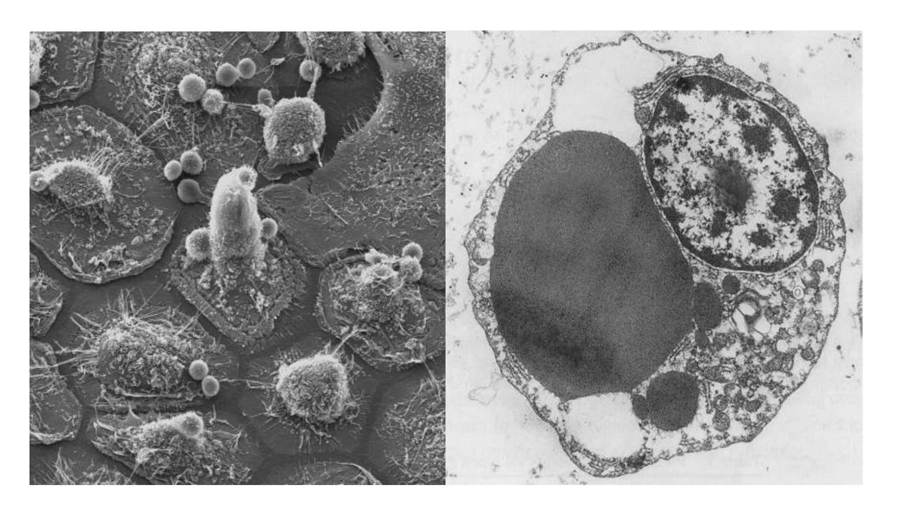


Рис. 138. Изображения клеток полученные сканирующим (слева) и трансмиссионным (справа) электронным микроскопом.

Классический квазифрактальный клеточный объект – нейрон. Фрактальный анализ достаточно давно используется в нейробиологии. Известно, что рост нейронов, их отростков, установление межнейрональных связей определяются, с одной стороны, динамическим балансом позитивных и негативных сигналов окружения, а с другой, генетически определённой реакцией клетки на эти сигналы. Стохастическое распределение сигнальных молекул матрикса, конкуренция между нейронами с вероятностными шансами выживания и функционирования лишь части из них, стохастическое появление сигналов внешнего мира, то есть электроимпульсов, стимулирующих рост нейрона, неизбежная свобода, хаос, необходимые для любых процессов самоорганизации – всё это отражается на морфологии нейрона, с одной стороны обладающего едиными признаками, характеризующими тот нейрональный тип, к которому клетка относится, а с другой, проявляющего эти признаки лишь статистически. Каждая клетка, как фрактальный кластер, уникальна, если рассматривать число отростков, их точное расположение, форму каждого отростка, но как целое – статистически подобна любой другой клетке её типа. Действительно, генетически запрограммировать каждый изгиб каждого отростка

миллиардов нейронов невозможно, генетически можно задать поле направляющих рост нейрона сил, в целом достаточно детерминированных, но действующих стохастически на уровне каждого отдельного отростка, синапса, сигнальной молекулы.

Классическая морфометрия нейронов включает такие показатели, как число отростков, число конечных отростков, общая длина дендрита, размер тела клетки, размер дендритного поля и прочие. С помощью многопараметрического анализа сравнивают всю популяцию клеток, находя морфологические типы, достоверно отличающиеся по нескольким параметрам. Морфологическая классификация, скорее всего, отражает и физиологические, и функциональные различия. Если же мы дополним эту классификацию данные фрактального анализа, то сможем, во-первых, включить в анализ показатель общей сложности морфологии нейрона как целого; во-вторых, проведя корреляционный анализ, понять, с какими морфометрическими признаками связана фрактальность клетки; в-третьих, установить связь между показателями фрактальности и функциональностью. Фрактальные размерности нейронов, подсчитанные разными способами, оказываются достаточно высоко коррелированны друг с другом. Одних фрактальных размерностей для классификации нейронов оказывается недостаточно, морфологически различные формы, которые обладают одним уровнем сложности, будут иметь одинаковую фрактальную размерность. Но фрактальность может быть дополнительным признаком при классификации нейронов. При этом можно оценивать размерность как силуэтных чёрно-белых изображений клеток, так и контурных, в которых остаются лишь границы клеток, в этом случае внутренние заполненные пространства, которые имеют размерность 2, не влияют на подсчёт размерности, размерность контурных изображений нейронов складывается из сложности ветвления и изрезанности клеточной границы. Можно анализировать также фрактальность скелетонизированных изображений, в которых значение фрактальности складывается только из сложности хода ветвления, ни структура клеточной границы, ни объём клетки при скелетонизации не передаются (рис. 139). Так, исследуя фрактальность обработанных различным способом изображений, можно определять вклад во фрактальность различных элементов клеточной морфологии. Разумеется, имеется в виду отображение нейронов, которые являются трёхмерными объектами, на двумерную плоскость, размерность нейронов при этом лежит между единицей и двойкой (объект стремится заполнить двумерную плоскость), при анализе трёхмерных изображений размерность бы лежала между двойкой и тройкой. При стандартном положении нейронов относительно плоскости ошибка переноса трёхмерных нейронов на двумерную плоскость не должна сильно влиять на достоверность результата.

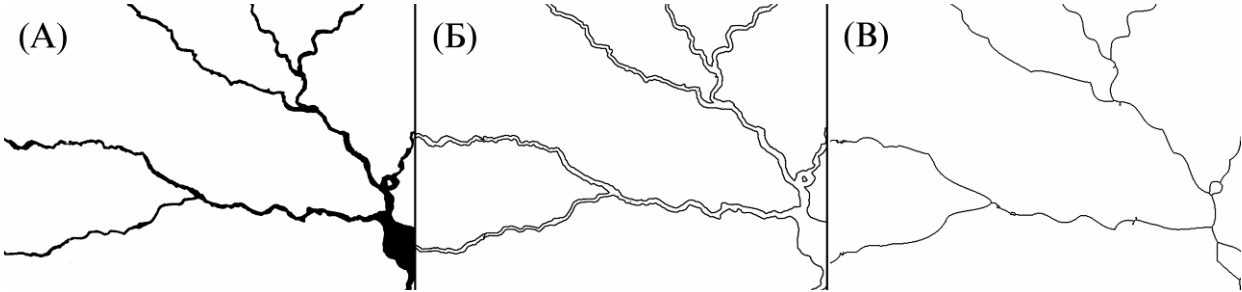


Рис. 139. Силуэтное, контурное и скелетонизированное отображение нейрона.

В таблице 2, приведённой в качестве примера корреляционного анализа морфологии одного типа нейронов головного мозга рыб, показана связь фрактальной размерности, оцененной разными способами, лакунарности и нескольких традиционных морфометрических показателей. Корреляция может быть как положительной, так и отрицательной (отрицательная корреляция между параметрами означает, что при увеличении значения одного показателя с определённой вероятностью уменьшается значение другого, то есть они обратно коррелированны), единица – 100% корреляция. Жирным шрифтом показаны достоверные значения корреляции. Сразу же бросается в глаза, что фрактальные размерности контурного изображения высоко положительно коррелированы с длиной дендритов, числом их ветвлений, гораздо больше, чем силуэтные изображения, именно потому, что внутренняя заполненная часть клетки влияет на показатель фрактальной размерности, нивелируя фрактальность клеточной границы. В целом, оказывается, фрактальная размерность достаточно тесно связана со многими линейными морфологическими признаками. При классификации нейронов многие клеточные типы достоверно отличаются своим значением фрактальности так же, как и рядом других признаков. Ясно, что фрактальность зависит

от типа нейрона, особенностей его роста, его специализации. Нейроны одной и той же клеточной линии, сформировавшиеся *in vivo* и выращенные *in vitro,* имеют различную фрактальную размерность; естественно, *in vitro* не происходит полное формирование клеточного типа из-за отсутствия соответствующих условий, необходимых для специализации клетки.

Такие показатели комплексного нелинейного анализа морфологии, как фрактальная размерность, лакунарность, мультифрактальный спектр, теоретически, могут отражать некоторые глубокие особенности биологии исследуемых объектов, так же, как фрактальная геометрия адекватнее описывает природу самоорганизующихся, детерминированно-хаотичных форм, чем геометрия эвклидова. Однако нейроны являются хаотичными структурами лишь отчасти. Поэтому моделирование нейронов с помощью DLA моделей, что встречается в литературе, отражает скорее элемент хаоса и самоорганизации в формировании этих структур, тогда как модели не синергетического плана, не включающие в себя самоорганизацию, воспроизводят детерминированные стороны роста нейрона.

	lac	**Db**	**Di**	**Db out**	**Di out**	**tot br**	**end br**	**N br P**	**N end br**	**S cell**	**S feald**
lac	1,00										
Db	**-0,85**	1,00									
Di	**-0,89**	**0,94**	1,00								
Db out	-0,22	0,06	0,25	1,00							
Di out	-0,17	0,10	0,20	**0,75**	1,00						
tot br	-0,41	0,27	0,38	**0,92**	0,61	1,00					
end br	-0,48	0,41	0,52	**0,91**	**0,78**	**0,94**	1,00				
N br P	-0,00	0,05	0,08	**0,72**	**0,73**	0,67	**0,75**	1,00			
N end br	-0,32	0,33	0,27	0,50	0,60	0,62	**0,71**	**0,83**	1,00		
S cell	-0,66	0,60	**0,68**	**0,77**	0,58	**0,92**	**0,94**	0,56	0,66	1,00	
S feald	-0,07	-0,10	0,02	**0,82**	0,41	**0,89**	**0,74**	0,58	0,50	**0,70**	1,00

Табл. 2. Корреляции фрактальных размерностей с традиционными морфометрическими признаками нейрона.

lac - лакунарность
Db – box-counting размерность
Di – информационная размерность
Db out - box-counting размерность контурных изображений
tot br – общая длинна дендритов
end br – длинна конечных дендритов
N br P - число точек ветвления
N end br - число конечных ветвей
S cell – площадь клетки
S feald – площадь дендритного поля

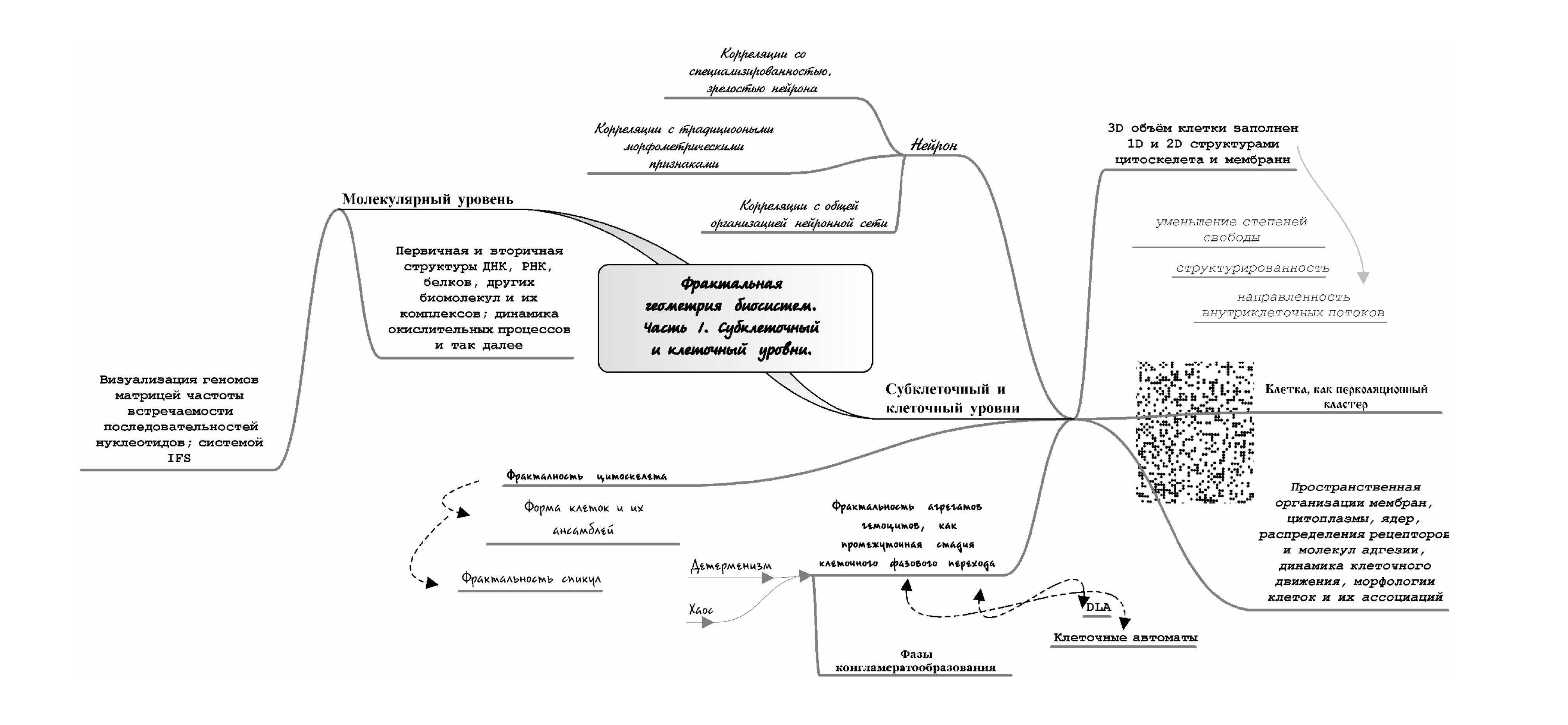
Так же, как фрактальная организация трёхмерного объёма клетки структурирует её наиболее эффективным способом, позволяя задействовать каждый участок цитоплазмы, точно направляя потоки вещества и энергии, так и фрактальность нейронов, с их многочисленными ветвящимися отростками, оптимизирована для передачи потоков информации. Нервную систему можно представить себе, как фрактальный одномерный объект (отростки нейронов, с их линейной передачей импульсов по прямой можно принять за одномерные объекты), заполняющий трёхмерный объём. Разбиение трёхмерного объёма на одномерные объекты структурирует систему, кардинально снижает число степеней свободы для проходящих в нём процессов, снижает уровень энтропии до уровня возможности возникновения сверхсложной организации, присущей мозгу. Этот уровень организации возникает благодаря самоорганизации процессов обработки информации, наиболее оптимальные паттерны самоорганизации ведут к преимущественному выживанию выработавших их видов и особей. Фрактальный алгоритм роста нейрона позволяет достичь сложной организации с помощью относительно небольшого объёма управляющей информации, приспосабливаться к меняющимся условиям, наиболее эффективно заполнять доступный объём и задействовать каждую структурную единицу этого объёма.

Было установлено, что фрактальная размерность может возрастать по мере роста нейрона и слегка уменьшаться на последней стадии формирования нервной системы, что обусловлено

ростом самой клетки и увеличением числа её ветвлений, общим усложнением морфологии, некоторое уменьшение фрактальной размерности можно объяснить некоторым снижением избыточного ветвления в процессе формирования устойчивых нейрональных связей; начальная избыточность отростков, синапсов, как и избыточность числа самих нейронов – известная особенность нейрогенеза. Кроме того, замечено возрастание фрактальной размерности по мере уменьшения специализированности нейронов. Многофункциональность, низкая специализация часто требуют более сложной, разветвлённой структуры нейрона, большего числа межнейрональных связей, чем узкая специализированность в обработке потоков информации. Возрастание значения фрактальной размерности на 0,1 отражает усложнение морфологической организации нейронов, растущих в клеточной культуре, приблизительно вдвое. Таким образом, значение фрактальной размерности дает количественную характеристику пространственной сложности нейрона, коррелирующую с его морфофункциональной организацией. Параметр фрактальности может отражать стадию развития нейрона, уровень его специализации, может и быть специфическим показателем, характеризующим его как элемент нейронной сети. Сеть, осуществляющую одни и те же функции, можно построить как из небольшого числа сложных, малоспециализированных элементов, так и из большого числа элементов простых, слаборазветвлённых, крайне узко специализированных. При этом фрактальность отдельных элементов сети, то есть нейронов, будет отличаться кардинально, тогда как фрактальность сети в целом может не измениться. Таким образом, биологический смысл таких комплексных морфометрических показателей, как фрактальная размерность, можно раскрыть, лишь рассматривая нейрон не только как отдельный обособленный элемент, но и как структурную единицу нейронной сети, частью которой он является.

Вопросы для самопроверки.

1. *Почему Мандельброт назвал фрактальную геометрию «геометрией природы»?*
2. *Приведите примеры квазифрактальности на молекулярном и субклеточном уровнях.*
3. *Что такое перколяция, перколяционный кластер, порог перколяции? Что исследует теория перколяции? Дайте описание клетки как перколяционного кластера.*
4. *Каково практическое использование анализа фрактальной размерности и других нелинейных параметров морфологии клеток?*
5. *Опишите методологию и раскройте теоретическое значение анализа нелинейных параметров нейронов.*
6. *Какими морфологическими и функциональными особенностями может определяться фрактальная размерность нейрона?*


Фрактальная геометрия биосистем. Часть 1. Субклеточный и клеточный уровни.
Молекулярный уровень
Первичная и вторичная структуры ДНК, РНК, белков, других биомолекул и их комплексов; динамика окислительных процессов и так далее
Визуализация геномов матрицей частоты встречаемости последовательностей нуклеотидов; системой IFS
Нейрон
Корреляции со специализированностью, зрелостью нейрона
Корреляции с традициоонными морфометрическими признаками
Корреляции с общей организацией нейронной сети
Субклеточный и клеточный уровни
3D объём клетки заполнен 1D и 2D структурами цитоскелета и мембранн
уменьшение степеней свободы
структурированность
направленность внутриклеточных потоков
Клетка, как перколяционный кластер
Пространственная организации мембран, цитоплазмы, ядер, распределения рецепторов и молекул адгезии, динамика клеточного движения, морфологии клеток и их ассоциаций
Фрактальность цитоскелета
Форма клеток и их ансамблей
Фрактальность спикул
Фрактальность агрегатов гемоцитов, как промежуточная стадия клеточного фазового перехода
Детерменизм
Хаос
DLA
Клеточные автоматы
Фазы конгламератообразования

Лекция 10. Фрактальная геометрия биосистем. Часть 2. Уровни организации: от органного до популяционного

Фрактальность тканей в патологии может быть исследована на примере опухолей. Нормальная ткань, фрактальность строения которой не выражено, например эпителий, при малигнизации, превращаясь в доброкачественную опухоль, приобретает квазифрактальное строение. Это объясняется тем, что перерождённые клетки перестают подчиняться практически любым регулирующим влияниям окружения, они теряют такие первичные свойства клеточного поведения дифференцированных клеток, как контактное ингибирование, то есть эти клетки опускаются до уровня дифференцировки эмбриональных, становятся недиференцированными (для дифференциации необходима тонкая система морфогенетических регуляций, таковая остаётся в окружении перерождённых клеток, но они теряют способность воспринимать эту информацию), эти клетки теряют способность образовывать надклеточные структуры (ткани) необходимой формы и размеров. Однако какая-то простейшая способность к самоструктуризации у них остаётся, настолько простая, что она может быть описана взаимодействием частиц, формирующих фрактальный кластер, или простым алгоритмом генерации хаотического фрактала, что позволяет доброкачественной опухоли приобрести фрактальное строение. При следующем шаге перерождения, когда опухоль становится злокачественной, она теряет фрактальное структурное самоподобие, скорее всего из-за того, что злокачественные клетки неспособны даже к элементарным межклеточным регуляциям, они становятся полностью «слепы» и неуправляемы (рис. 140).

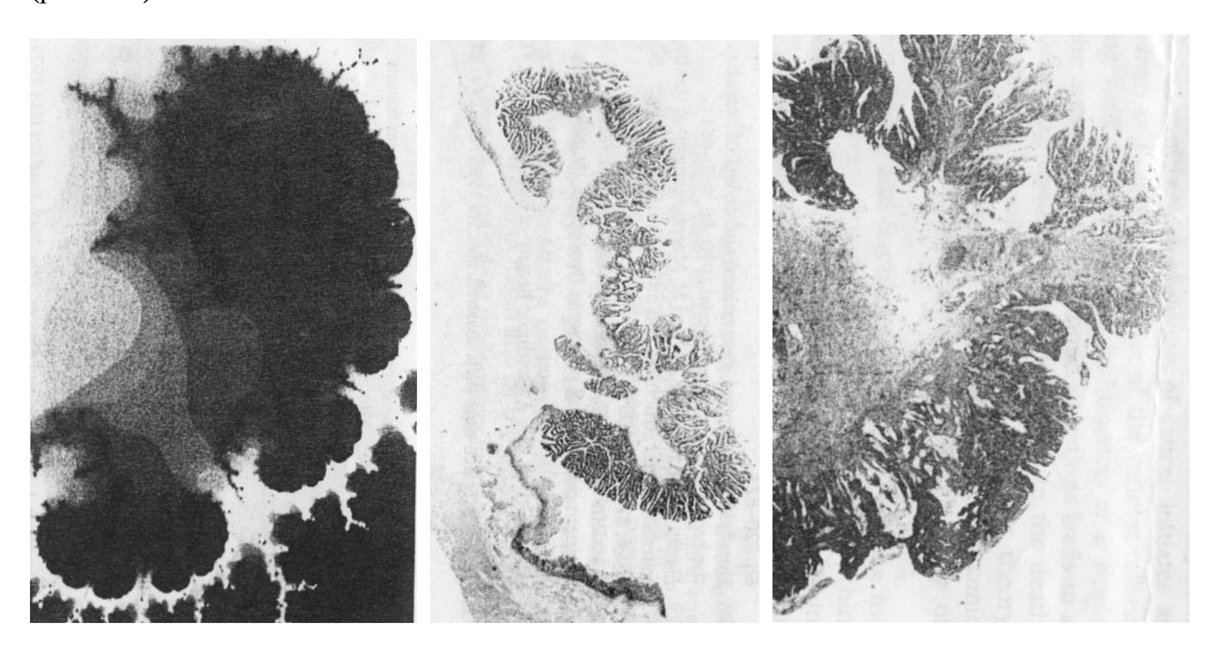


Рис. 140. Слева: Компьютерный фрактал; в центре: доброкачественная опухоль; справа: злокачественная опухоль.

Любой орган животного в норме также имеет квазифрактальную структуру, даже если внешне не выглядит фрактализованным. Каждая живая клетка многоклеточного образования должна непрерывно потреблять кислород, питательные вещества, избавляться от углекислого газа и продуктов обмена. Одним словом, она должна достаточно свободно контактировать с внешней средой, чтобы обмениваться с ней веществом и энергией. Для внутренней среды организма функцию внешней среды выполняет кровеносная система, она осуществляет газообмен, обмен питательными веществами, информационными молекулами, управляющими деятельностью клеток, в кровь сбрасываются продукты обмена. Обмен между кровеносной системой и внутренней средой организма осуществляется через двумерную поверхность эндотелия

капилляров, то есть через плоскость. Чем больше площадь обмена, то есть площадь эндотелия капилляров, тем обмен интенсивнее, тем большее количество продуктов обмена может быть перенесено через неё за единицу времени. Наиболее эффективно заполнить трёхмерный объём двумерной плоскостью, как упоминалось ранее, можно фрактальной укладкой этой плоскости внутри заданного объёма. Фрактальная укладка позволяет достичь изгибами или ветвлениями фрактальной самоподобной двумерной структуры, заполняющей трёхмерное пространство, каждой клетки, каждого участка внутри заполняемого ею объёма. Кровеносная система опутывает квазифрактальной капиллярной сетью внутренний объём каждого органа организма животного так, что в непосредственной близости от каждой клетки находится капилляр, через который происходит обмен клетки с окружающей средой. Кровеносная система организма и каждого отдельного органа квазифрактальна (рис. 141). Но, если рассматривать кровеносную систему как внешнее, относительно самого органа, пространство, например, если удалить из органа кровеносную систему, то и сам орган, разделённый на сегменты пространством, занимаемым ранее кровеносной системой, будет также представлять собой квазифрактал. Обобщая, можно сказать, что структура всякого достаточно большого многоклеточного органа всегда квазифрактальна, так как только через квазифрактальную организацию можно добиться эффективного обмена каждой клетки органа с окружающей средой. В злокачественных опухолях квазифрактальность пропадает и, хотя опухоль индуцирует образование вокруг себя густой кровеносной сети, когда она вырастает настолько, что клетки её внутренних слоёв, изолированные вышележащими пластами клеток, теряют способность обмениваться газами и веществом с окружающей средой, внутри опухоли наступает некроз.

Кроме кровеносной системы, квазифрактальна любая система, осуществляющая обмен вещества или информации внутри трёхмерного объёма, например, лимфатическая (рис. 142), нервная системы.

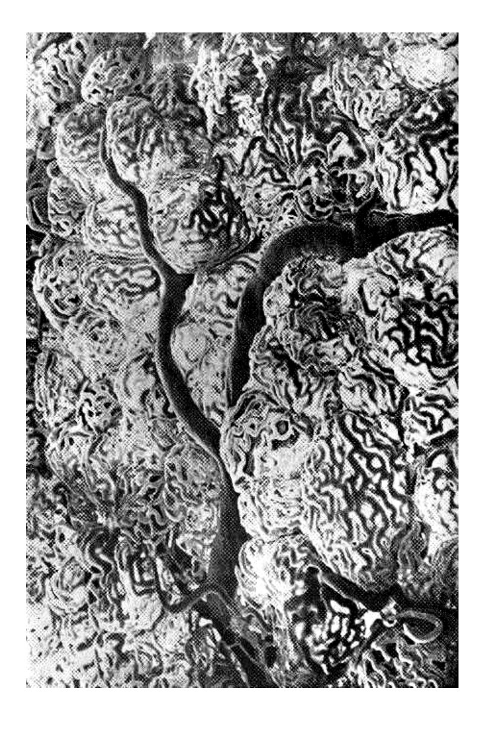


Рис. 141. Кровеносные сосуды щитовидной железы крысы.

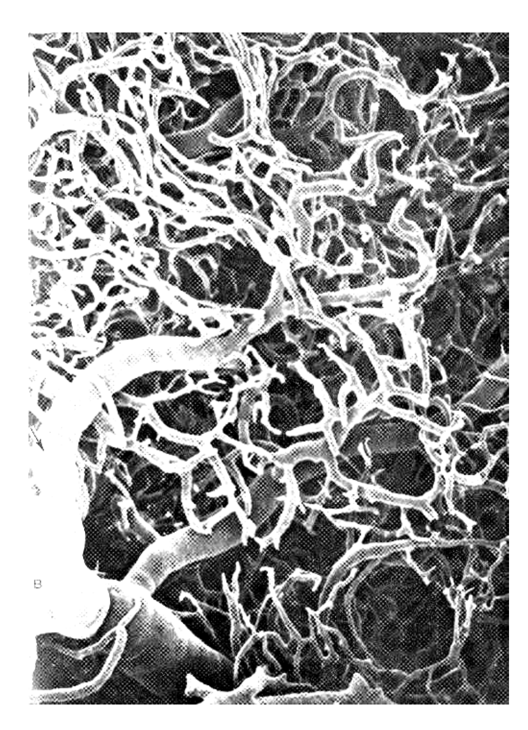


Рис. 142. Брыжеечный лимфатический узел крысы.

Квазифрактальное строение имеют органы, осуществляющие непосредственный обмен с окружающей средой: лёгкие, пищеварительная система. На рисунке 143 схематично изображена иерархия складчатостей тонкой кишки. Всасывание веществ осуществляется через мембрану всасывающих клеток слизистой оболочки кишки. Чем большую площадь мембраны удастся вместить в объём, отведённый пищеварительной системе, тем интенсивнее будет происходить всасывание, тем выше окажется КПД пищеварительной системы. Первый уровень складчатости – складчатость самой тонкой кишки, лежащей в полости тела, длина тонкой кишки довольно значительна, особенно у травоядных, у которых она может достигать 12 метров. Второй уровень складчатости – складки внутренней поверхности кишки, третий – крипты самой слизистой,

небольшие выпячивания, покрытые однослойным всасывающим эпителием, четвёртый – микроворсинки апикальной поверхности всасывающих клеток, и пятый – развитый ветвистый гликокаликс, в который встроены ферменты пристеночного пищеварения и который структурирует околомембранное пространство. Все эти ступени складчатости колоссально повышают площадь соприкосновения всасывающего эпителия с внутренней полостью кишки.

Второй пример: лёгкие. Лёгочное древо рассматривал как пример квазифрактальной структуры ещё Мандельброт, который предложил планарную компьютерную модель бронхиального дерева (рис. 144). Лёгкие обеспечивают газообмен между внутренней средой организма и внешней средой. Газы диффундируют через плоскость эпителия бронхиол. Чем сильнее ветвится лёгочное древо, тем большую площадь мембраны бронхиол, через которую происходит газообмен, можно будет вместить в ограниченный объем, занимаемый лёгкими. Теоретически, бесконечное ветвление увеличивает эту площадь до бесконечности. Реально же, число ветвлений ограничено, прежде всего, сопротивлением воздуха, проходящего через густую сеть микроскопических канальцев. При определённой густоте ветвления мышечное усилие, необходимое для прогона по бронхам воздуха, становится не оправданно большим. На рисунке 145 показана фотография трахейной системы лёгких собаки, получаемая заполнением лёгких отвердевающим веществом. Когда наполнитель проникнет в лёгкие и отвердеет, органические ткани удаляются, оставляя слепок лёгочного древа, на котором хорошо видна самоподобная ветвящаяся структура лёгких.

Фрактальный алгоритм позволяет построить сложный орган, состоящий из множества самоподобных элементов, используя минимальное количество генетической информации, и природа широко использует это преимущество фрактального строения. Для ветвящихся фрактальных морфогенезов достаточно задействовать два комплекса генов: гены, управляющие ростом воздуховодной трубки, и время от времени включающиеся гены, которые руководят процессом ветвления. Алгоритм роста таких фрактальных систем, по-видимому, довольно консервативен. Оказалось, что один и тот же сигнальный путь взаимодействия фактора роста фибробластов с рецептором этого фактора повторно используется при детерминации каждого последовательного шага ветвления и трахеол дрозофилы, и легких млекопитающих. Причём, хотя картина раннего ветвления трахеол дрозофилы и бронхиального дерева млекопитающих стереотипна, однако у терминальных ветвей нет жестко определяемого паттерна - он зависит от снабжения кислородом. На этом примере мы снова видим лабильность квазифрактальных структур, их способность к самоорганизации, адаптации.

Если для подвижных организмов характерна фрактализация внутренних органов и систем, то для неподвижных – внешних. Необходимо заметить, что с топологической точки зрения такие фрактализованные внутренние системы подвижных животных, как дыхательная или пищеварительная, также являются наружными и выполняют те же биологические функции интенсификации обмена со средой. Пример фрактализации внешнего строения тела – растения. Обмен газами, а также приём энергии солнечного света у растений происходит через двумерную плоскость поверхности зелёных листьев, и увеличение площади этой поверхности в пределах ограниченного объёма пространства, которое занимает каждое растение, достигается фрактализацией его формы. Древовидные структуры моделируются как моделями хаотической самоорганизации, воспроизводящей фрактальные кластеры, подобными модели DLA, так и нелинейными фрактальными алгоритмами. На рисунке 146 приведены примеры моделирования растений с помощью аттрактора *IFS*, упоминавшегося в описании фрактальности ДНК. Аттракторы строятся с использованием следующих уравнений: $x_{n+1} = a\, x_n + b\, y_n + e$; $y_{n+1} = c\, x_n + d\, y_n + f$. Посмотрите, насколько просты правила, необходимые для описания этих сложных биологических объектов, насколько минимальна информация, укладывающаяся в 2 коротких уравнения и небольшую таблицу начальных параметров. Однако для более правдоподобного моделирования необходимо вводить в алгоритм некоторую долю рандомизации, хаоса. Различные растения отходят в разной степени от среднестатистических форм, характерных для их вида. Если папоротник более – менее монотипичен, то жилкование листьев покрытосеменных деревьев или ветвление осоковых довольно вариабельно.

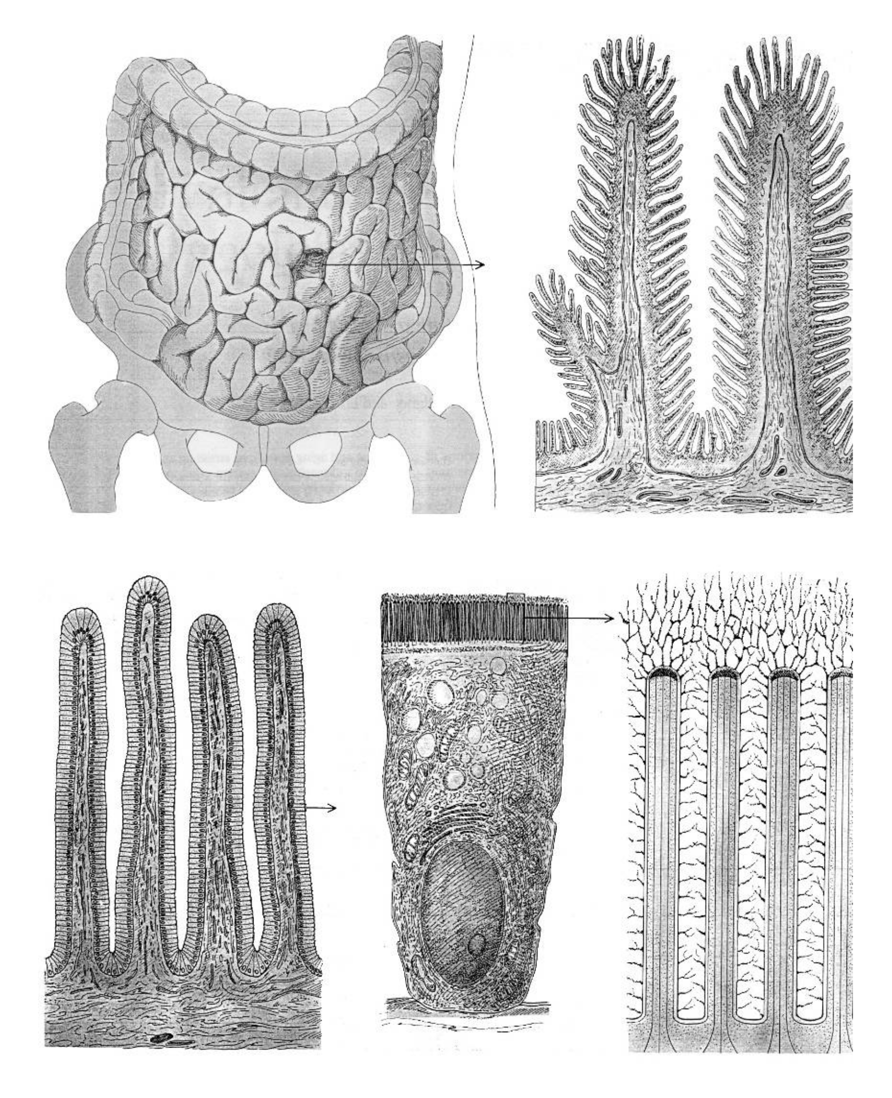


Рис. 143. Квазифрактальность пищеварительной системы.

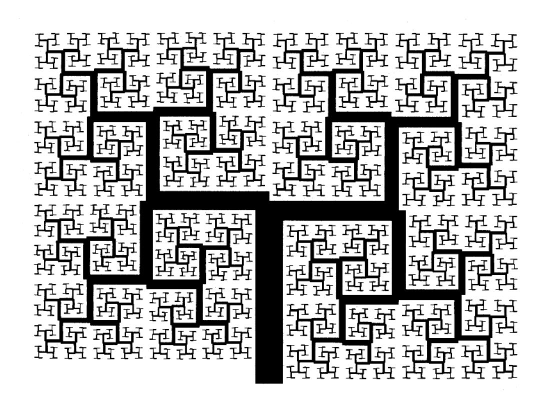


Рис. 144. Модель бронхиального дерева млекопитающих.

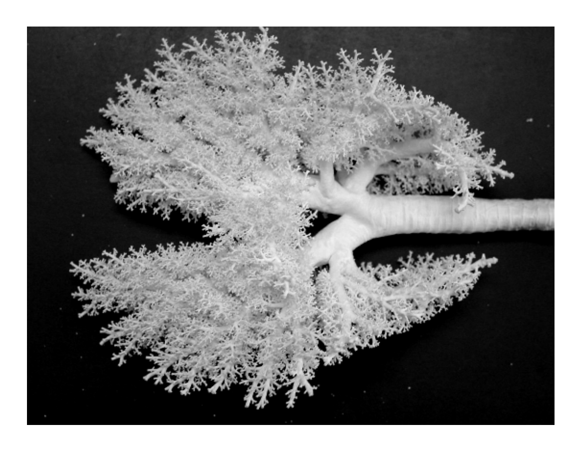
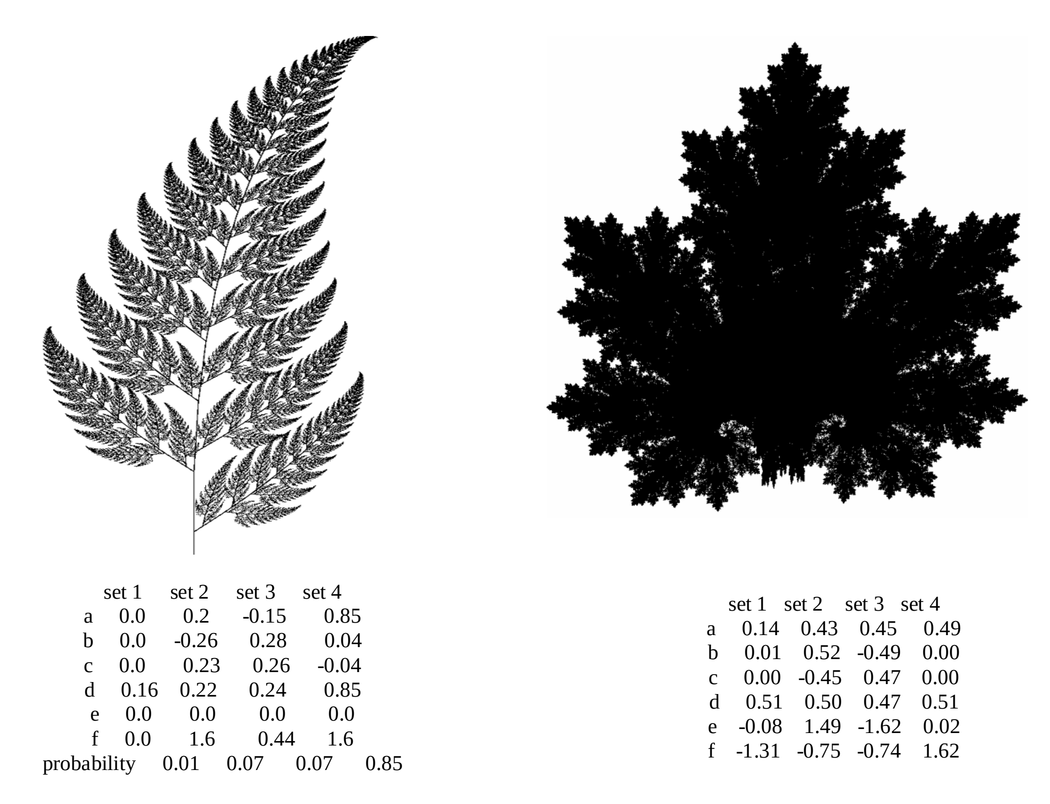


Рис. 145. Трахейная система лёгких собаки.



	set 1	set 2	set 3	set 4
a	0.0	0.2	-0.15	0.85
b	0.0	-0.26	0.28	0.04
c	0.0	0.23	0.26	-0.04
d	0.16	0.22	0.24	0.85
e	0.0	0.0	0.0	0.0
f	0.0	1.6	0.44	1.6
probability	0.01	0.07	0.07	0.85

	set 1	set 2	set 3	set 4
a	0.14	0.43	0.45	0.49
b	0.01	0.52	-0.49	0.00
c	0.00	-0.45	0.47	0.00
d	0.51	0.50	0.47	0.51
e	-0.08	1.49	-1.62	0.02
f	-1.31	-0.75	-0.74	1.62

Рис. 146. Примеры IFS аттракторов, имитирующих растительные структуры; ниже приведены таблицы параметров, для данных моделей.

Фрактализация корневой системы растений увеличивает площадь всасывания корнями воды с растворёнными в ней веществами, фрактализация ризоидов водорослей повышает прочность сцепления водоросли с субстратом. Колониальные животные с повторяющимися модульными элементами, такие, как гидроиды, также имеют квазифрактальное строение. Интересен пример хаотической фрактальности тела паразитического мешкогрудого ракообразного (рис. 147). Фрактальная хаотизация его внешнего строения обусловлена, с одной стороны, отсутствием необходимости поддерживать какую-либо стабильную форму, взрослая стадия этого существа изолирована от меняющегося внешнего мира, он живёт в тканях своего хозяина, и мутации, меняющие его форму, не устраняются естественным отбором. Продолжительное накопление этих мутаций приводит к деградации контроля формирования внешних элементов тела, ракообразное растёт и ветвится, как хаотический фрактальный кластер, паттерн его тела формируется слабо контролируемым ростом тканевых структур. С другой стороны, фрактализация, ветвление тела паразитического ракообразного увеличивает площадь контакта его внешних покровов, которыми он всасывает питательные вещества и осуществляет газообмен, с тканями хозяина, то есть фрактализация внешних покровов этого существа, ведущего сидящий образ жизни, ускоряет его обменные процессы.

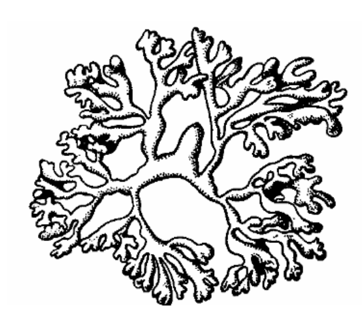


Рис. 147. Мешкогрудый рак. *Dendrogaster dichotomus*, самка.

Фрактал, который можно привести в качестве примера имитации хаотично-разветвлённой формы паразитического ракообразного, описан Мандельбротом (рис. 148). На рисунке представлен один и тот же фрактал, построенный при различных значениях аргумента. На примере этого фрактала Мандельброт показал процесс расплывания чернильного пятна по поверхности воды, то есть, в сущности, фрактальность процесса турбулентности. О детерминированном хаосе турбулентности мы говорили ранее. Появление подобного паттерна у ракообразного, путём накопления хаотических не устраняемых отбором мутаций, то есть хаотизация генома, отвечающего за внешнюю форму тела, можно назвать генетической турбулентностью, обладающей теми же свойствами детерминированного хаоса.



Рис. 148. Фрактал из книги Мандельброта «Фрактальная геометрия природы».

Другой пример квазифрактальной морфологии – фрактализация скелетных образований. Выше уже приводились примеры радиолярий, фрактальная разветвлённость скелета которых распределяет массу по достаточно большому объёму, чтоб они могли парить в слоях воды; фрактальность губчатой кости и спикульного минерального скелета иглокожих или губок повышает их прочность без увеличения веса. Посмотрите на сочленения костей черепа человека (рис. 149). Фрактализация поверхностей контакта костей друг с другом значительно увеличивает прочность сочленений. Максимального развития этот механизм увеличения прочности структуры фрактализацией поверхности контакта её частей достиг в сутуре некоторых видов вымерших моллюсков аммонитов. Аммониты были хищными плавающими моллюсками. Они должны были плавать достаточно быстро, чтоб поймать свою жертву, при этом раковина должна была быть лёгкой, иначе быстрое передвижение станет невозможным, но прочной, иначе случайные удары, неизбежные при стремительном передвижении, разобьют раковину. Решение нашлось в виде крайне фрактализованных перегородок между камерами раковины (называемых лопастной линией или сутурой), увеличивающих прочность камер без значительного увеличения их веса (рис. 150). Эффект повышения прочности при помощи складчатости структуры демонстрируется в детской загадке: как поставить стакан с водой на лист бумаги? Ответ: сложить лист бумаги гармошкой.

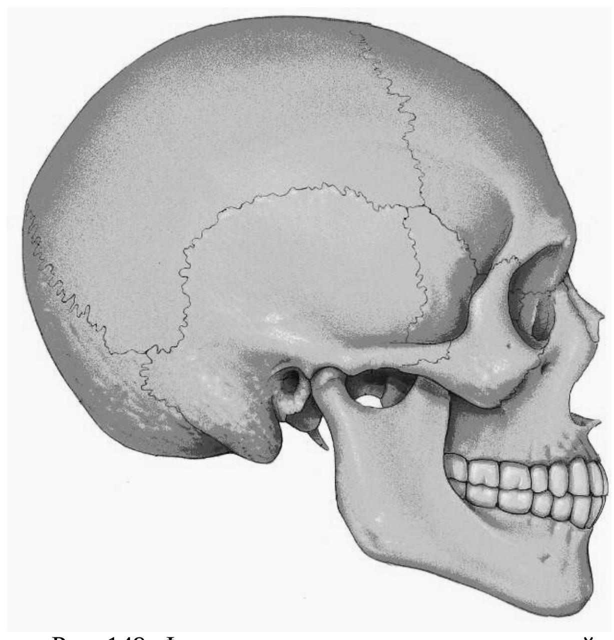


Рис. 149. Фрактализованные сочленения костей черепа.

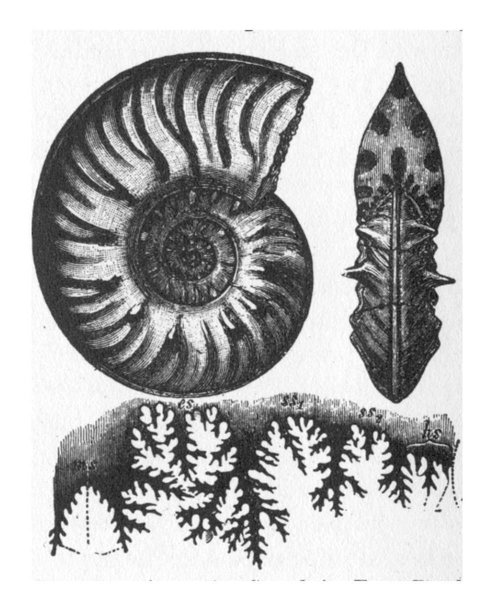


Рис. 150. Аммониты (вверху) и их сутура (внизу).

Интенсивной фрактализации могут достигать не все органы и системы организма, в разных группах наиболее сильно фрактализуется та или иная система органов. У турбеллярий, например, в процессе эволюции наиболее усложняются за счет ветвления кишечник и протонефридии, а у моллюсков – кровеносная система и пищеварительные железы. У многоножек и особенно насекомых трахейная система фактически вытесняет сложную систему ветвящихся кровеносных сосудов, свойственную большинству водных членистоногих. Как правило, фрактальность структур повышается в процессе эволюции, с интенсификацией деятельности органа. Также усложнение общего строения требует значительного увеличения управляющей развитием информации, что приводит к необходимости использовать процессы

самоорганизации, реализуемые часто при помощи фрактального морфогенеза. Примером фрактального самоподобия строения целого организма подвижного животного может служить раковина моллюска *Nautilus*, имеющая форму логарифмической спирали (рис. 151). Еще Д'Арси Томпсон заметил, что раковина головоногого моллюска *Nautilus pompilius*, морского ушка *Haliotis*, закрученные рога копытных – повторение одной и той же структуры с симметрией подобия, в основе которой лежит логарифмическая спираль (рис. 152).

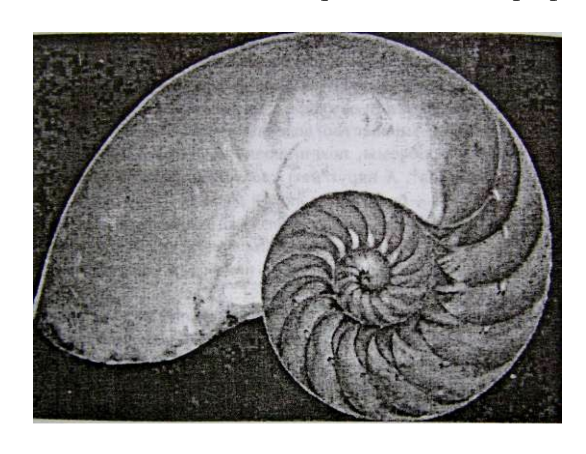


Рис. 151. Самоподобная раковина моллюска *Nautilus*, имеющая форму логарифмической спирали.

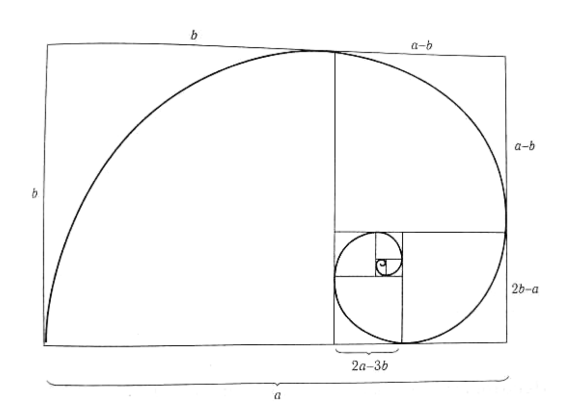


Рис. 152. Самоподобная последовательность прямоугольников, описывающих логарифмическую спираль, отношение сторон которых равно золотому сечению.

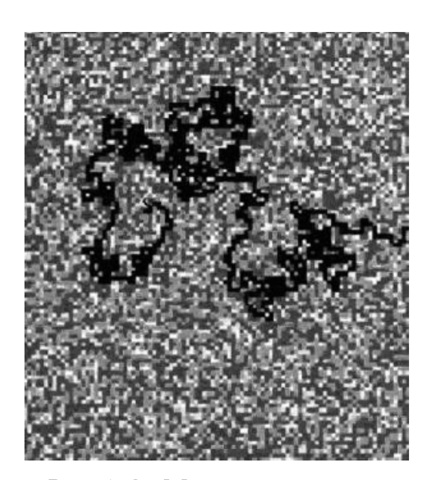


Рис. 153. Модель хаотического фрактального движения организма (чёрная кривая) через ландшафт с хаотичным распределением ресурсов (различная концентрация ресурсов отображена разными оттенками серого).

На эко-популяционном и биоценотическом уровнях исследовалась фрактальная структура поведенческих паттернов; фрактальность активности, в том числе движения, от одноклеточных до кашалота; фрактальная динамика многовидовых сообществ; фрактальные размерности коралловых рифов, таксономических систем, биоценотических ландшафтов, и другого. Динамика простого двухкомпонентного взаимодействия хищник-жертва также может иметь фрактальную структуру. На рисунке 153 показан пример моделирования хаотически фрактального движения организма через ландшафт с хаотичным распределением ресурсов.

Суммируя, можно перечислить направления использования квазифрактальных структур живыми организмами:

- увеличение площади контакта с внешней средой для систем, поглощающих и распределяющих вещества внешней среды внутри организма, чем достигается интенсификация обмена – это кровеносная, дыхательная, лимфатическая, пищеварительная системы подвижных многоклеточных, фрактализация листовой или талломной поверхности растений и водорослей, фрактализация тела паразитических ракообразных. Также увеличение площади контакта со средой может иметь значение также для сенсорных и захватывающих пищу органов (например, околоротовых щупалец), органов прикрепления у сидячих и паразитических организмов.

- формирование более сложных контактов между органами, частями или структурами в пределах одного организма – усложнение лопастной линии у аммонитов, швов между костями черепа позвоночных и так далее, чем достигается дополнительная прочность или, опять же, интенсификация обмена между структурами.

- совершенствование систем регуляции и контроля, имеющих иерархическое строение и максимально покрывающих внутреннее пространство организма: нервная и кровеносная системы;

- интеграция отдельных структур в системы более высокого порядка (фасеточные глаза, мышцы и т.п.);

- формирование различного рода полостей в костях, раковинах и других биоминеральных образованиях, фрактализация самих биоминеральных образований (скелет иглокожих, губок, радиолярий), приводящих к уменьшению их веса без снижения прочности);

- метамеризация структур и частей тела, увеличивающая объем органа, или размеры всего организма;

- фрактализация трёхмерного объёма с целью его структуризации, уменьшения степеней свободы для потоков вещества, энергии и информации внутри этого объёма: фрактальность цитоплазмы клетки;

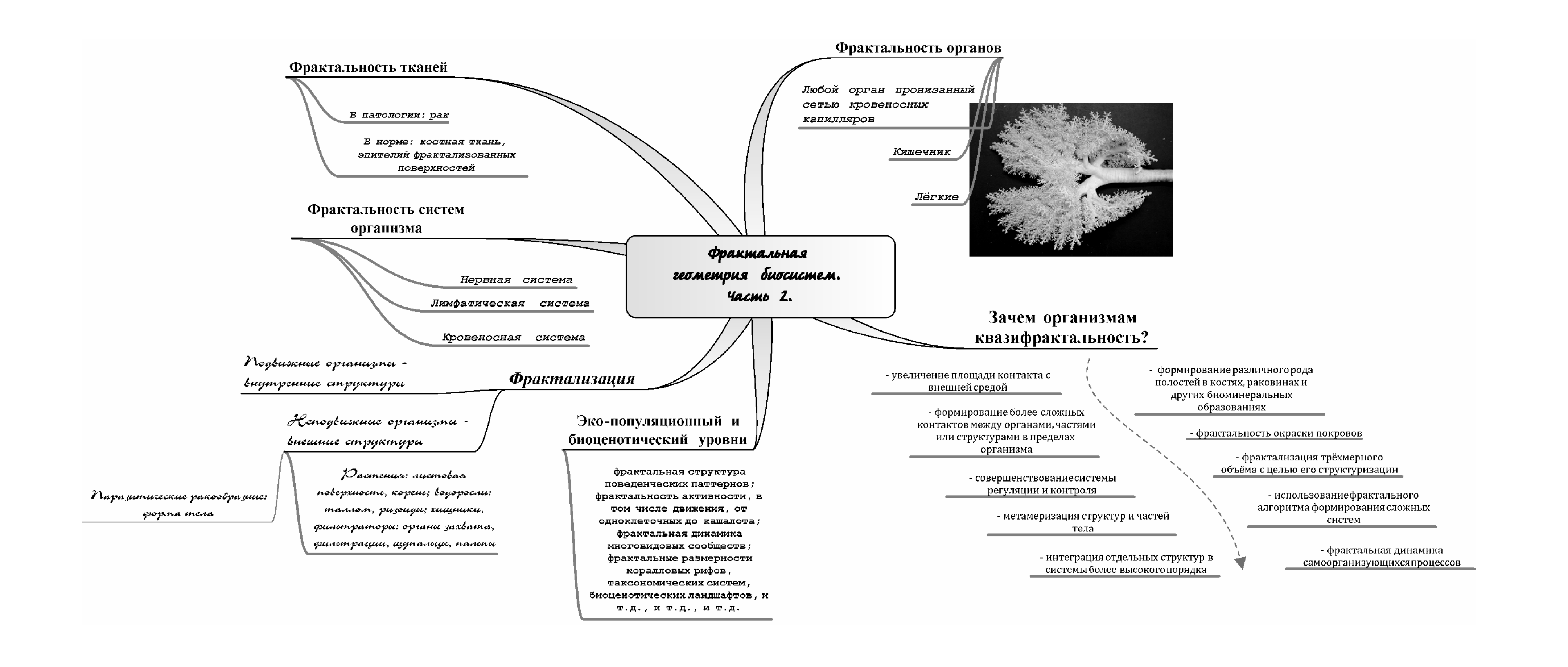
- использование фрактального алгоритма формирования сложных систем организма, включающего процессы самоорганизации, цель: уменьшение объёма управляющей информации, мобильности формирующейся структуры, её чувствительности к влияниям внешней среды, способности изменения в процессе развития, примеры: кровеносная, гастроваскулярная и прочие системы животных.

- фрактальность окраски покровов животных отражает процессы самоорганизации поведения клеток вырабатывающих пигмент. С одной стороны, для формирования таких паттернов требуются очень простые алгоритмы клеточного поведения, что, опять же, является экономией управляющей информации, с другой, хаотичные иррегулярные фрактальные паттерны наиболее органично вписываются в природный ландшафт, который и состоит из подобных паттернов, являясь пространственным отпечатком процессов детерминированного хаоса.

- фрактальная динамика самоорганизующихся процессов в живых системах.

Вопросы для самопроверки.

1. *Приведите примеры квазифрактальности на тканевом, органном уровне.*
2. *Приведите возникновение и исчезновение квазифрактальности на тканевом уровне при патологии.*
3. *Приведите примеры квазифрактальности на организменном уровне.*
4. *Какие свойства фракталов используют живые системы?*
5. *Какие преимущества даёт живым организмам квазифрактальная форма перед любой другой?*
6. *Приведите примеры квазифрактальности в морфологии сидячих, прикреплённых организмов.*
7. *Чем обусловлена квазифрактальность формы тела некоторые паразитических ракообразных?*
8. *Приведите примеры и раскройте эволюционные преимущества квазифрактальности скелетных образований.*
9. *Приведите примеры квазифрактальности в динамике функционирования живых систем.*
10. *Приведите примеры исследования фрактальности на популяционном и биоценотическом уровнях.*
11. *Как практически используются сейчас в биологии нелинейные показатели морфологии и физиологии биологических объектов?*
12. *Перечислите направления использования квазифрактальных структур живыми организмами.*


Фрактальная геометрия биосистем. Часть 2.
Фрактальность тканей
В патологии: рак
В норме: костная ткань, эпителий фрактализованных поверхностей
Фрактальность систем организма
Нервная система
Лимфатическая система
Кровеносная система
Фрактализация
Подвижные организмы - внутренние структуры
Неподвижные организмы - внешние структуры
Растения: листовая поверхность, корень; водоросли: таллом, ризоиды; хищники, фильтраторы: органы захвата, фильтрации, щупальца, пальпы
Паразитические ракообразные: форма тела
Эко-популяционный и биоценотический уровни
фрактальная структура поведенческих паттернов; фрактальность активности, в том числе движения, от одноклеточных до кашалота; фрактальная динамика многовидовых сообществ; фрактальные размерности коралловых рифов, таксономических систем, биоценотических ландшафтов, и т.д., и т.д., и т.д.
Фрактальность органов
Любой орган пронизанный сетью кровеносных капилляров
Кишечник
Лёгкие
Зачем организмам квазифрактальность?
- увеличение площади контакта с внешней средой
- формирование более сложных контактов между органами, частями или структурами в пределах организма
- совершенствование системы регуляции и контроля
- метамеризация структур и частей тела
- интеграция отдельных структур в системы более высокого порядка
- формирование различного рода полостей в костях, раковинах и других биоминеральных образованиях
- фрактальность окраски покровов
- фрактализация трёхмерного объёма с целью его структуризации
- использование фрактального алгоритма формирования сложных систем
- фрактальная динамика самоорганизующихся процессов

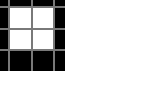
Приложение 1.

Словарь терминов, описывающих пространственно-временные паттерны, генерируемые Клеточными автоматами.

Сленг сообщества создателей КА породил целый словарь терминов, описывающих структуры и процессы, порождаемые КА, здесь приведены несколько названий наиболее часто встречающихся структур.

- ***агар***: любой паттерн, покрывающий всё игровое поле и обладающий периодичностью в пространстве и времени.



- ***блок***: самая простая стабильная структура “Life”. 

Другие примеры «неподвижных» стабильных структур: 

Эти структуры кажутся неподвижными, но эффект неподвижности возникает лишь потому, что дочерние клетки появляются на месте родительских.

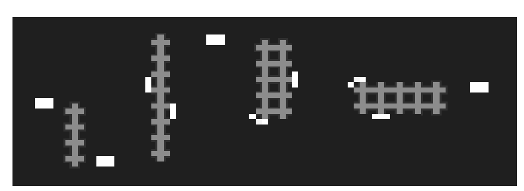
- ***рука***: длинный вырост, исходящий из движущейся структуры перпендикулярно направлению её движения.

- ***пепел***: (стабильный или осциллирующий), остаток остающийся после эволюции хаотичного паттерна.

- ***катализатор***: структура, запускающая «реакцию», оставаясь при этом неизменной (конечно, это не так, просто процесс перестройки приводит к возвращению начальной формы «катализатора» через несколько шагов).

- ***кластер***: любой паттерн, в котором живые клетки не разделены более чем двумя последовательно расположенными мёртвыми клетками.

- ***канал (conduit)***: Система неподвижных структур или осцилляторов, перемещающих другую структуру, возможно, трансформируя её при этом, но не оставляя неисчезающего «пепла» по пути, и не разрушая необратимо перемещаемых осцилляторов и не осциллирующих структур. На изображении светлые прямоугольники – перемещающиеся слева направо структуры, серые – каналы.



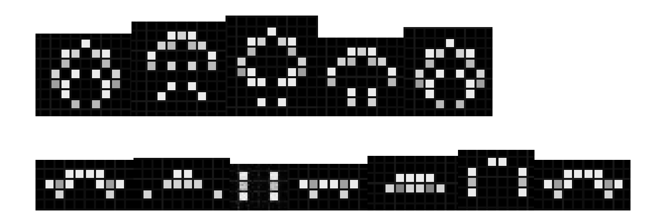
- ***жизнестойкий (diehard)***: паттерн, исчезающий после продолжительной эволюции.

- ***фабрика***: то же, что и пушка, но не планерная пушка; также паттерн, периодически производящий структуры (кроме космолётов и грабель).

- ***веер (fanout)***: паттерн производящий 2 или более структуры, сходные с той, которую принял в себя.

- ***период***: наименьшее число генераций, необходимых для того, чтоб осциллятор или космолёт повторил в процессе трансформации свою начальную форму.

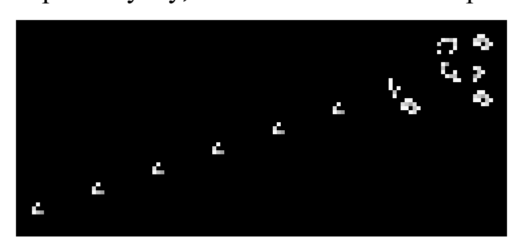
- ***космолёт***: любой ограниченный, циклически трансформирующийся паттерн, при этом смеющийся в пространстве. На рисунках примеры двух космолётов (показаны их циклы трансформаций, периоды).



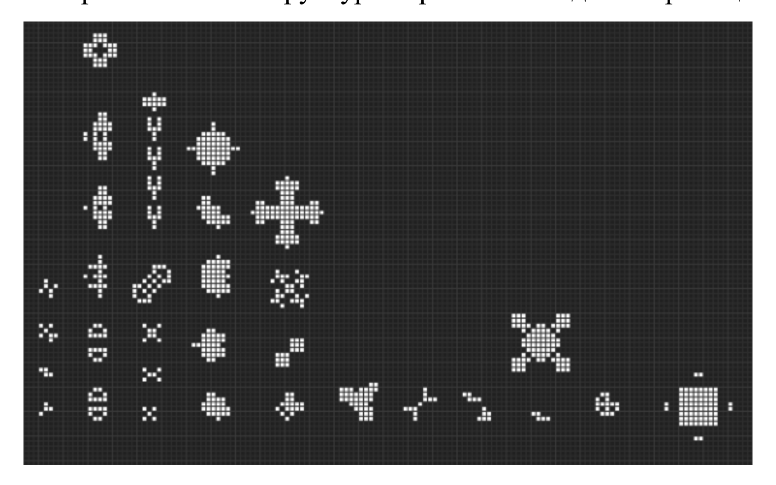
- ***распылитель (puffer)***: структура подобная космолёту, но оставляющая после себя след.



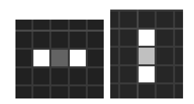
- ***грабли (rakes)***: любая синица, продуцирующая космолёты (на рисунке структура в правом верхнем углу, влево вниз тянется вереница периодически испускаемых космолётов).



- ***пушка***: любой стационарный паттерн, постоянно испускающий космолёты (spaceships) или грабли (rakes).
- ***осциллятор***: любой паттерн в процессе трансформации периодически возвращающийся к прежнему состоянию (на рисунке набор осцилляторов для правила «34678/3678», часто такой набор стабильных структур собранных на одной странице называют «коллекцией марок»).



- ***статор***: клетка осциллятора, которая всегда жива.
- ***ротор***: клетка осциллятора, изменяющая своё состояние.
- ***феникс***: паттерн, все клетки которого умирают каждую генерацию, но который при этом не умирает как целое (просто умирающие клетки на следующей генерации успевают породить дочерние в те клетки, которые были до этого мертвы).
- ***мигалка (blinker)***: простейший и наиболее часто встречающийся в игре “Life” осциллятор.

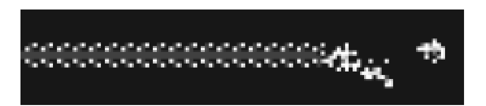


- ***фильтр***: осциллятор, уничтожающий некоторые, но не все космолёты в веренице оных.

- ***флиппер***: осциллятор или космолёт, в процессе трансформации временно производящий своё зеркальное отображение.

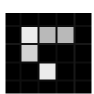
- ***флотилия***: космолет, состоящий из нескольких меньших взаимодействующих космолётов.

- ***запал (fuse)***: структура «сгорающая» с одного конца, часто оставляет после себя фитиль (wick) - неподвижный или осциллирующий паттерн (на рисунке – запал, «сгорающий» на правом конце).



- ***сад Эдем***: структура, не имёющая родительской генерации, и потому возможная только в нулевой генерации.

- ***планер (glider)***: маленький, чаще всего встречающийся космолётик в игре “Life”.



- ***реле***: какой-либо осциллятор, в котором космолёты (обычно это планеры) движутся по замкнутой траектории (планер в центре рисунка движется от верхней части реле к нижней).



- ***едок (eater)***: любая стабильная структура, «поглощающая» другие паттерны, при этом, не разрушаясь необратимо (на рисунке в центре, к ней сползаются планеры, которые она пожирает).



- ***репликатор***: конечный паттерн, который периодически производит копии самого себя.
- ***суп***: хаотический начальный паттерн, покрывающий всё игровое пространство
- ***космическая пыль***: выглядящая хаотичной часть осциллятора или космолёта.

Приложение 2.

Словарь основных имён и терминов к курсу «Синергетика».

Аддитивность (англ. *addition* - добавление, прибавление) - свойство величин, состоящее в том, что значение величины, соответствующее целому объекту, равно сумме значений величин, соответствующих его частям при любом разбиении объекта на части.

Аттрактор (англ. *attract* - привлекать, притягивать) - 1. Установившиеся режимы движения, иными словами, множество точек (в простейшем случае - одна точка) в фазовом пространстве системы, к которым стремятся ее траектории; 2. Геометрические образы, характеризующие поведение системы в фазовом пространстве после достаточно длительного периода времени. Размерность странного аттрактора фрактальна.

Барнсли, Мишель (*Michael F. Barnsley; Michael.Barnsley@maths.anu.edu.au http://wwwmaths.anu.edu.au/~barnsley/*) – исследователь, работающий над компрессией информации осуществляемой по фрактальному алгоритму. В 1987 году основал компанию *Iterated Systems Incorporated*, в 1988 опубликовал книгу «Фракталы повсюду» (*«Fractals Everywhere»)*. Кроме того, известен созданием метода "Систем Итерируемых Функций" (*Iterated Functions System - IFS*).

Больцман, Людвиг (Ludwig Boltzmann; 1844 -1906) - австрийский физик, один из основоположников статистической физики и физической кинетики.
Применяя статистические методы к кинетической теории идеальных газов, Больцман вывел основное кинетическое уравнение газов, являющееся основой физической кинетики. Важнейшая его заслуга - исследование необратимых процессов и статистическая трактовка второго начала термодинамики.

Гарднер Макс (M. Gardner, р. 1914) - известный американский математик, популяризатор математики. В данной работе упомянуты его идеи, касающиеся клеточных автоматов.

Генетический алгоритм - метод, включающий в себя случайный перебор моделей поведения (алгоритмов, переменных) и закрепление тех из них, которые ближе всего приводят к искомому результату.

Динамическая система - это такая система, состояние которой меняется во времени в соответствии с фиксированными математическими правилами.

Детерминированный (динамический) хаос - 1. Явление в теории динамических систем, при котором поведение нелинейной системы выглядит случайным, несмотря на то, что оно определяется детерминистическими законами. Причиной появления хаоса является неустойчивость по отношению к начальным условиям и параметрам: малое изменение начального условия со временем приводит к сколь угодно большим изменениям динамики системы; 2. Сложное непредсказуемое поведение детерминированной нелинейной системы. Оказалось, что простые системы (иногда - вызывающе простые модельные системы), состоящие из малого числа компонентов, с детерминированными правилами, не включающими элементов случайности, могут проявлять случайное поведение, достаточно сложное и непредсказуемое, причем случайность носит принципиальный, неустранимый характер. Такого рода случайность, непредсказуемость развития системы понимается как ***хаос***.

Диссипативная система (или диссипативная структура) - это открытая система, которая оперирует вдали от термодинамического равновесия. Иными словами, это устойчивое состояние, возникающее в неравновесной среде при условии диссипации (рассеивания) энергии, которая поступает извне. Диссипативная система иногда называется еще стационарной открытой системой или неравновесной открытой системой. Диссипативная система характеризуется спонтанным появлением сложной, зачастую хаотичной структуры. Простым примером такой

системы являются ячейки Бенара. В качестве более сложных примеров можно назвать лазеры, реакцию Белоусова-Жаботинского и даже саму биологическую жизнь. Термин «диссипативная система» введен Ильёй Пригожиным.

Диссипация - (лат. *dissipatio*), рассеяние. В физике важную роль играет диссипация энергии - переход части энергии упорядоченных процессов (кинетической энергии движущегося тела, энергии электрического тока и т. д.) в энергию неупорядоченных процессов, в конечном итоге в тепло.

Задача коммивояжера (*TSP - traveling salesman problem*) - классическая задача, используемая для тестирования эффективности генетических алгоритмов. Суть задачи состоит в том, чтобы найти кратчайший замкнутый путь обхода нескольких городов, заданных своими координатами.

Информация - любое взаимодействие между объектами, в процессе которого один приобретает некоторую субстанцию, а другой ее не теряет, называется информационным взаимодействием. При этом передаваемая субстанция называется информацией. Иначе: количественная мера устранения неопределенности (беспорядка), мера организованности системы. В неживой природе понятие информации связывают с понятием отражения, отображения.

Йорк, Джеймс *(James W. York, Jr.; р. 1939;* http://www.astro.cornell.edu/people/facstaff-detail.php?pers_id=118*)* - один из основоположников теории хаоса. Ныне профессор физики и астрономии государственного университета Северной Каролины, США. Широко известен существенным вкладом в общую теорию относительности.

Кантор, Гео́рг (*George Cantor; 1845 - 1918*) - немецкий математик, внёсший большой вклад в современную математику. Кантор считается основателем теории множеств. Ему принадлежит следующая характеристика понятия «множество»: Множество - это объединение определённых, различных объектов, называемых элементами множества, в единое целое. Именем Кантора названо *канторово множество* (канторова пыль) - фрактальное множество нулевой меры на отрезке. Он был единственным математиком и философом, который считал, что актуальная бесконечность не только существует, но и в полном смысле постижима человеком. Кантор доказал существование иерархии бесконечностей, каждая из которых "больше" предшествующей. Его теория трансфинитных множеств, пережив годы сомнений и нападок, в конце концов, выросла в грандиозную революционизирующую силу в математике *XX* в. и стала ее краеугольным камнем.

Каскад бифуркаций - отображение самого распространённого механизма перехода системы в непредсказуемый, детерминировано хаотичный режим поведения. Каскад бифуркаций ведет последовательно к появлению выбора между двумя решениями, затем четырьмя и т.д.; система начинает колебаться в хаотическом, турбулентном режиме последовательного удвоения возможных значений.

Катастрофа (бифуркация) - скачкообразное изменение, возникающее в виде внезапного ответа системы на плавное изменение внешних условий.

Квазифрактал - неправильный фрактал, фракталоподобный объект.

Клеточный автомат - это математический объект с дискретными пространством и временем. Каждое положение в пространстве представлено отдельной клеткой, а каждый момент времени - дискретным временным шагом или поколением. Состояние каждого пространственного локуса или клетки определяется очень простыми правилами взаимодействия. Эти правила предписывают изменение состояния каждой клетки в следующем такте времени в ответ на текущее состояние соседних клеток. Впервые мысль о таких автоматах отмечена в работах Неймана в 1940-х годах, когда он работал над идеей саморепродуцирующихся машин. Вплоть до конца 60-х идея клеточных автоматов была забыта и лишь в 1970 Джон Конвей, математик Кембриджского университета, описал ныне широко известный двумерный клеточный автомат, названный «Игра

жизни» («*Game of life*»). Игра разыгрывается на двумерном массиве, во избежание краевого эффекта свернутом в тор. Каждая клетка может быть в одном из двух состояний: клетка может быть «живой» (на экране - черной) или «мертвой» (на экране - белой). Если клетка в текущем моменте времени жива, то в следующем такте времени она будет жива в лишь в том случае, если две или три из восьми соседних клеток живы в текущем такте времени. В противном случае, клетка погибает. Если клетка мертва, то в следующем такте времени она оживает, если и только если ровно 3 соседние клетки живы в текущем такте времени. В противном случае клетка остается мертвой. Если в качестве начального состояния установить случайное распределение живых и мертвых клеток, запустить модель и проследить за ее эволюцией, то можно увидеть следующее: часть структур стабилизируются и не изменяются во времени, часть претерпевают циклические изменения, и, наконец, некоторые развиваются, не повторяясь, практически неограниченное время.

Конвей Дж. (*John Horton Conway; 1937; conway@Princeton.EDU*) - английский математик, работающий над теорией конечных групп, теорией узлов, теорией чисел, теорией комбинаторных игр и теорией кодирования. Известен созданием в 1970-м году игры «*Жизнь*» («*Life*») - компьютерной программы клеточного автомата, привёдшей к буму исследований в области клеточных автоматов. Ныне профессор Принстонского университета, США.

Лакунарность - мера неоднородности заполнения объектом пространства.

Лапла́с, Пьер-Симо́н (*фр. Pierre-Simon Laplace; 1749 - 1827*) - французский математик и астроном. Заслуги Лапласа в области чистой и прикладной математики и, особенно, в астрономии громадны: он усовершенствовал почти все отделы этих наук. В философии Лаплас был приверженцем детерминизма. Он постулировал, что если бы какое-нибудь разумное существо смогло узнать положения и скорости всех частиц в мире в некий момент, оно могло бы абсолютно точно предсказать эволюцию Вселенной. Такое гипотетическое существо впоследствии названо *демоном Лапласа*. Обоснование космогонической гипотезы в трудах Лапласа сопровождалось перестройкой оснований науки: статичная ньютонианская картина мира заменялась эволюционной механической картиной мира. Перестраивая основания науки, Лаплас опирался на философские идеи Лейбница и французских материалистов *XVIII* века, в частности, на концепцию Гольбаха о всеобщей причинной связи тел во Вселенной. В истории науки концепция причинного объяснения эволюции и изменения больших систем по жестким однолинейно направленным динамическим законам получила наименование *лапласовского детерминизма*. П. Лаплас в работе «Опыт философии теории вероятностей» (1814) довел идеи механистического детерминизма до логического конца: он исходит из постулата, согласно которому из знания начальных причин можно всегда вывести однозначные следствия. Историческое значение лапласовского детерминизма состояло в том, что он стал логическим средством научного объяснения эволюционных процессов и массовых событий в механической картине мира, заменив аналитическую поэлементную форму причинного объяснения синтетическим видением переплетающихся причинных рядов в универсуме. Лапласовский детерминизм стал нарицательным обозначением механистической методологии классической физики.

***Лейбниц* Готфрид Вильгельм фон** (*нем. Gottfried Wilhelm von Leibniz; 1646 - 1716*) - немецкий (саксонский) философ и математик славянского происхождения. Явился завершителем философии *XVII* в., предшественником немецкой классической философии. В математике важнейшей заслугой Лейбница является разработка (наряду с Ньютоном и независимо от него) дифференциального и интегрального исчисления. Лейбниц также ввёл бинарную систему счисления с цифрами *0* и *1*, на котором базируется современная компьютерная техника.

Линденмайер, Аристид (*Aristid Lindenmayer 1925 – 1989*) – венгерский биолог, разработавший в 1968 году формальный язык, называемый сегодня L-системами, используемый для моделирования линейных фракталов и фракталоподобных природных объектов, в особенности растений.

Лоренц, Эдвард Но́ртон (*Edward Norton Lorenz; 1917*) **–** американский математик и метеоролог, ранний пионер теории хаоса. Открыл странный аттрактор, исследуя динамику конвекционных потоков. Ныне профессор Массачусетского института технологий.

L-системы - (от имени *Lindenmayer*) системы моделирования линейных фракталов. L-системы часто называют черепашьей графикой. Команды управления системой просты: сделать шаг вперёд (обозначается «F»), повернуть направо (обозначается «+»), повернуть налево (обозначается «-»), сделать шаг вперёд без перерисовки (прыжок, обозначается «B»). Из этих команд и составляется сценарий построения рисунка. После построения шаблона (первого хода прорисовки) запускается итерационный процесс: каждая прямая линия рисунка («F») изменяется на фигуру, прорисовываемую по той команде, по которой прорисовывался шаблон.

Майнхардт Х. (*Hans Meinhardt; meinha@bio.tuebingen.mpg.de)* - заслуженный профессор института Макса Планка, Германия. Создал ставшие классическими динамические компьютерные имитационные модели структурообразования, основанные на допущении взаимодействия двух диффундирующих морфогенов - активатора и ингибитора.

Мальтус, Томас Роберт (*англ. Thomas Robert Malthus; 1766 - 1834*) - английский священник и учёный, демограф и экономист, автор пессимистической теории, согласно которой неконтролируемый рост народонаселения должен привести к голоду на Земле. Именем Мальтуса названо простейшее уравнение, описывающее динамику численности популяции, которое способно через каскад бифуркаций привести популяцию в состояние детерминированного хаоса: $x_c = rx(1-x)$.

Модель Эдена (*Eden's Model*) - предшественник DLA модели. Центральная частица кластера помещается в центр поля, остальные частицы хаотично добавляются к границам кластера. Так как новые частицы присоединяются к разным частям конгломерата со статистически равной вероятностью, кластер получается округлый.

Мультифрактал - фрактал, строящийся по нескольким чередующимся алгоритмам, каждый из которых формирует структуру со своей фрактальной размерностью. Не описывается единой фрактальной размерностью, но только мультифрактальным спектром - рядом фрактальных размерностей, измеренных на разных шкалах.

Мэй, Роберт - австралийский биолог, обнаруживший, что увеличение параметра r в уравнении Мальтуса ведёт к возрастанию степени нелинейности в системе.

Не́йман, Джон фон *или* ***Янош Лайош Не́йман*** (*венг. Neumann János Lajos; нем. John von Neumann; 1903 - 1957*) - венгро-немецкий математик еврейского происхождения, сделавший важный вклад в квантовую физику, функциональный анализ, теорию множеств, информатику, экономику и другие отрасли науки. Наиболее известен как праотец современной архитектуры компьютеров (так называемая архитектура фон Неймана), применением теории операторов к квантовой механике (Алгебра фон Неймана), а также как участник Манхэттенского проекта и как создатель теории игр и концепции клеточных автоматов, разработанной для им в 50-е годы для изучения биологической репродукции.

Нелинейные дифференциальные уравнения - уравнения, содержащие неизвестные функции и их производные в степени выше первой или каким-либо более сложным образом.

Нелинейное поведение - определяется нелинейной зависимостью от переменных, математически описываясь нелинейными уравнениями.

Нелинейная система - динамическая система, в которой протекают процессы, описываемые нелинейными дифференциальными уравнениями.

Обыкновенное дифференциальное уравнение - это некоторое утверждение о производной неизвестной функции одной переменной. Неформально говоря, дифференциальное уравнение - это уравнение, в котором неизвестной величиной является некоторая функция.

Открытая система - система, которая обменивается веществом и энергией с внешним, по отношению к системе миром, в отличие от ***закрытой системы***, в которую и из которой ни вещество, ни энергия не могут войти или выйти.

Последовательность Фейгенбаума - или сценарий удвоения периода. М. Фейгенбаум выявил закономерность, определяющую поведение разнообразных нелинейных систем с последовательными бифуркациями удвоения периода: до определенного порога значений параметров система имеет периодический режим с периодом *T*, который удваивается при переходе через порог (период становится равным *2 T*), затем при переходе через следующий порог снова удваивается, становится равным *4 T*, и т.д. Последовательность значений параметра, соответствующих последовательным удвоениям, асимптотически ведет себя как геометрическая прогрессия со значением знаменателя 1/4.669... Последовательность Фейгенбаума - один из типичных сценариев перехода от порядка к хаосу, от простого периодического режима к сложному апериодическому при бесконечном удвоении периода. Последовательность Фейгенбаума имеет самоподобную, фрактальную структуру - увеличение какой-либо области выявляет подобие выделенного участка всей структуре.

Пригожин, Илья Романович *(1917 - 2003)* - родился в Москве, жил и работал в Бельгии. С 1962 г. он - директор Международного Сольвеевского института физической химии, а с 1967 г. - директор Центра статистической механики и термодинамики Техасского университета (*США*). В 1977 г. получил Нобелевскую премию за работы по нелинейной термодинамике, в частности, по теории диссипативных структур. Пригожин является автором и соавтором целого ряда книг: «Термодинамическая теория структуры, устойчивости и флуктуаций», «Порядок из хаоса», «Стрела времени» и других, в которых он развивает математические, физико-химические, биологические и философские идеи теории самоорганизации в нелинейных системах, исследует причины и закономерности рождения «порядка из хаоса» в богатых энергией открытых для потоков вещества и энергии системах, далеких от термодинамического равновесия, под действием случайных флуктуаций.

Принцип неопределённости Гейзенберга - назван по имени немецкого физика Вернер-Карл Гейзенберга (*Heisenberg*; *1901 - 1976*), сформулировавшего его в 1927 г. Этот принцип гласит: динамические переменные, характеризующие систему, могут быть разделены на две (взаимно дополнительные) группы:

1) временные и пространственные координаты (t и q);
2) импульсы и энергия (p и E).

При этом невозможно определить одновременно переменные из разных групп с любой желаемой степенью точности (например, координаты и импульсы, время и энергию). Это связано не с ограниченной разрешающей способностью приборов и техники эксперимента, а отражает фундаментальный закон природы. Его математическая формулировка дается соотношениями: $\Delta q \cdot \Delta p \simeq \frac{h}{2\pi}$ и $\Delta t \cdot \Delta E \simeq \frac{h}{2\pi}$, где Δ_q, Δ_p, Δ_E, Δ_t - неопределенности (погрешности) измерения координаты, импульса, энергии и времени, соответственно; h - постоянная Планка.

Пуанкаре, Жюль Анри (*фр. Poincaré, Jules Henri; 1854 - 1912*) - французский математик, физик и астроном, автор философской доктрины конвенционализма, труды которого, с одной стороны, завершили построение математики и физики классического периода, а с другой стороны, открыли пути развития математики нового типа, где одновременно с количественными соотношениями устанавливались факты, носящие качественный характер. Пуанкаре в конце *XIX* века создал топологию и теорию динамики систем - так называемые «аттракторы».

Размерность - в математике - общее название для числа степеней свободы, т.е. числа независимых параметров, необходимых для описания состояния объекта, или, другими словами, для определения его положения в неком абстрактном пространстве.

Реакция Белоусова - Жаботинского - автокаталитическая химическая реакция, в которой возникают хаотические автоколебательные процессы, а именно автоколебания в реакции окисления бромата калия $KBrO_3$ малоновой кислотой HOOC-C-COOH в кислотной среде в присутствии катализатора - ионов церия Ce^{+3}. Течение реакции меняется со временем, и раствор периодически меняет цвет от бесцветного (Ce^{+3}) к жёлтому (Ce^{+4}) и обратно. Эффект ещё более заметен в присутствии индикатора *pH* ферроина.

Реакционно-диффузная модель - этот тип модели сочетает пространственно распределённую химическую реакцию с диффузией химических реагентов через субстрат. Как правило, два или более реагента диффундируют сквозь субстрат, реагируя друг с другом и порождая стабильные паттерны, которые, если говорить о живых системах, могут служить основой для биологического формообразования.

Редукционизм - (лат. *reductio* - возвращение к прежнему состоянию) - объяснение свойств сложных систем через свойства составляющих их элементов; сведение сложного к простому (например, объяснение биологических явлений только с помощью физических и химических законов; социологических явлений – только с помощью биологических законов).

Самоаффинность - статистическое самоподобие.

Самоорганизация - (*self-organization*) спонтанное возникновение упорядоченного состояния или поведения в сложных открытых системах, появление из начальной неупорядоченности организованных в пространстве и/или времени структур и процессов без упорядочивающих внешних воздействий, иначе говоря - рождение регулярного предсказуемого поведения в сложной системе, состоящей из элементов с хаотической динамикой. Другое определение самоорганизации: процесс, в ходе которого паттерн на глобальном уровне системы возникает путем многочисленных локальных взаимодействий компонентов низшего уровня системы.

Синай, Яков Григорьевич (*р.1935; sinai@math.Princeton.edu*) - профессор МГУ с 1981 года, главный научный сотрудник Института теоретической физики им. Л.Д.Ландау Российской академии наук. Автор более 150 публикаций. Основные работы относятся к теории динамических систем, теории вероятностей, математической физике.

Синергетика - междисциплинарное направление научных исследований, задачей которого является познание природных явлений и процессов на основе принципов самоорганизации систем (состоящих из подсистем). Термин «синергетика» ввёл Герман Хакен (H. Haken; в 1977 году вышла его книга «Синергетика»), образовав его из греческих слов *син* - «совместное» и *эргос* - «действие». Синергетика изначально представлялась как междисциплинарный подход, так как принципы, управляющие процессами самоорганизации схожи в системах различной природы.

Система - характеристика отношений в рассматриваемой среде. Модель системы можно рассматривать, как дерево процессов, т.к. даже два процесса - уже дерево.

Система итерирующих функций - это совокупность сжимающих аффинных преобразований. Как известно, аффинные преобразования включают в себя масштабирование, поворот и параллельный перенос. Аффинное преобразование считается сжимающим, если коэффициент масштабирования меньше единицы.

Сложная система - состоит из множества взаимодействующих составляющих (подсистем), вследствие чего сложная система приобретает новые свойства, которые отсутствуют на подсистемном уровне и не могут быть сведены к свойствам подсистемного уровня. Например, свойства атома водорода такие, например, как спектральные характеристики его излучения, есть свойства сложной системы, которые несводимы к свойствам его составляющих - электрона и протона.

Среда - неопределённая совокупность веществ, полей и процессов, принимающая участие в любом взаимодействии.

Степени свободы - подавляющее большинство физических систем может находиться не в одном, а во многих состояниях, описываемых как непрерывными (например, координаты тела), так и дискретными (например, квантовые числа электрона в атоме) переменными. Независимые «направления»; переменные, характеризующие состояния системы, и называются степенями свободы.

Стохастические фракталы - фракталы, при построении которых в итеративной системе случайным образом изменяются какие-либо параметры, называются стохастическими (хаотическими).

Странный (хаотический) аттрактор - аттрактор в фазовом пространстве, в котором точки никогда не повторяются и орбиты никогда не пересекают друг друга, однако как точки, так и орбиты остаются внутри некоторой области в фазовом пространстве. В отличие от предельных циклов или точечных аттракторов странные аттракторы являются непериодическими и имеют фрактальную размерность. Они соответствуют непредсказуемому поведению систем, не имеющих строго периодической динамики, это математический образ детерминированных непериодических процессов.

Структура - совокупность элементов и связей взаимодействующих частей объекта. Элементы и связи могут быть вещественными или полевыми. Иначе: структура - вся совокупность выделенных внутренних связей (отношений) в системе.

Теория перколяции (протекания) - теория, описывающая возникновение бесконечных связных структур (кластеров), состоящих из отдельных элементов. Представляя среду в виде дискретной решетки, сформулируем два простейших типа задач. Можно выборочно случайным образом красить (открывать) узлы решетки, считая долю крашеных узлов x основным независимым параметром и полагая два крашеных узла принадлежащими одному кластеру, если их можно соединить непрерывной цепочкой соседних крашеных узлов. Такие вопросы, как среднее число узлов в кластере, распределение кластеров по размерам, появление бесконечного кластера и доля входящих в него крашеных узлов, составляют содержание задачи узлов. Можно также выборочно красить (открывать) связи между соседними узлами и считать, что одному кластеру принадлежат узлы, соединенные цепочками открытых связей. Тогда те же самые вопросы о среднем числе узлов в кластере и т.д. составляют содержание задачи связей. Когда все узлы (или все связи) закрыты, решетка является моделью изолятора. Когда они все открыты и по проводящим связям через открытые узлы может идти ток, то решетка моделирует металл. При каком-то критическом значении $x = x_c$ произойдет перколяционный переход, являющийся геометрическим аналогом перехода металл-изолятор. Теория перколяции важна именно в окрестности перехода. Перколяционный переход аналогичен фазовому переходу второго рода.

Теория хаоса - математический аппарат, описывающий поведение некоторых нелинейных динамических систем, подверженных, при определённых условиях, явлению, известному как хаос, которое характеризуется сильной чувствительностью поведения системы к начальным условиям. Результатом такой чувствительности является то, что поведение системы кажется случайным, даже если модель, описывающая систему, является детерминированной. Примерами подобных систем являются атмосфера, турбулентные потоки, биологические популяции, общество как система коммуникаций и его подсистемы: экономические, политические и другие социальные системы.

Термодинамическое равновесие - предельное состояние, к которому стремится термодинамическая система, изолированная от внешних воздействий, то есть в каждой точке системы устанавливается термическое, механическое и химическое равновесие (происходит выравнивание температуры и давления, и все возможные химические реакции протекают до конца).

Тьюринг, Алан Матисон (*англ. Alan Mathison Turing; 1912 - 1954*) **-** английский математик, логик, криптограф, изобретатель машины Тьюринга. Тьюринг является основателем теории искусственного интеллекта.

Томпсон, Д Арси (*Sir D'Arcy Wentworth Thompson; 1860–1948*) – математик, биолог (был назван первым *биоматематиком*), знаток классических языков, автор книги «О росте и форме» (*«On Growth and Form»)*, которую называли прекраснейшим литературным трудом в истории науки, написанным на английском языке.

Точка бифуркации - критическое значение при изменении «управляющей» переменной, в котором система выходит из состояния равновесия. В точке бифуркации у системы появляется «выбор», в котором неизбежно присутствует элемент случайности с невозможностью предсказать дальнейшую траекторию эволюции системы.

Шум - хаотичные колебания различной физической природы

Уитни, Говард (*Howard Whitney*) - американский математик, в 1955 г. опубликовал работу «Об отображениях плоскости на плоскость», заложившую основу новой математической теории - теории особенностей гладких отображений.

Уоддингтон К. (*Conrad Hal Waddington; 1905 - 1975*) - выдающийся английский эмбриолог, палеонтолог, генетик, философ, заложивший основы системной биологии (*systems biology*). Эпигенетический ландшафт Уоддингтона – метафора развития организма, представляющая развитие как каскад бифуркаций и выбор траекторий развития, или креодов. Уоддингтон создал концепцию *канализации*, которая отражает способность организма производить сходный фенотип в различных условиях.

Уолперт Л. (*Robert L. Wolpert; wolpert @stat.duke.edu, www.stat.duke.edu/~rlw)* - британский эмбриолог, ныне профессор университета Дьюка, *США*, хорошо известен разработкой идеи позиционной информации: молекулярных сигналов, несущих клетке информацию о её местонахождении внутри организма и управляющих клеточным поведением в процессе эмбрионального развития. В 1969 году создал модель морфогенетического поля зародыша «французский флаг». Открытие *Hox* генов, градиентов морфогенов и факторов роста подтвердило концепцию позиционной информации Уолперта.

Фа́зовый перехо́д (фазовое превращение) в термодинамике - переход вещества из одной термодинамической фазы в другую при изменении внешних условий; в узком смысле - скачкообразное изменение физических свойств при непрерывном изменении внешних условий. При фазовом переходе первого рода скачкообразно изменяются самые главные, первичные экстенсивные параметры: удельный объём (т.е. плотность), количество запасённой внутренней энергии, концентрация компонентов и тому подобное. При фазовом переходе второго рода плотность и внутренняя энергия не меняются, так что невооружённым глазом такой фазовый переход может быть незаметен. Скачок же испытывают их первые производные по температуре и давлению: теплоёмкость, коэффициент теплового расширения, различные восприимчивости и так далее. Фазовые переходы второго рода происходят в тех случаях, когда меняется симметрия строения вещества (симметрия может полностью исчезнуть или понизиться).

Фазовое пространство - абстрактное пространство динамических переменных системы.

Фрактал - (введён Мандельбротом, от лат. «fractare» - ломать, дробить; «fractus» - расчлененный, разбитый, англ. «fractal» - дробный). 1. Это множество, размерность Хаусдорфа-Безиковича которого строго больше его топологической размерности. 2. Структура, обладающая свойством дробной (фрактальной) размерности и масштабной инвариантности (самоподобия по масштабной шкале).

Фрактальный кластер (фрактальный агрегат) - хаотический фрактал, воспроизводимый системой с множеством хаотически, броуновски движущихся частиц, которые слипаются при соприкосновении с центром агрегации, с образованием разветвлённого кластера (агрегата). Моделируется при помощи компьютерной модели агрегации, ограниченной диффузией (англ. DLA - diffusion limited aggregation). Данной моделью имитируются не только структуры, образующиеся при слипании частиц; воспроизводимость их при помощи модели DLA позволяет отнести эти структуры к классу фрактальных кластеров.

«Фрактальная геометрия природы» *(«The Fractal Geometry of Nature»)* - Классическая книга основателя теории фракталов, известного американского математика Б.Мандельброта. Оригинальное издание – 1983 год, русское издание – 2002 год.

Функция или Отображение (лат. *functio* - исполнение, осуществление) - одно из основных понятий математики, выражающее зависимость одной величины от другой.

Хакен, Герман *(Haken; р. 1927*) - немецкий физик-теоретик, основатель синергетики. С 1960 является проф. теоретической физики ун-та Штутгарта. До ноября 1997 был директором Института теоретической физики и синергетики университета Штутгарта. С декабря 1997 является почетным профессором и возглавляет Центр синергетики в этом Институте, а также ведет исследования в Центре по изучению сложных систем в университете Флориды, Бока Ратон, *(Voca Raton, Крысиная Глотка, исп.) США*. Он является издателем шпрингеровской серии книг по синергетике, в рамках которой к настоящему времени опубликовано уже 69 томов. Ввёл термин «синергетика».

Хаусдорф, Фе́ликс Хаусдо́рф (*нем. Felix Hausdorff; 1868 - 1942*) - немецкий математик, считается одним из основоположников современной топологии. Ввел и впервые исследовал важные в топологии понятия хаусдорфова пространства (1914), топологического предела, частично упорядоченного множества, а также хаусдорфовой размерности (1919). Также Хаусдорф внёс большой вклад в теорию множеств, функциональный анализ, теорию топологических групп и теорию чисел.

Экспонента Ляпунова - стандартная единица измерения устойчивости нелинейной системы, обычно выражаемая символом лямбда.

Элемент - неделимая часть системы.

«Эмерджентность» - возникновение «сложной системы», вновь возникающие (эмерджентные) свойства которой не могут быть объяснены свойствами ее компонентов.

Эне́ргия - характеристика движения и взаимодействия тел, их способности совершать изменения во внешней среде (свойство материи изменять структуру системы).

Энон, Мишель *(Michel Hénon; 1931; jean-michel.henon@crpf.fr)* – французский математик, астроном, ныне работает в обсерватории Ниццы. В астрономии известен вкладом в исследования динамики звёздных систем. Разработал технику исследования динамики эволюции сферического звёздного кластера, с использованием метода Монте-Карло, так называемый *n-body method*. В математике известен благодаря открытию *карты Энона*, простой дискретной динамической системы, показывающей хаотическое поведение. В данной работе упоминается описание Эноном движения небесных тел вокруг центра галактики как странного аттрактора (аттрактора Энона).

Эйген, Манфред (*Eigen, Manfred; р. 1927; Manfred.Eigen@gwdg.de http://www.mpibpc.gwdg.de/abteilungen/081/manfred_eigen/english.html*) - лауреат Нобелевской премии по химии 1967 года (совместно с Р.Норришем и Д.Портером) «за исследования экстремально быстрых химических реакций, стимулируемых нарушением равновесия с помощью очень коротких импульсов энергии». С 1964 года директор Института физической химии Макса Планка в Гёттингене. В 1970-х научные интересы Эйгена переместились в сферу проблем зарождения жизни. Его исследования касались гиперциклов: самоорганизации индивидуальных

нуклеиновых кислот в более сложные структуры, их взаимодействия с белками и появления примитивных генов.

Энтропия (S) - мера беспорядка физической системы, в химии и термодинамике является мерой количества энергии в физической системе, которая не может быть использована для выполнения работы.

Эффект бабочки - (Э. Лоренц: «бабочка, взмахивающая крыльями в Айове, может вызвать лавину эффектов, которые могут достигнуть высшей точки в дождливый сезон в Индонезии») - эффект, при котором небольшие различия в начальных условиях рождают огромные различия в конечном состоянии, так что предсказание поведения системы на длительный промежуток времени становится невозможно.

Ячейки Бенара - появление сложной пространственной организации с согласованным, когерентным перемещением множества молекул и образованием конвективных ячеек в форме шестигранных структур в подогреваемой снизу вязкой жидкости, например, в слое силиконового масла.

Рекомендуемая литература

1. Арнольд В.И. Теория катастроф. М.: Наука. 2000. 128 с.
2. *Исаева В.В.* Синергетика для биологов. Вводный курс. Владивосток: Изд-во ДВГУ. 2003.
3. *Исаева В.В., Каретин Ю.А., Чернышев А.В., Шкуратов Д.Ю.* Фракталы и хаос в биологическом морфогенезе. Владивосток: Дальнаука. 2004. 162 с.
4. *Исаева В.В.* Клетки в морфогенезе. М.: Наука. 1994. 224 с.
5. *Мандельброт Б.* Фрактальная геометрия природы. М.: Институт компьютерных исследований. 2002. 655 с.
6. *Постон Т., Стюарт И.* Теория катастроф и её приложения. М.: Мир. 1980. 607 с.
7. *Пригожин И., Стенгерс И.* Порядок из хаоса. М., Прогресс. 1986. 431 с.
8. *Тоффоли Т., Марголус Н.* Машины клеточных автоматов. М.: Мир. 1991. 280 с.
9. *Хакен Г.* Синергетика. М.: Мир. 1980. 404 с.
10. *Шредер М.* Фракталы, хаос, степенные законы. Миниатюры из бесконечного рая. Москва, Ижевск: Регулярная и хаотическая динамика. 2001. 526 с.

Содержание